

Antonio Cauli

DISEGNO

Teoria e Rappresentazione

SECONDA EDIZIONE

Volume 2

Assonometria

Prospettiva

Teoria delle ombre

(Secondo biennio e quinto anno)

LOGO

Seconda edizione

ISBN _____

Copyright © 2021 Antonio Cauli

Finito di stampare nel mese di Aprile 2021
presso Etabeta-ps in Arcore (MB)

© Tutti i diritti riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente libro, ***DISEGNO – Teoria e Rappresentazione vol. 1***, inclusa la memorizzazione, riproduzione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque apparato tecnologico, senza previa autorizzazione scritta da parte dell'Autore.

A Isa, Giordano e Beatrice.

INDICE

ASSONOMETRIA

Concetti generali	10
Assonometria Ortogonale	
Rappresentazione del piano e figure piane	
Piano passante per tre punti generici non allineati	12
Piano passante per un punto e una retta generici	13
Piano passante per due rette parallele	14
Piano passante per due rette incidenti	15
Esagono // al piano XZ	16
Assonometria figure piane: approfondimenti	18
Assonometria Isometrica	
Isometrica metodo indiretto (ver. 1)	20
Isometrica metodo indiretto (ver. 2)	22
Assonometria Trimetrica	
Determinazione della riduzione dell'unità di misura	24
Metodo Indiretto	28
Assonometria ortogonale: approfondimenti	30
Assonometria Obliqua	
Assonometria cavaliera di un cubo	32
Assonometria cavaliera metodo indiretto	34
Monometrica: parallelepipedo	36
Assonometria obliqua: approfondimenti	38
Sezioni Assonometriche	
Sezione assonometrica con piano secante // a XY	40
Sezione assonometrica con piano secante // a XZ	42
Sezione assonometrica con piano secante ortogonale al piano XZ e inclinato rispetto a XY e YZ	44
Sezioni assonometriche: approfondimenti	46
Assonometria: proposte operative	48

PROSPETTIVA

Concetti generali	50
Quadro Frontale	
Il punto di fuga: significato determinazione proprietà	52
Il cerchio delle distanze: significato determinazione proprietà	53
I punti di distanza: significato determinazione proprietà	54
Metodo dei punti di distanza	56
Metodo indiretto del taglio dei raggi visuali	58
Fuga e giacitura di rette e piani inclinati	60
Prospettiva a quadro frontale: approfondimenti	62
Quadro Orizzontale	
Prisma a base ettagonale	64
Solido composto: fuga di rette inclinate	66
Piramide a base quadrata	68
Prospettiva a quadro orizzontale: approfondimenti	70
Quadro Verticale	
Punti di misura: significato determinazione proprietà	72
Metodo dei punti di misura	74
Metodo indiretto del taglio dei raggi visuali	76
Metodo indiretto delle ortogonali al quadro	78
Metodo indiretto del prolungamento dei lati	80
Metodo indiretto del prolungamento dei lati (ver. 2)	82
Fuga e giacitura di rette e piani inclinati	84
Prospettiva a quadro verticale: approfondimenti	86
Quadro Inclinato	
Metodo diretto dei punti di misura vista dal basso	88
Metodo diretto dei punti di misura vista dall'alto	92
Metodo indiretto del prolungamento dei lati	96
Fughe e giaciture di rette e piani inclinati	100
Prospettiva a quadro inclinato: approfondimenti	104
Prospettiva: proposte operative	106

TEORIA DELLE OMBRE

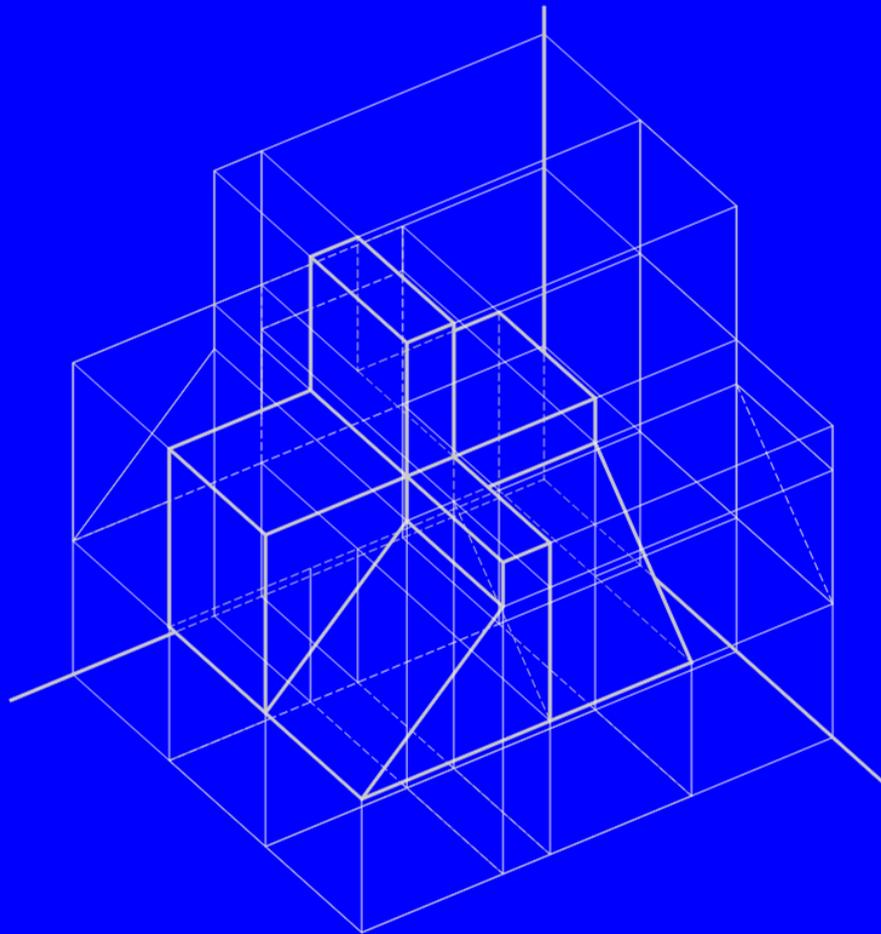
Concetti generali	108
Proiezioni ortogonali	
Punti	
Ombra di un punto sul PO e virtuale sull'estensione del PV	110
Ombra di un punto sul PV e virtuale sull'estensione del PO	111
Segmenti	
Segmenti \perp al PO	112
Segmenti \perp al PV	113
Segmento \parallel al PO e \perp al PV	114
Segmento \parallel al PV e \perp al PO	115
Segmento genericamente inclinato rispetto al PO e al PV	116
Segmento ortogonale a un piano inclinato	117
Teoria delle ombre - Segmenti: approfondimenti	118
Figure piane	
Figura piana parallela al PO (rettangolo)	120
Figura piana parallela al PV (rettangolo)	122
Figura piana inclinata (triangolo)	124
Teoria delle ombre - Segmenti: approfondimenti	126
Solidi	
Solido con asse ortogonale rispetto al PO	128
Solidi con asse \parallel al PV e \perp al PO	132
Sfera – ombra portata su PO e PV	134
Teoria delle ombre - Proiezioni ortogonali: approfondimenti	136
Assonometria	
Assonometria monometrica: parallelepipedo	138
Assonometria: Solidi - Ombra su piani inclinati	140
Teoria delle ombre - Assonometria: approfondimenti	144
Prospettiva	
Prospettiva quadro frontale	
Ombra portata di un triangolo verticale sul geometrico e su un piano parallelo al quadro	146
Ombra propria e portata di solidi con direzioni X, Y e Z	148
Prospettiva quadro verticale accidentale	
Ombra portata di un segmento verticale sul geometrico e su un piano inclinato	150
Ombra portata di un triangolo verticale, sul geometrico e su un piano verticale, inclinato rispetto al quadro	152
Ombra propria e portata di solidi con direzioni X, Y e Z	154
Prospettiva quadro inclinato	
Ombra propria e portata di solidi con direzioni X, Y e Z (vista dall'alto)	156
Teoria delle ombre - Prospettiva: approfondimenti	158
La posizione della fonte di luce	160
Teoria delle ombre: proposte operative	162

ASSONOMETRIA

Ortogonale

Obliqua

Sezioni assonometriche



ASSONOMETRIA

Concetti generali

Generalità

L'assonometria, è un metodo di rappresentazione grafica molto veloce e pratico, costituito da proiezioni parallele in cui si ipotizza, allo stesso modo delle proiezioni ortogonali, l'osservatore a distanza infinita. I raggi proiettanti risultano quindi paralleli e inalterata si mantiene la condizione di parallelismo fra gli elementi rappresentati. Al contrario della prospettiva, che riproduce una situazione proiettiva molto simile alla visione ottica umana, l'assonometria determina un risultato che pur non riproducendo esattamente ciò che l'occhio umano vede, permette di riportare i dati formali dell'oggetto in modo estremamente chiaro in particolare nella determinazione dei rapporti dimensionali fra le parti dell'oggetto rappresentato. I raggi proiettanti sono nell'assonometria sempre paralleli fra loro e possono intersecare il quadro assonometrico in due modalità fondamentali: ortogonalmente rispetto al quadro definendo l'assonometria ortogonale oppure inclinati a formare un angolo compreso fra 0° e 90° e in quel caso si tratterà di assonometria obliqua. Il caso limite dell'angolazione dei raggi proiettanti uguale a 0° rispetto al quadro non determina intersezioni e di conseguenza nemmeno immagini assonometriche. Nell'assonometria le proiezioni sono indipendenti dalla distanza dell'oggetto dal quadro e i segmenti tra loro paralleli mantengono nella proiezione, la condizione di parallelismo oltre alla medesima scala di riduzione.

Assonometria Ortogonale

Sul quadro assonometrico vengono proiettate le tracce della terna tri-ortogonale dei piani fondamentali, PO, PV e PL. Tali tracce determinano sul piano assonometrico tre assi così definiti: X, traccia dell'intersezione fra PO e PV; Y, traccia dell'intersezione fra PO e PL; Z, traccia dell'intersezione fra PV e PL. I tre angoli compresi fra gli assi possono variare in ampiezza ma la somma dei tre angoli è sempre costituita da un angolo giro. La proiezione delle tracce determina sul piano assonometrico il sistema di assi utilizzato come riferimento dimensionale di Larghezza, Lunghezza e Altezza degli elementi rappresentati. Oltre a ciò il sistema di assi, analogamente a quanto accade nelle proiezioni ortogonali, definisce una triade di piani (XY=PO; XZ=PV; YZ=PL) in cui le immagini devono essere necessariamente correlate da una corrispondenza biunivoca con l'immagine assonometrica. Al fine quindi di garantire l'univocità della rappresentazione è

fondamentale proiettare l'oggetto non solamente sul piano assonometrico ma anche nei piani ortogonali definiti dagli assi X, Y e Z. Data quindi una terna di assi uscente dall'origine O, intersezione dei tre piani principali, ogni punto dell'oggetto sarà identificato da quattro immagini, tre sui piani ortogonali definiti dagli assi e una sul quadro assonometrico. La direzione degli assi risulta variabile in funzione della posizione del quadro assonometrico rispetto alla terna triortogonale. L'unità di misura appartenente ad uno degli assi riportata sul quadro assonometrico, subisce una riduzione in ragione dell'inclinazione dell'asse rispetto al piano di proiezione. Fra gli infiniti modi che la terna di assi può assumere nello spazio, sono tre i sistemi fondamentali: Monometrico o Isometrico (i due termini sono sinonimi), Dimetrico e Trimetrico. L'assonometria ortogonale isometrica è determinata da un'inclinazione della triade triortogonale uguale rispetto al piano assonometrico e di conseguenza la proiezione degli assi forma tre angoli uguali pari a 120° . L'assonometria isometrica è un metodo proiettivo di facile esecuzione e utilizzo diffuso. È convenzione acquisita assumere rapporti di riduzione unitari lungo i tre assi, ovvero perfetta corrispondenza fra segmento unitario e proiezione sull'asse. Poiché il coefficiente di riduzione del rapporto fra il segmento unitario e la sua proiezione sugli assi è pari a 0.816, la convenzione adottata determina la rappresentazione dell'oggetto in dimensioni leggermente ingrandite ($1/0.816 = 1.22$) rispetto a quelle reali. Nell'assonometria ortogonale dimetrica l'inclinazione della triade triortogonale è, rispetto al piano assonometrico, uguale per due assi e diversa per il terzo. Questo tipo di assonometria viene utilizzato quando si vuole mettere in particolare evidenza una delle facce dell'oggetto. Il caso più generico si verifica nell'assonometria trimetrica nella quale l'inclinazione della triade triortogonale è, rispetto al piano assonometrico, diversa per ogni asse. Nonostante produca dei risultati visivi particolarmente efficaci, data la casualità delle direzioni e delle unità di misura variabilmente scorciate, viene utilizzata raramente per la complessità realizzativa del metodo grafico. Gli elementi che permettono di identificare le assonometrie sono quindi la direzione dei raggi proiettanti rispetto al quadro che le differenziano in ortogonali o oblique e gli angoli che la triade X, Y e Z forma rispetto al quadro che le differenzia in isometriche-monometriche, dimetriche o trimetriche. Gli assi subiscono sempre una riduzione rispetto alla misura oggettiva in ragione dell'inclinazione rispetto al quadro assonometrico e conseguentemente l'immagine rappresentata risulterà scorciata. È necessario quindi definire il rapporto di riduzione degli assi assonometrici proiettati sul quadro. Il rapporto di riduzione degli assi assonometrici è dato dalla

proiezione di un segmento unitario individuato sull'asse e la sua proiezione sul quadro assonometrico. Il rapporto di riduzione sarà unico per i tre assi nel caso di assonometria isometrica (monometrica), due nel caso di una dimetrica e tre riduzioni differenti per ognuno degli assi nell'assonometria trimetrica. I coefficienti di riduzione degli assi sono compresi nell'intervallo 0-1 nel caso delle assonometrie ortogonali mentre possono essere maggiori di 1 nel caso di assonometria obliqua. Si utilizzano due procedimenti fondamentali per l'esecuzione delle assonometrie ortogonali: il metodo diretto adatto a figure relativamente semplici e il metodo indiretto preferibile in situazioni proiettive più complesse.

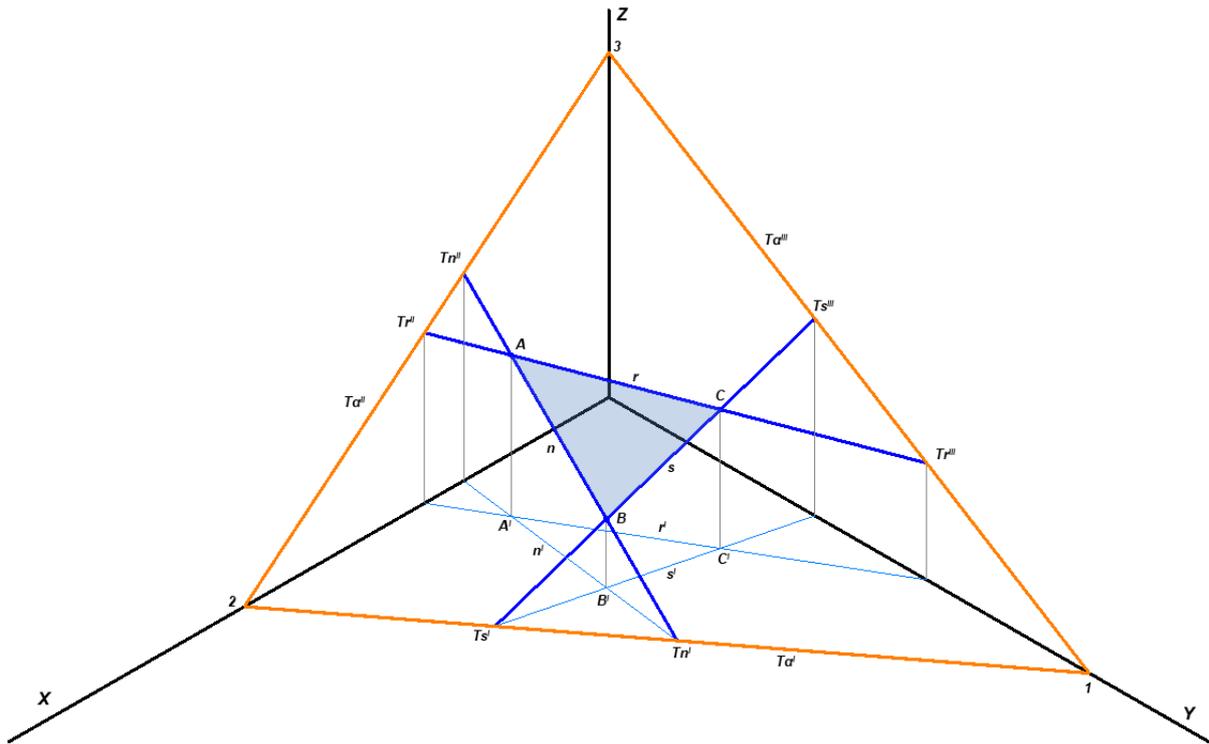
L'assonometria obliqua

I raggi proiettanti nell'assonometria obliqua formano angoli diversi da 90° . Poiché la terna di assi può assumere infinite posizioni rispetto al quadro assonometrico si deduce che esistono infinite possibili assonometrie oblique anch'esse, allo stesso modo delle ortogonali, classificabili come Isometriche (Monometriche), Dimetriche e Trimetriche. Le infinite possibili tipologie di assonometrie sono dimostrate dal teorema di Pohlke: "Dati tre segmenti uscenti da uno stesso punto e aventi lunghezze diverse e direzioni arbitrarie, esiste sempre un centro di proiezione all'infinito tale che i tre segmenti possano considerarsi come la proiezione sul quadro di tre segmenti di uguale lunghezza a due a due ortogonali fra di loro." Nonostante le molteplici teoriche possibilità, nella pratica si utilizzano un numero estremamente ridotto. L'assonometria trimetrica ad esempio nonostante le notevoli potenzialità visive, legate alla varietà percettiva della rappresentazione, è poco utilizzata per la intrinseca difficoltà realizzativa. Così pure le angolazioni degli assi tendono a riproporre quelle degli strumenti tecnici tradizionali. Fra queste di ampio utilizzo è l'assonometria cavaliera, caratterizzata dalla condizione di parallelismo fra un piano della triade triortogonale e il quadro assonometrico. Il sistema di assi sarà quindi caratterizzato da un angolo di 90° , in cui la proiezione assonometrica coinciderà oggettivamente con la proiezione ortogonale. Illimitato è il numero di assonometrie cavaliere possibili essendo unicamente vincolate dalla presenza dell'angolo di 90° e dalle svariate combinazioni degli altri due. L'assonometria cavaliera rappresenta una particolare variante della dimetrica poiché le unità di misura degli assi paralleli al piano assonometrico risultano uguali fra loro. Fra le più utilizzate ricordiamo l'assonometria cavaliera rapida che presenta un angolo di 90° sui piani XZ (verticale), e due angoli di 135° sui piani XY (orizzontale) e YZ (laterale). Per evitare eccessive deformazioni

dell'immagine è possibile dimezzare il valore dell'unità di misura dell'asse Y. L'assonometria cavaliera militare si determina quando il quadro assonometrico è posizionato parallelamente al piano XY (orizzontale). Partendo dal presupposto che è sempre opportuno, se non in particolari metodi (indiretti), posizionare l'asse Z verticalmente, è comunque possibile rappresentare gli assi X e Y, fra loro ortogonali, in svariate posizioni. È comunque consuetudine formare tra gli assi X e Z un angolo di 120° e fra Y e Z un angolo di 150° , oppure un angolo di 135° sia per gli assi XZ che per YZ. Ricordiamo che la somma degli interni agli assi deve necessariamente essere pari a 360° . La caratteristica principale dell'assonometria risiede nel fatto che permette di misurare direttamente sull'immagine, le dimensioni in vera grandezza dell'oggetto, mantenendo la condizione di parallelismo delle rette, anche se non è possibile rappresentare in vera forma gli angoli, a meno di particolari condizioni proiettive. La scelta del tipo di assonometria da realizzare dipende da diversi fattori pratico, legati alla rapidità esecutiva, oppure riferibili al risultato finale che si vuole ottenere.

Utilizzo

L'assonometria è un metodo di rappresentazione grafica facilmente adattabile a diversi ambiti laddove si possono efficacemente rappresentare architetture, piccoli oggetti ma anche porzioni di territorio. L'oggetto da rappresentare e soprattutto l'ambito (Urbanistica, Architettura, Design) orienta e talvolta determina il "tipo" di assonometria più opportuno da utilizzare. L'assonometria ortogonale isometrica mostra con la stessa angolazione tre lati dell'oggetto, consentendo una buona vista della parte superiore. Un suo limite può identificarsi nel fatto che deforma i valori angolari su tutti i piani. L'assonometria cavaliera militare consente, come abbiamo visto, di variare a piacere la posizione della prima proiezione sul piano XY permettendo in questo modo di ottenere un elevato numero di viste differenti. Solitamente si scelgono gli angoli di 120° e 150° quando si vuole privilegiare la vista di un lato piuttosto che un altro, mentre se in un'assonometria cavaliera militare vogliamo mostrare con lo stesso scorcio i due lati dell'oggetto, bisogna impostare angolazioni uguali di 135° . L'assonometria cavaliera, disponendo l'oggetto parallelamente rispetto al piano XZ, privilegia la vista frontale dell'oggetto. Se le dimensioni della profondità non prevalgono rispetto alle altre due, possiamo realizzare una monometrica; al contrario nel caso di condizioni dimensionali in cui la profondità è prevalente, si consiglia di scegliere una dimetrica, riducendo opportunamente, di $1/2$, $1/3$ oppure $1/4$ il valore delle dimensioni sull'asse Y.



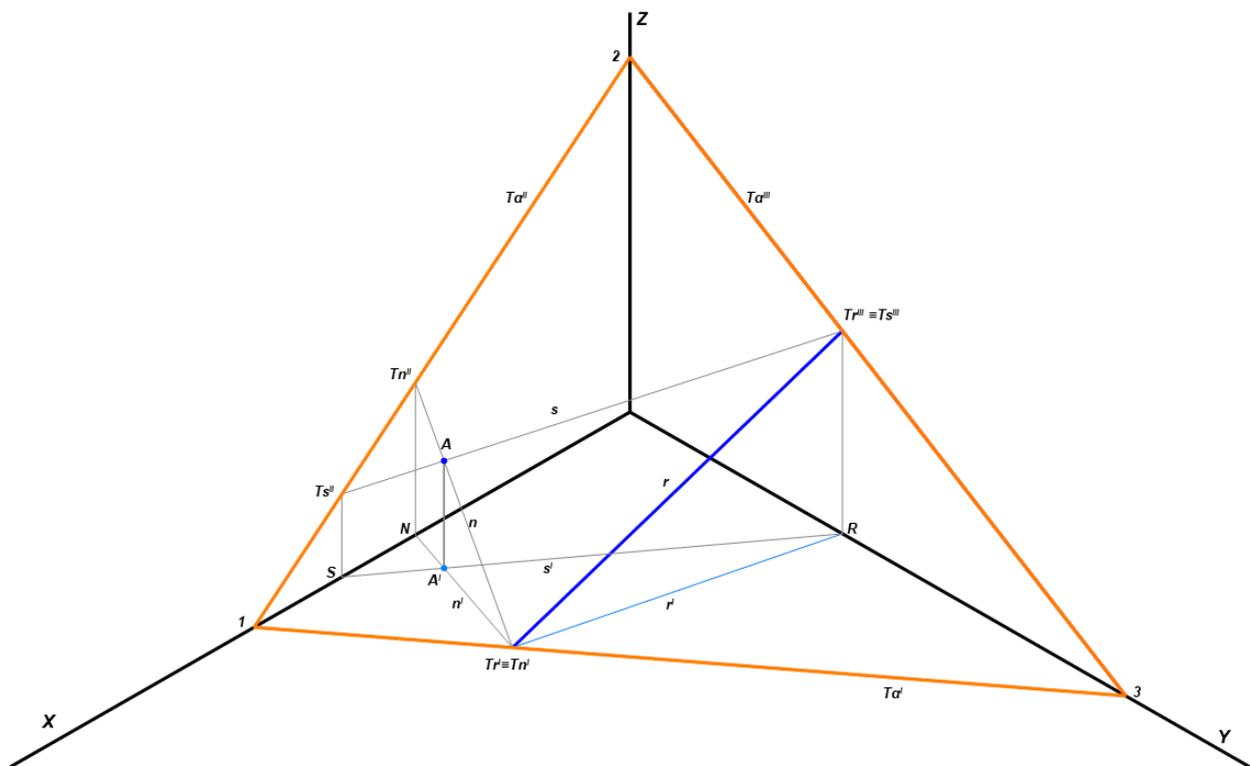
Assonometria: piano passante per tre punti generici

La rappresentazione di un piano passante per tre punti generici non allineati, si determina individuando dapprima le proiezioni e a seguire le tracce delle rette passanti per i tre punti. Affinché sia soddisfatta la condizione d'appartenenza fra punto retta e piano, le tracce che individuano il piano α dovranno necessariamente passare per le tracce delle rette r , s , n , passanti per i tre punti. Dati quindi i punti A , B e C con le relative proiezioni sul piano XY , tracciare la prima proiezione della retta r passante per $A|C|I$ e in seguito, applicando il procedimento esposto nella pagina precedente, determinare la proiezione della retta r in assonometria e le sue tracce sui piani XZ e YZ .

Rappresentare, applicando lo stesso metodo, la prima proiezione della retta s passante per i punti B e C e successivamente la sua proiezione assonometrica individuandone le tracce sul piano XY e YZ . Questi dati a nostra disposizione ci permetterebbero di risolvere il tema della proiezione delle tracce del piano α , ma per una completa definizione del problema proiettivo si provvederà a proiettare anche la retta n passante per i punti A e B .

Rappresentare di seguito la prima proiezione di n passante per $A|I$ e $B|I$ e a seguire la proiezione assonometrica passante per i punti A e B , individuando le tracce sui piani XZ e XY . Le rette passanti per le tracce di r , s , n , individuano il triangolo delle tracce del piano α . La soluzione ci permette di verificare le condizioni d'appartenenza dei punti A , B , C , alle rette r , s , t , e le rette medesime al piano α .

Assonometria ortogonale isometrica | Punti rette e piani

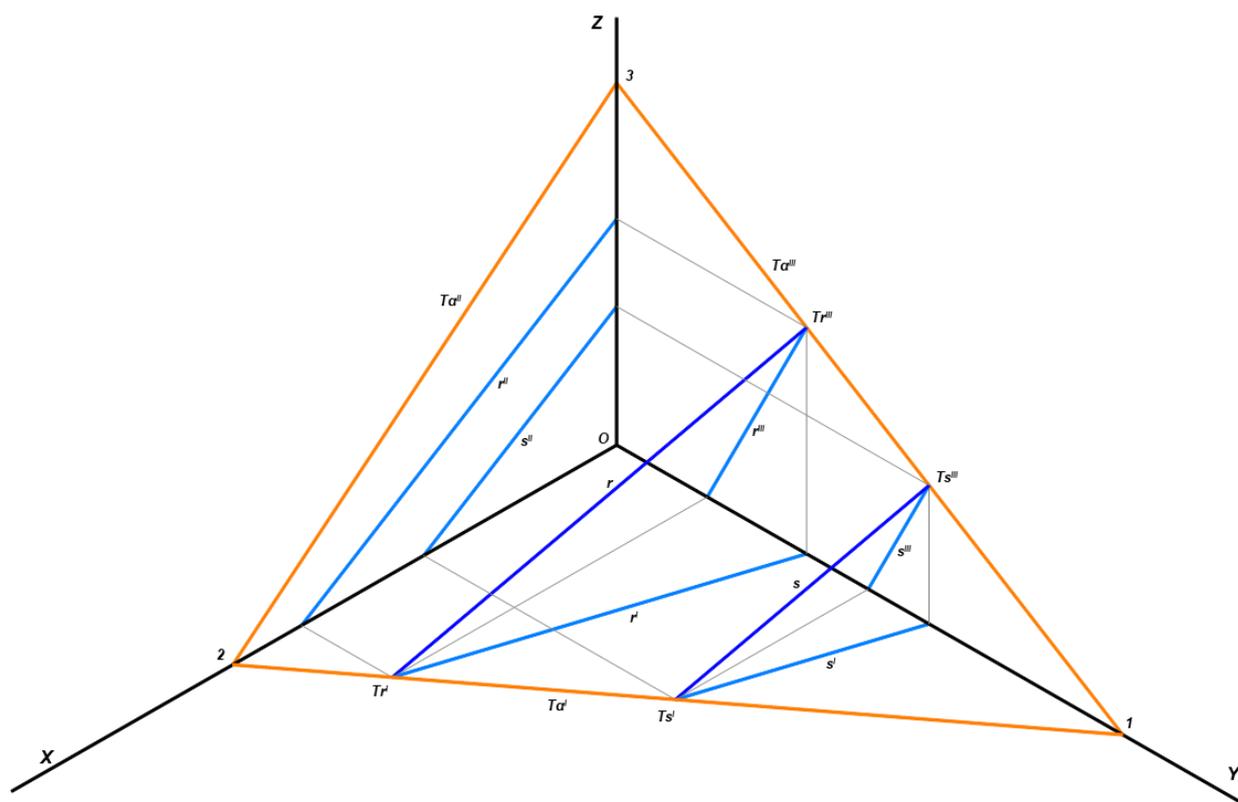


Assonometria: piano passante per un punto e una retta generici

Rappresentare una retta generica r con le tracce sui piani XY e YZ ed un punto P generico. Il piano α a cui la retta r e il punto P appartengono, avrà le tracce passanti per le rispettive tracce della retta r , e le tracce di due rette ausiliarie, anch'esse appartenenti ad α passanti per il punto P e per le tracce di r .

Tracciare quindi una retta n passante per P e avente in comune con r la traccia sul piano XY . Per la condizione d'appartenenza del punto alla retta, la prima proiezione della retta n dovrà necessariamente passare per la prima proiezione del punto P . Individuare la seconda traccia di n nell'intersezione fra il raggio con direzione Z passante per l'intersezione di n' con l'asse X , e la retta d'appartenenza di n passante per la prima traccia di r e il punto P .

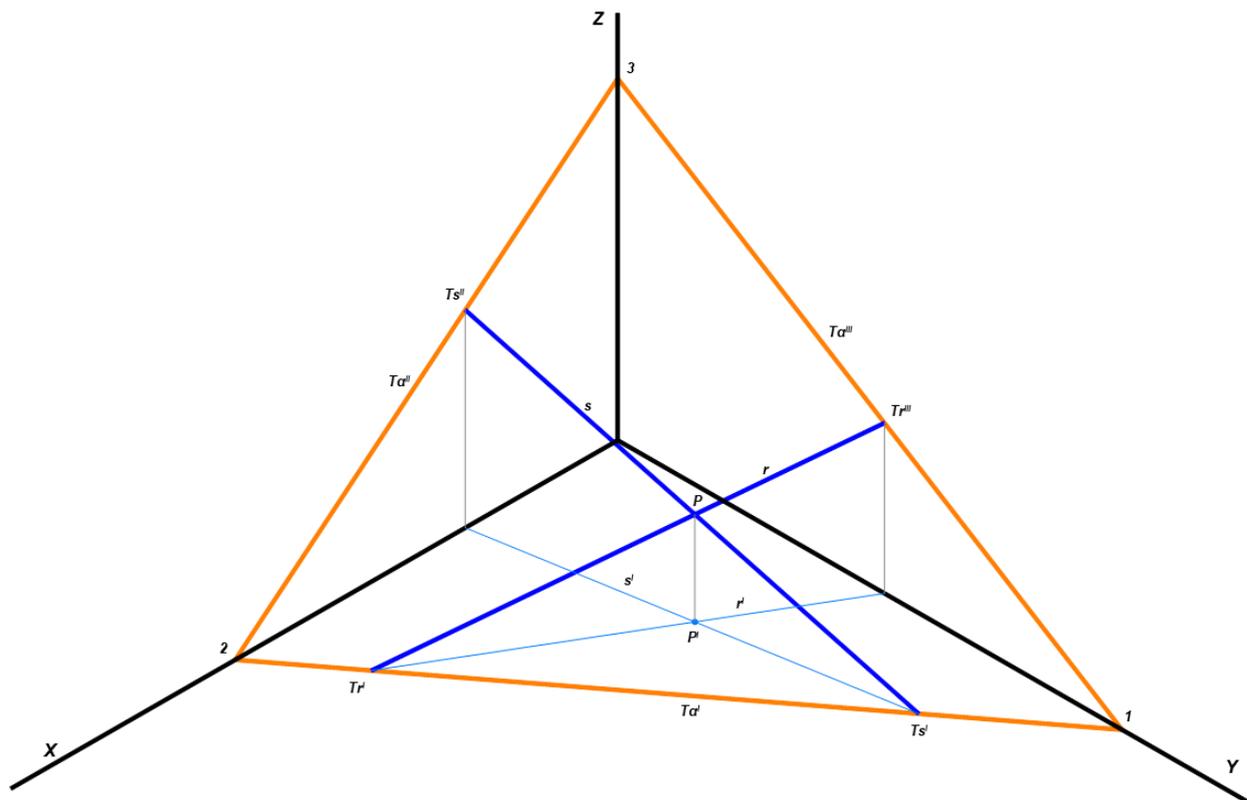
Con le stesse modalità rappresenteremo una retta s passante per P avente in comune con r la traccia sul piano YZ . Anche in questo caso la prima proiezione della retta s dovrà necessariamente passare per la prima proiezione del punto P . Si procede quindi tracciando la retta d'appartenenza della retta s passante per la traccia di r sul piano YZ e il punto P e individuando la seconda traccia di s nell'intersezione con la direzione Z passante per l'intersezione di s' con l'asse X . A questo punto non rimane che rappresentare la traccia del piano α sul piano XZ passante per le rispettive tracce di s ed n . Le rette passanti per le intersezioni della seconda traccia di α con gli assi X e Z e le tracce della retta sui piani XY e YZ individuano il triangolo delle tracce del piano α .



Assonometria: piano passante per due rette parallele

Due rette fra loro parallele mantengono la condizione di parallelismo anche sui rispettivi piani di proiezione. Ovvero due rette, come nel nostro caso r ed s , mantengono la condizione di parallelismo anche nelle rispettive proiezioni sui piani XY , XZ e YZ . Inoltre le condizioni d'appartenenza fra retta e piano sono verificate quando le tracce della retta appartengono alle rispettive tracce del piano. Provvederemo quindi prima alla rappresentazione delle due rette r ed s con le rispettive proiezioni, e successivamente a rappresentare le tracce del piano passanti per le rispettive tracce delle due rette. Impostare l'assonometria tracciando gli assi assonometrici X , Y e Z . Rappresentare r^1 prima proiezione della retta r di traccia Tr^1 sul piano XY . Sulla verticale passante per l'intersezione di r^1 con l'asse Y individuare la traccia Tr''' . Rappresentare r unendo le tracce Tr^1 e Tr''' . Proiettare, con direzione X , Tr^1 sull'asse Y . Determinare la proiezione r'' unendo la proiezione di Tr^1 sull'asse Y con Tr''' . Rappresentare s^1 , parallela a r^1 , prima proiezione della retta s di traccia Ts^1 sul piano XY . Tracciare la verticale Z passante per l'intersezione di s^1 con l'asse Y . Rappresentare s , parallela a r , di tracce Ts^1 e Ts''' sulla Z tracciata in precedenza. Proiettare, con direzione X , Ts^1 sull'asse Y . Determinare la proiezione s'' unendo la proiezione di Ts^1 sull'asse Y con Ts''' . Proiettare con direzione Y , Tr^1 e Tr''' , rispettivamente su X e su Z , unire i due punti e determinare la proiezione r'' . Proiettare con direzione Y , Ts^1 e Ts''' , rispettivamente su X e su Z , unire i due punti e determinare la proiezione s'' . A conferma del procedimento dovranno risultare parallele le proiezioni assonometriche delle rette r ed s e le loro rispettive proiezioni sui piani XY , XZ e YZ . Determinare le tracce del piano d'appartenenza. Tracciare la $T\alpha^1$ passante per Tr^1 e Ts^1 e individuare le intersezioni 1 e 2 sugli assi Y e X . Tracciare la $T\alpha'''$ passante per Tr''' , Ts''' , 1 e individuare l'intersezione 3 su Z . Tracciare la $T\alpha''$ unendo l'intersezione 3 su Z con l'intersezione 2 su X .

Assonometria ortogonale isometrica | Punti rette e piani

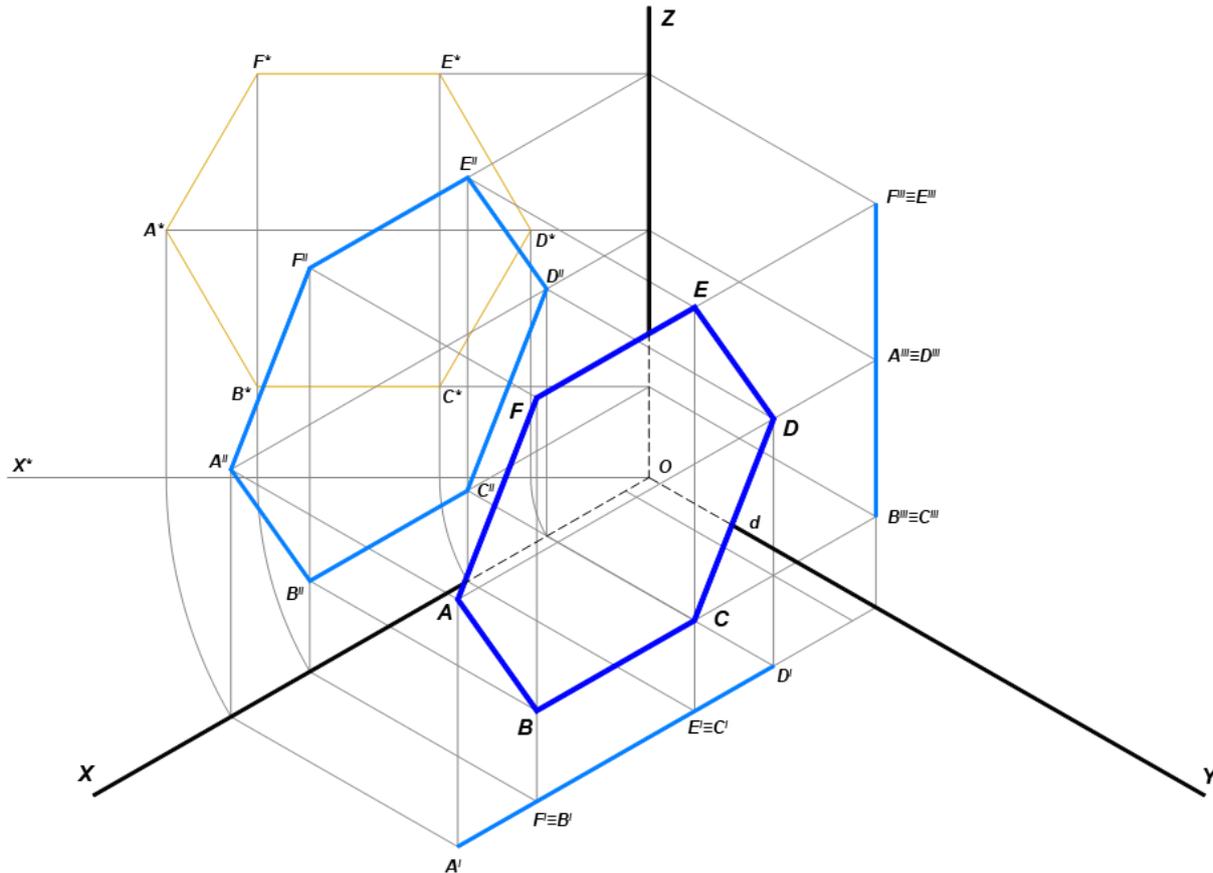


Assonometria: piano passante per due rette incidenti

Due rette r ed s aventi un punto in comune P si definiscono incidenti. Tali rette individuano a loro volta un piano d'appartenenza α cui appartengono sia le rette r ed s che il punto P . Proiettiamo la retta r avente le tracce sui piani XY e YZ e individuiamo su di essa il punto P e la sua proiezione P' su r' .

Tracciare adesso la retta incidente s passante per il punto P e avente le tracce sui piani assonometrici XY e XZ . Analogamente a quanto accade per la retta r , la proiezione P' si trova sulla proiezione s' della retta s sul piano assonometrico XY .

Per la definizione delle tracce del piano α è utile ricordare la condizione d'appartenenza della retta ad un piano: *“una retta appartiene ad un piano se le tracce della retta appartengono alle rispettive tracce del piano.”* Questo vuol dire che la retta d'appartenenza della prima traccia del piano α , sul piano assonometrico XY , passerà per le prime tracce delle rette r ed s . L'intersezione di tale retta sugli assi X e Y individuerà gli estremi 1 e 2 sugli assi Y e X della prima traccia del piano α . La seconda traccia del piano α passerà per 2 e per la seconda traccia della retta s , individuando su Z il punto 3. La terza traccia del piano α , passante per la traccia di r sul piano YZ avrà come estremi i punti 3 e 1.



Assonometria ortogonale isometrica metodo indiretto – esagono parallelo al piano XZ

1 – Impostazione degli assi

Tracciare l'asse verticale Z. A partire dall'origine O tracciare, inclinato di 120° rispetto a Z, l'asse X. A partire dall'origine O tracciare, inclinato di 120° rispetto a Z e X, l'asse Y.

2 – Impostazione del piano di proiezione X^*Z

Ruotare il piano XZ intorno all'asse Z in modo da formare un angolo di 90° fra X^* e Z. Rappresentare in vera forma e grandezza l'esagono ABCDEF.

3 – Proiezioni dell'esagono sui piani XY, XZ e YZ

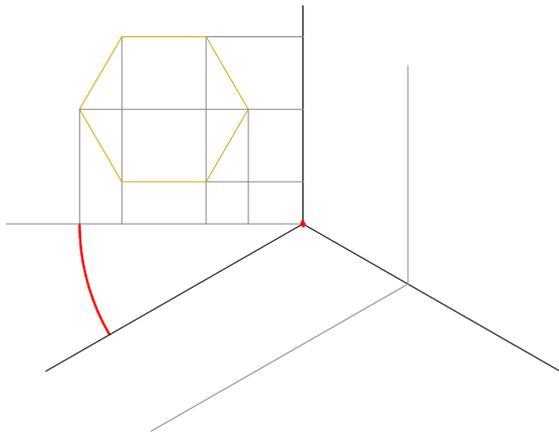
Definire sull'asse Y, la distanza d dell'esagono rispetto al piano XZ. Tracciare su Y il raggio Z alla distanza d. Tracciare su Y alla distanza d dall'origine O il raggio X. Proiettare ortogonalmente sulla traccia X^* i punti: A^* $F^* \equiv B^*$ $E^* \equiv C^*$ D^* . Proiettare ortogonalmente all'asse Z i punti: $F^* \equiv E^*$ $A^* \equiv D^*$ $B^* \equiv C^*$. Riportare centrato in O, le intersezioni dei raggi dalla traccia X^* all'asse X. Tracciare dalle intersezioni dei raggi sull'asse Z i raggi con direzione X. Dalle intersezioni sull'asse X degli archi di riporto tracciare i raggi Z e individuare le proiezioni: A'' , $F'' - B''$, $E'' - C''$, D'' . Dalle intersezioni sull'asse X dei raggi con direzione Z tracciare i raggi Y e individuare le proiezioni: A' , D' , $F' \equiv B'$, $E' \equiv C'$. Dalle intersezioni sull'asse Z dei raggi con direzione X tracciare i raggi Y e individuare le proiezioni: $F'' \equiv E''$, $B'' \equiv C''$, $A'' \equiv D''$.

4 – Proiezione assonometrica

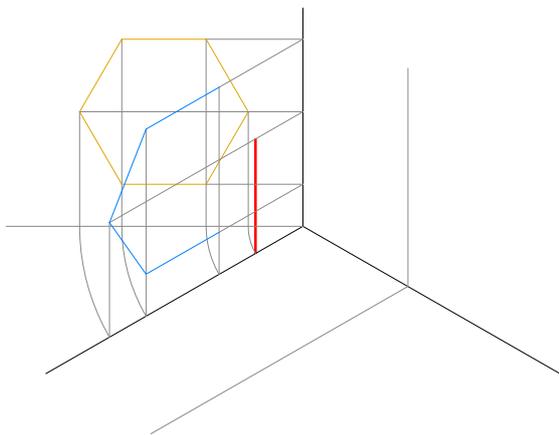
Tracciare i raggi proiettanti con direzioni X, Y e Z dalle proiezioni sui piani XY, XZ e YZ, e individuare i vertici dell'esagono in assonometria: A – B – C – D – E – F. Ripassare con segno di linea continua, la proiezione assonometrica, le proiezioni sui piani assonometrici, le parti a vista degli assi X, Y e Z.

5 – Completamento grafico

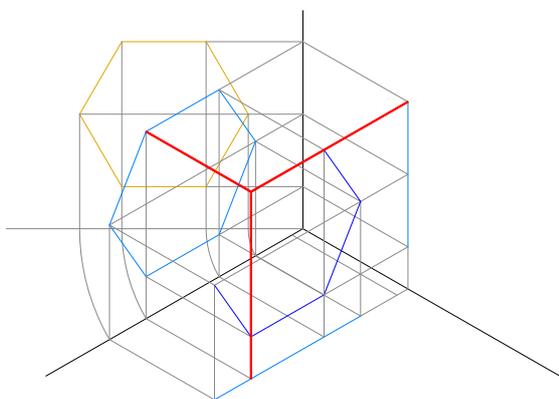
Ripassare con segno di linea continua a vista la proiezione assonometrica e le proiezioni sui piani XY, XZ e YZ. Ripassare degli assi X, Y e Z con segno di linea continua le parti a vista e con linea tratteggiata le parti nascoste.



Impostate le direzioni degli assi nell'assonometria ortogonale isometrica, ribaltiamo il piano XZ ipotizzando il ribaltamento intorno all'asse Z in modo tale da poter rappresentare in vera forma e grandezza l'esagono in seconda proiezione.

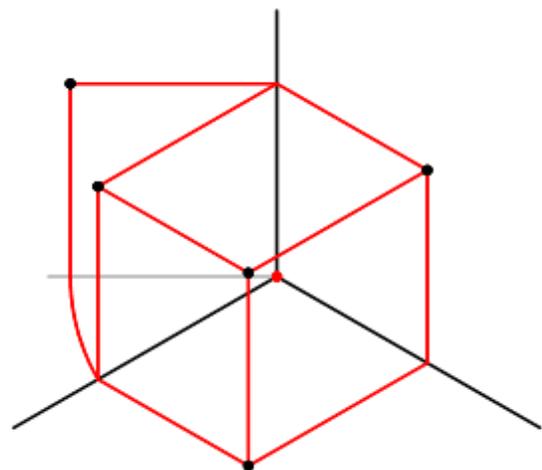


Dopo aver rappresentato la proiezione sul ribaltamento del piano verticale intorno all'asse Z si procede riportando alla stessa distanza dalla cerniera le proiezioni dall'asse ribaltato X*. Infatti poiché come più volte ricordato i punti del piano di ribaltamento ruotano secondo piani ortogonali alla cerniera, sarà sufficiente riportare con il compasso dall'origine dei piani, l'intersezione dei raggi sull'asse X* con l'asse X. Per quanto riguarda le altezze dei punti, queste saranno riportate direttamente dall'asse Z poiché i punti della cerniera si considerano fissi. Come in altri casi dopo aver riportato sui piani assonometrici le tre proiezioni dell'esagono si procederà alla determinazione dell'assonometria.

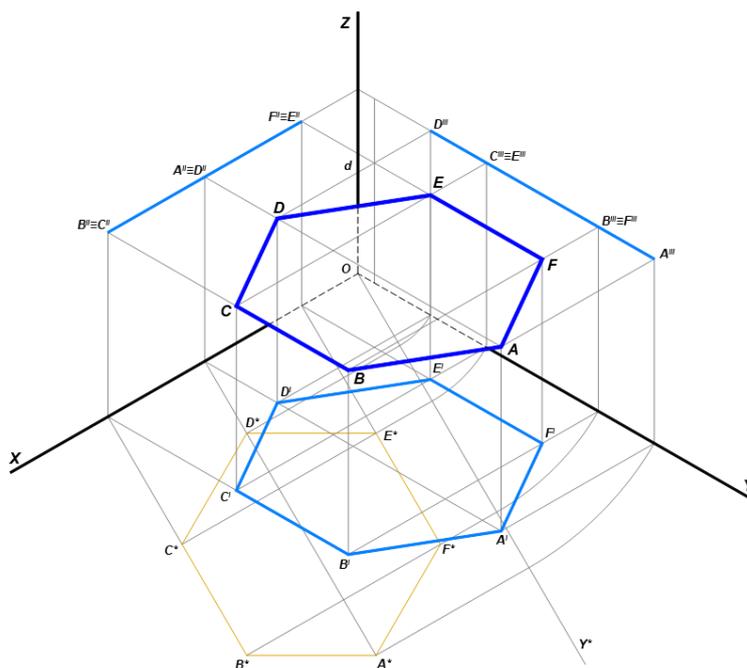


La proiezione assonometrica si otterrà determinando innanzitutto i sei punti dell'esagono nell'intersezione dei raggi proiettanti X, Y e Z passanti per le proiezioni dei punti in prima, seconda e terza proiezione (piani assonometrici XY, XZ e YZ) e successivamente unendo i punti consecutivamente.

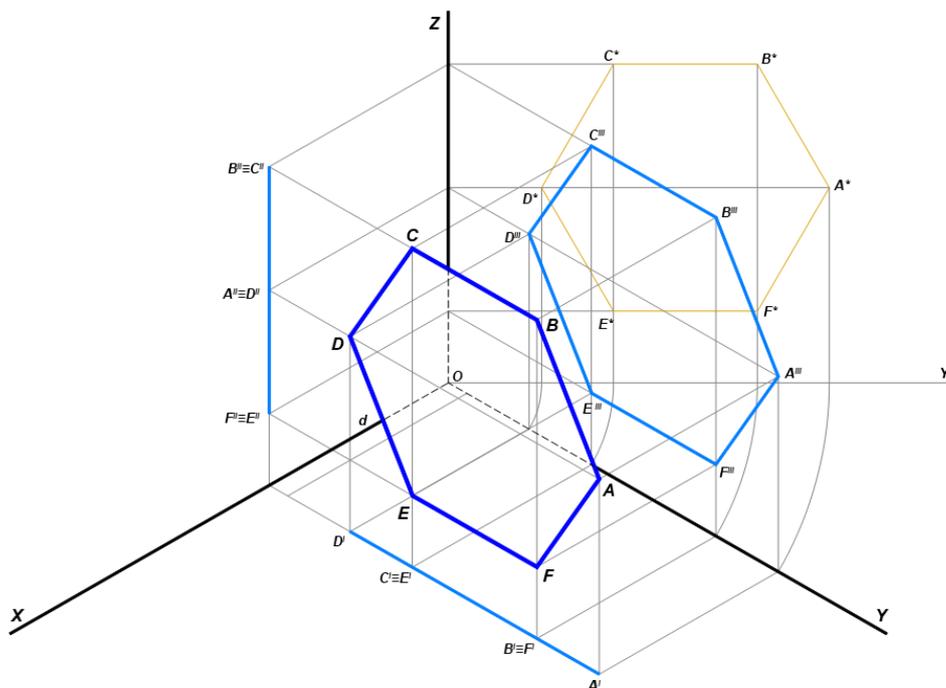
Schema delle proiezioni



Assonometria ortogonale isometrica | Figure piane | Approfondimenti

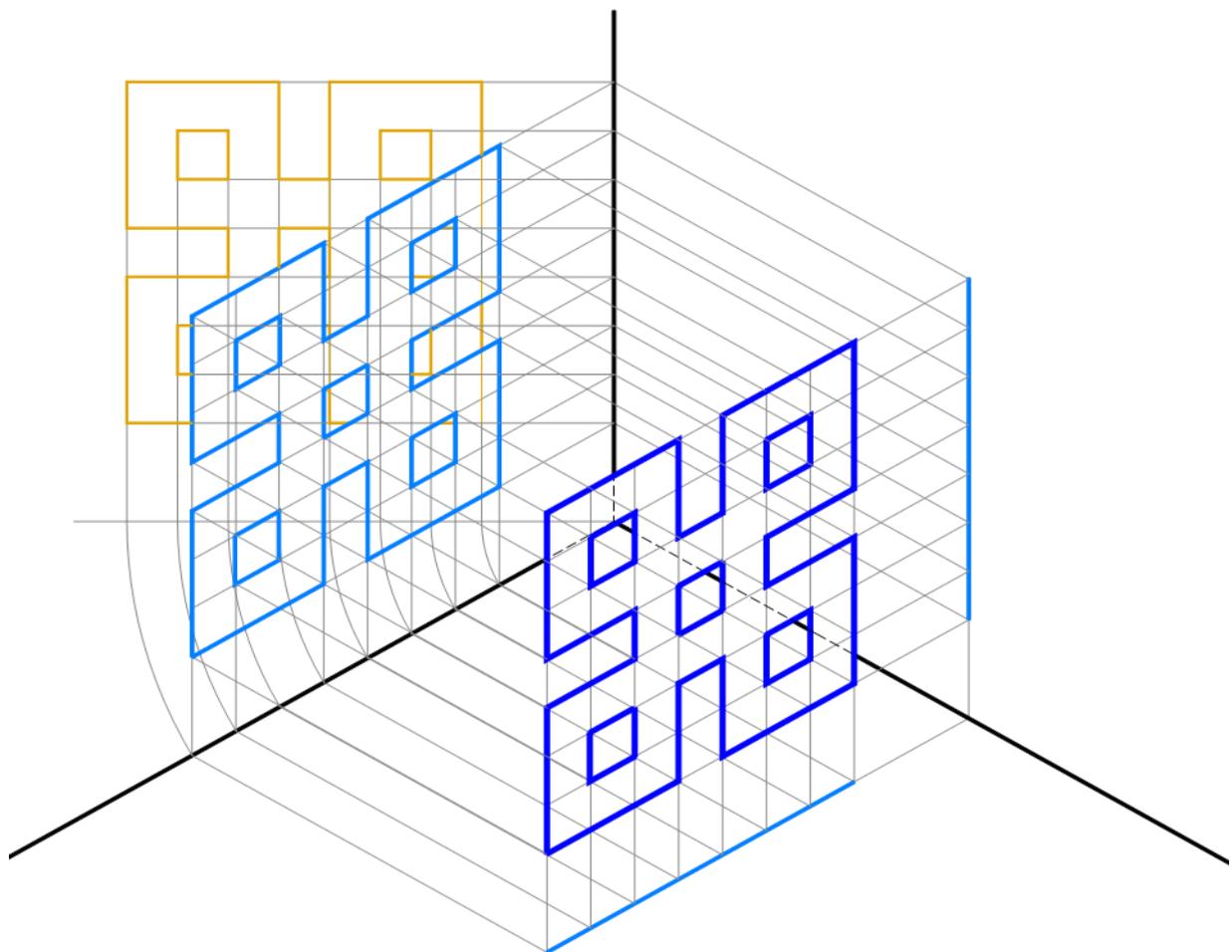
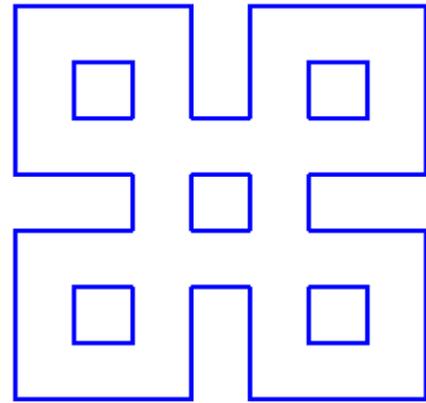


Assonometria ortogonale isometrica metodo indiretto: esagono parallelo al piano XY

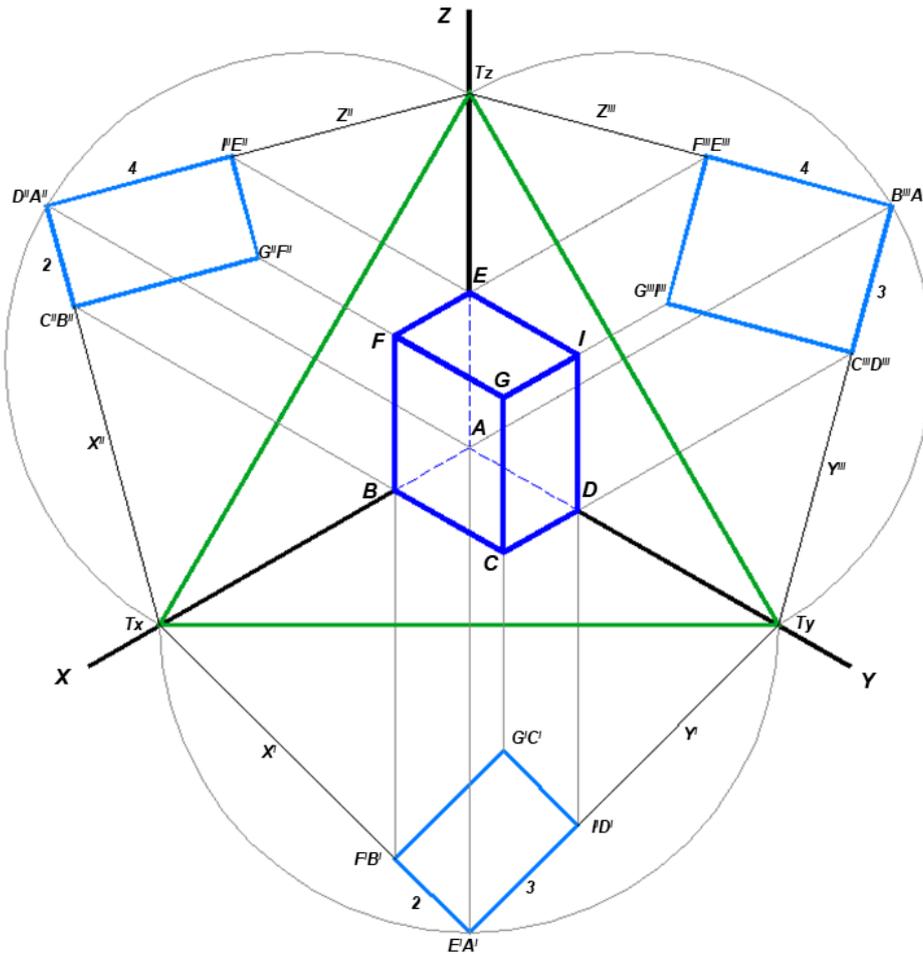


Assonometria ortogonale isometrica metodo indiretto: esagono parallelo al piano YZ

Modulo compositivo



Assonometria ortogonale isometrica metodo indiretto: modulo compositivo parallelo al piano XZ



Assonometria ortogonale isometrica metodo indiretto

1 – Impostazione degli assi

Tracciare una retta con direzione orizzontale. Tracciare l'asse Z facendo coincidere l'origine degli assi O, con il punto A del solido. Tracciare l'asse X, in modo tale che l'angolo formato con l'asse Z sia di 120° . Tracciare l'asse Y, in modo tale che l'angolo formato con l'asse Z e conseguentemente con l'asse X sia di 120° . I tre assi X, Y e Z formano fra loro angoli uguali di 120° . Le unità di misura scorciate sul piano assonometrico saranno ridotte e anch'esse uguali. Tracciare il triangolo equilatero, Tx-Ty-Tz, intersezione del piano assonometrico con la triade XYZ.

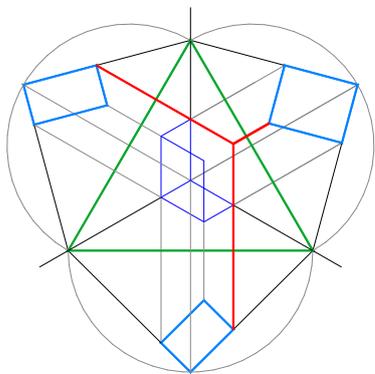
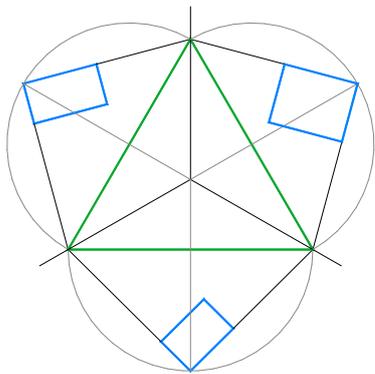
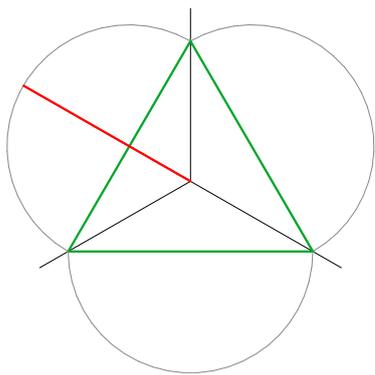
2 – Determinazione delle proiezioni ortogonali

Tracciare le semicirconferenze di diametro pari al lato del triangolo delle tracce: Tx-Tz, Ty-Tz, Tx-Ty. Prolungare l'asse Y fino ad intercettare la semicirconferenza di diametro Tx-Tz individuando il ribaltamento A^{II}. Ribaltare il triangolo Tx-Tz-A determinandone la rappresentazione oggettiva. Prolungare l'asse X fino ad intercettare la semicirconferenza di diametro Ty-Tz individuando il ribaltamento A^{III}. Ribaltare il triangolo Ty-Tz-A determinandone la rappresentazione oggettiva. Prolungare l'asse Z fino ad intercettare la semicirconferenza di diametro Tx-Ty individuando il ribaltamento A^I. Ribaltare il triangolo Tx-Ty-A determinandone la rappresentazione oggettiva. Rappresentare la proiezione ortogonale del solido sui piani ribaltati XZ, YZ e XY.

3 – Proiezione assonometrica

Proiezione assonometrica del solido nell'intersezione delle direzioni XYZ passanti per i rispettivi punti delle proiezioni ortogonali: A – B – C – D – E – F – G – I. Ripassare il contorno esterno del solido. Ripassare le parti a vista interne del solido. Ripassare con segno di linea tratteggiata le parti nascoste interne del solido.

Ripassare le parti a vista degli assi XY e Z.



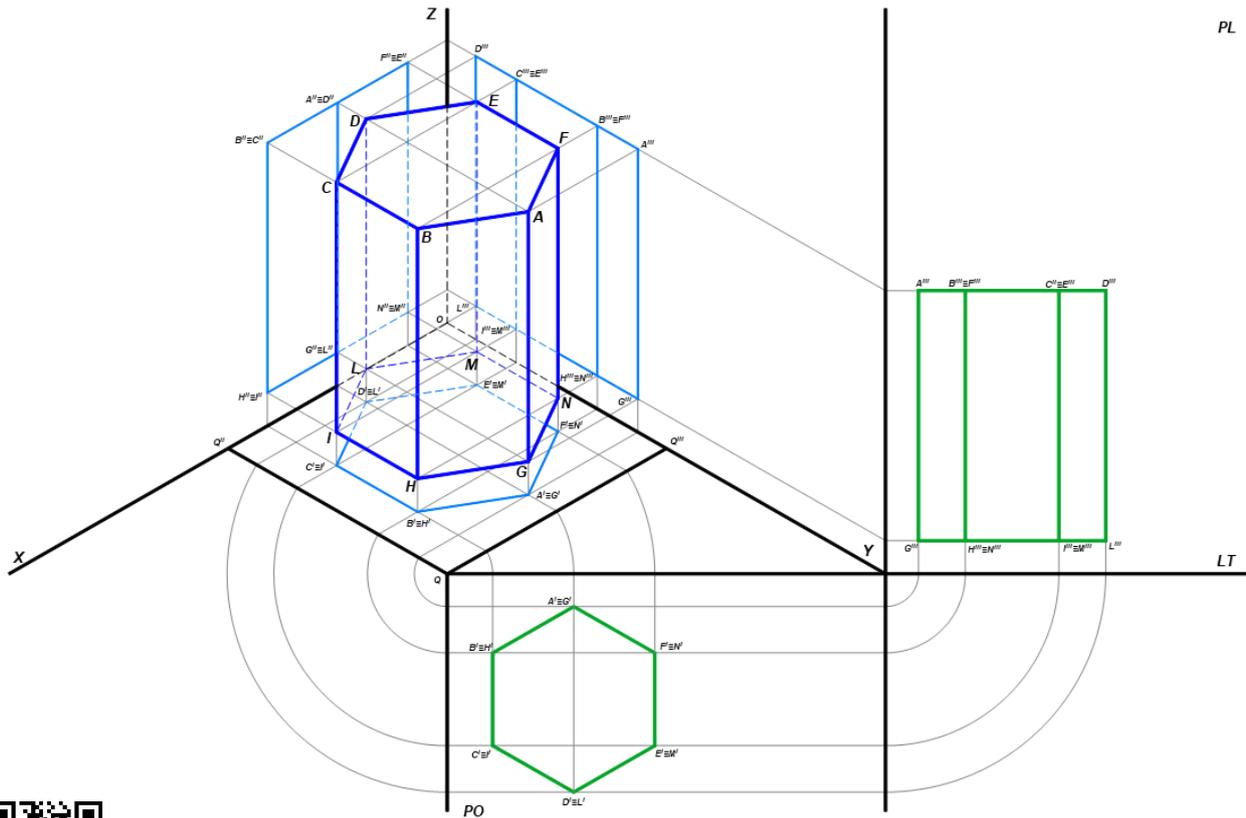
L'assonometria ortogonale isometrica si può eseguire con metodi diretti o indiretti a seconda che sia preferibile far derivare le dimensioni della proiezione assonometrica direttamente dal solido in proiezione ortogonale oppure facendo riferimento alla riduzione delle unità di misura nei tre assi.

Per una maggiore chiarezza nell'utilizzo dei termini diretto e indiretto, si ritiene opportuno precisare che al termine "diretto" si attribuisce il significato di un metodo proiettivo che permette di determinare le dimensioni lineari, riferite a un determinato rapporto di scala, direttamente sull'immagine rappresentata, mentre al contrario col termine indiretto si intende un metodo proiettivo che ricava le dimensioni dell'immagine indirettamente dalle proiezioni ortogonali. La scelta del metodo da utilizzare è soggettiva e dipende sostanzialmente dalla complessità del solido che si intende rappresentare. Infatti nel caso di un solido elementare o comunque non troppo articolato nella sua forma, è preferibile utilizzare il sistema indiretto, al contrario di fronte a situazioni più complesse è preferibile il metodo diretto.

La rappresentazione quindi di un semplice parallelepipedo di dimensioni note, può essere efficacemente risolto con il metodo indiretto. A tal fine dopo avere rappresentato gli assi X, Y e Z, che formano tra loro angoli uguali di 120° si individua il triangolo delle tracce del piano assonometrico (equilatero). Poiché gli spigoli del solido hanno le stesse direzioni degli assi e in particolare un vertice del parallelepipedo coincide con l'origine degli assi sarà possibile, ribaltando i piani XY, XZ e YZ sul piano assonometrico facendoli ruotare intorno ai lati del triangolo delle tracce, rappresentare in vera forma e grandezza le tre proiezioni del solido.

Determinare la proiezione assonometrica tracciando con la direzione degli assi X, Y e Z, i raggi dalle tre proiezioni sui piani XY, XZ e YZ ribaltati. Completata la determinazione di vertici e spigoli del parallelepipedo individuare le parti a vista partendo dalla considerazione che sicuramente il punto coincidente con l'origine degli assi, e di conseguenza anche gli spigoli in comune con tale punto, sono sicuramente nascosti.

Assonometria ortogonale | Solidi



Assonometria ortogonale isometrica metodo indiretto: prisma a base esagonale

1 – Impostazione degli assi

Tracciare l'asse verticale Z con origine nel punto O. Tracciare, a partire dall'origine O, l'asse X inclinato di 120° rispetto a Z. Tracciare, a partire dall'origine O, l'asse Y inclinato di 120° rispetto a Z.

2 – Impostazione dei piani orizzontale e laterale

Impostare, la linea di terra LT passante per l'estremo dell'asse Y. Rappresentare la traccia del piano laterale passante per l'intersezione della LT con Y. Delimitare il PO tracciando la verticale passante per Q. Proiettare con direzione X il punto Q sul piano YZ. Proiettare con direzione Y il punto Q sul piano XZ.

3 – Proiezione ortogonale del prisma

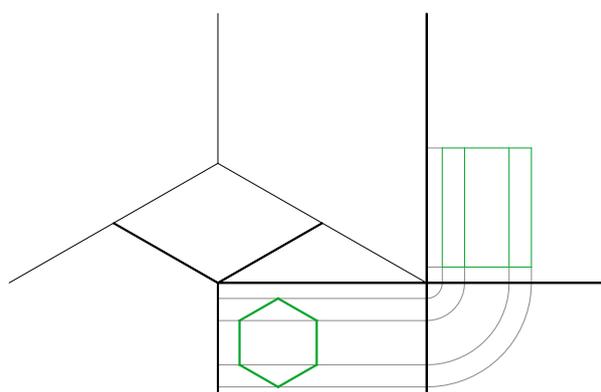
Rappresentare in prima proiezione il prisma con la base parallela al PO. Proiettare ortogonalmente al PL i punti della prima proiezione: $A' \equiv G^1 - B' \equiv H^1 - F' \equiv N^1 - C' \equiv I^1 - E' \equiv M^1 - D' \equiv L^1 \dots$ e riportare sulla LT. Tracciare il raggio proiettante alla quota della base inferiore. Tracciare il raggio proiettante alla quota della base superiore. Tracciare sul PL, dalle intersezioni sulla LT, i raggi verticali e individuare all'altezza delle basi i punti: $D''' - L''' - A''' - G''' - B''' \equiv F''' - H''' \equiv N''' - C''' \equiv E''' - I''' \equiv M'''$.

4 – Proiezione del prisma sui piani XY, XZ e YZ

Riportare, dal PO sulla traccia QQ'' facendo centro sul punto Q, le proiezioni dei punti: $A' \equiv G^1 - B' \equiv H^1 - F' \equiv N^1 - C' \equiv I^1 - E' \equiv M^1 - D' \equiv L^1$. Proiettare le intersezioni su QQ'' sul piano YZ, con direzione X: $A' \equiv G^1 - B' \equiv H^1 - F' \equiv N^1 - C' \equiv I^1 - E' \equiv M^1 - D' \equiv L^1$. Proiettare la prima proiezione del prisma ortogonalmente alla LT: $C' \equiv I^1 - B' \equiv H^1 - D' \equiv L^1 - A' \equiv G^1 - E' \equiv M^1 - F' \equiv N^1$. Riportare, dal PO sulla traccia QQ''' facendo centro sul punto Q, le proiezioni dei punti: $C' \equiv I^1 - B' \equiv H^1 - D' \equiv L^1 - A' \equiv G^1 - E' \equiv M^1 - F' \equiv N^1$. Proiettare le intersezioni su QQ''' sul piano XZ, con direzione Y e determinare sul piano XY le proiezioni: $C' \equiv I^1 - B' \equiv H^1 - D' \equiv L^1 - A' \equiv G^1 - E' \equiv M^1 - F' \equiv N^1$. Dall'intersezione delle quote delle basi sul PL tracciare i raggi con direzione Y. Dall'intersezione dei raggi sull'asse Y tracciare i raggi con direzione Z e individuare: $A''' - G''' - D''' - L''' - B''' \equiv F''' - H''' \equiv N''' - C''' \equiv E''' - I''' \equiv M'''$. Dall'intersezione delle quote delle basi sull'asse Z tracciare i raggi con direzione X. Dall'intersezione dei raggi sull'asse X tracciare i raggi con direzione Z e individuare: $B' \equiv C''' - H' \equiv I''' - F' \equiv E''' - N' \equiv M''' - A' \equiv D''' - G' \equiv L'''$.

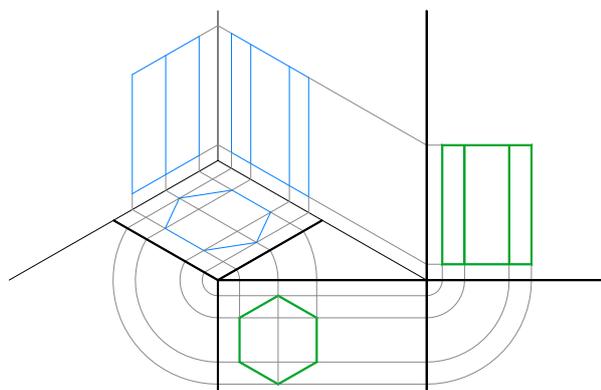
5 – Proiezione assonometrica del prisma

Tracciare i raggi proiettanti con direzioni X, Y e Z dalle proiezioni sui piani XY, XZ e YZ, e individuare i vertici del prisma in assonometria: A – B – C – D – E – F – G – H – I – L – M – N.

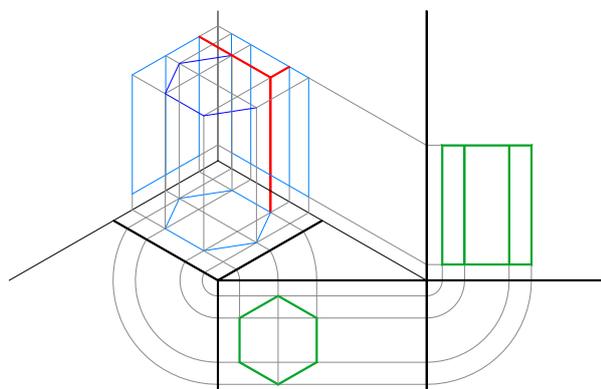


In questo esempio dopo avere impostato le direzioni degli assi nell'assonometria ortogonale isometrica, i impostiamo un ribaltamento del piano XY in modo tale da poter rappresentare oggettivamente in prima proiezione l'oggetto.

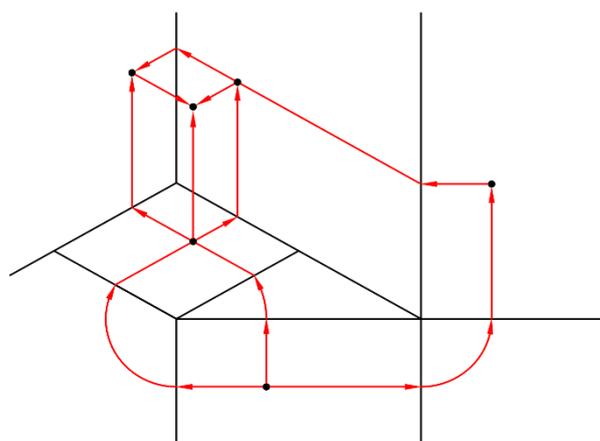
Procediamo quindi alla proiezione sul ribaltamento del piano laterale intorno alla linea di terra. È il caso di sottolineare che le distanze sull'asse Z verranno riportate dall'origine dei piani tenendo conto che i punti ruotano mantenendo la stessa distanza dalla cerniera. In questo modo saranno riportati sugli assi i dati della proiezione ortogonale sul piano orizzontale. Ricostruiamo la proiezione sul piano assonometrico XY riportando la misura oggettiva dalla proiezione ortogonale e proiettando i punti con la direzione degli assi.



Discorso analogo per quanto riguarda il riporto sul piano YZ, delle altezze del solido. Riportare sulla Tz, alla stessa distanza dalla cerniera, le quote del solido proiettate sulla Tz* e successivamente proiettarle con direzione Y sul piano YZ. Proiettare in seguito con raggi proiettanti aventi direzione X e trovare i punti dell'assonometria nelle intersezioni con i raggi Z passanti per la proiezione sul piano XY.



Schema delle proiezioni





Assonometria ortogonale trimetrica: schema di riduzione delle unità di misura

1 – Individuazione degli assi

Tracciare con angolazione a piacere gli assi X, Y e Z.

2 – Prolungamento degli assi

Prolungare a piacere le direzioni degli assi X, Y e Z.

3 – Direzioni ortogonali al prolungamento degli assi

Fissare a piacere il punto 1 sull'asse Z, tracciare la retta ortogonale al prolungamento di X e determinare il punto 2 sull'asse Y. Tracciare la retta ortogonale al prolungamento di Z passante per il punto 2, e determinare il punto 3 sull'asse X. Tracciare la retta ortogonale al prolungamento di Y passante per il punto 3, che incontra l'asse Z nel punto 1.

4 – Semicirconferenze per il ribaltamento dell'origine O.

Tracciare la semicirconferenza di diametro 1-3 e determinare l'intersezione O'' sul prolungamento dell'asse Y. Tracciare la semicirconferenza di diametro 2-3 e determinare l'intersezione O' sul prolungamento dell'asse Z. Tracciare la semicirconferenza di diametro 1-2 e determinare l'intersezione O''' sul prolungamento dell'asse X.

5 – Determinazione delle unità di misura

Tracciare il triangolo 1.3. O'' individuando le unità di misura su O'' . Proiettare le unità di misura ortogonalmente a 1.3 e determinare, sugli assi corrispondenti, le unità di misura scorciate U^X e U^Z . Tracciare il triangolo 1.2. O''' individuando le unità di misura su O''' . Proiettare le unità di misura ortogonalmente a 1.2 e determinare, sugli assi corrispondenti, le unità di misura scorciate U^Y e U^Z . Tracciare il triangolo 2.3. O' individuando le unità di misura su O' . Proiettare le unità di misura ortogonalmente a 2.3 e determinare, sugli assi corrispondenti, le unità di misura scorciate U^X e U^Y . Sugli assi XY e Z abbiamo determinato le unità di misura scorciate U^X , U^Y e U^Z .

6 – Determinazione della scala grafica.

Riportare gli assi con le relative unità di misura scorciate come risulta dallo schema grafico, utilizzando le opportune scale di ingrandimento o riduzione a seconda del caso. Riportare su ognuno dei tre assi una scala graduata con le relative unità di misura scorciate così come risulta dallo schema grafico.

7 – Proiezione del solido sul piano XY

Tracciare i raggi X passanti per $Y=1$ e $Y=3$ e determinare i punti $I' \equiv D'$, $E' \equiv A'$, $F' \equiv B'$ e $G' \equiv C'$ proiezione del solido sul piano XY. 9 – Proiezione del solido sul piano XZ. Tracciare i raggi Z passanti per $X=1$ e $X=4$. Tracciare i raggi X passanti per $Z=1$ e $Z=6$ e determinare i punti $A'' \equiv D''$, $E'' \equiv I''$, $F'' \equiv G''$ e $B'' \equiv C''$, proiezione del solido sul piano XZ.

10 – Proiezione del solido sul piano YZ

Tracciare i raggi Z passanti per $Y=1$ e $Y=3$. Tracciare i raggi Y passanti per $Z=1$ e $Z=6$ e determinare i punti $D''' \equiv C'''$, $A''' \equiv B'''$, $E''' \equiv F'''$ e $I''' \equiv G'''$, proiezione del solido sul piano YZ.

10 – Assonometria

Tracciare i raggi Z passanti per $I' \equiv D'$, $E' \equiv A'$, $F' \equiv B'$ e $G' \equiv C'$. Tracciare i raggi Y passanti per $A'' \equiv D''$, $E'' \equiv I''$, $F'' \equiv G''$ e $B'' \equiv C''$ e determinare nelle intersezioni con i corrispondenti raggi Z, i punti ABCDEFG e I. Tracciare i raggi X passanti per $D''' \equiv C'''$, $A''' \equiv B'''$, $E''' \equiv F'''$ e $I''' \equiv G'''$ e confermare nelle intersezioni con i corrispondenti raggi Z e Y i punti noti ABCDEFG.

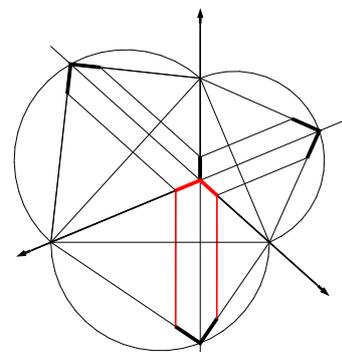
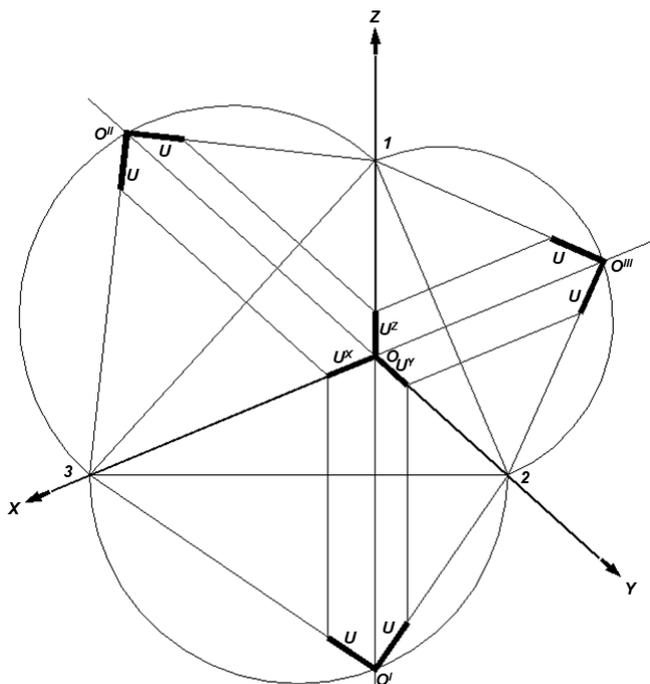
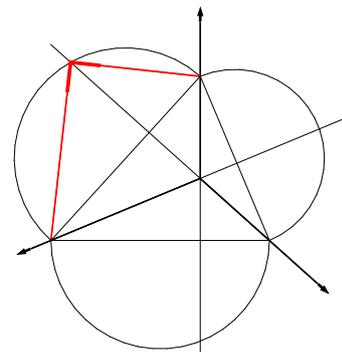
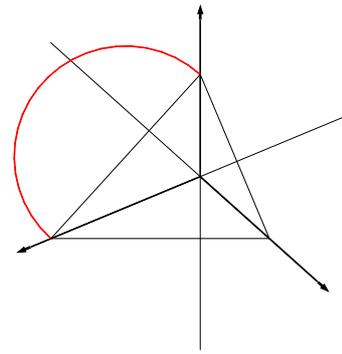
Ripassare:

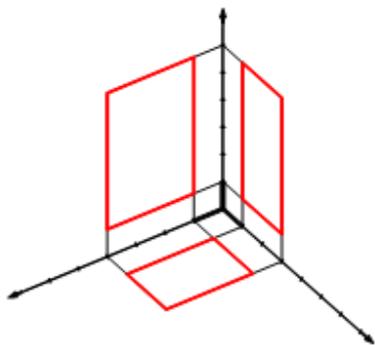
- le parti a vista dell'assonometria.
- le parti nascoste dell'assonometria.
- le parti a vista delle proiezioni sui piani.
- le parti nascoste delle proiezioni sui piani.
- le parti nascoste degli assi.

L'assonometria ortogonale trimetrica è caratterizzata da un'angolazione generica della triade triortogonale degli assi X, Y e Z con il piano assonometrico. Questa particolare impostazione determina un triangolo delle tracce scaleno e una proiezione delle misure oggettive sui tre assi assonometrici variamente scorciate in funzione dei diversi angoli che gli assi stessi formano rispetto al piano assonometrico. Al fine quindi di riportare sui tre assi l'esatta lunghezza scorciata delle unità di misura, ribaltiamo sul piano del triangolo delle tracce i triangoli costituiti dai lati del triangolo e il punto O origine degli assi. Prolungare gli assi e trovare l'intersezione con le semicirconferenze di diametro pari ai lati del triangolo.

Il triangolo costituito da un lato del triangolo delle tracce e dall'intersezione del prolungamento degli assi rappresenta il ribaltamento in vera forma e grandezza degli assi assonometrici. Il lato del triangolo delle tracce, utilizzato come cerniera di rotazione, si considera fisso e non subisce deformazioni.

Sarà quindi possibile rappresentare su tali assi ribaltati, in vera grandezza, i segmenti unitari e proiettarli ortogonalmente al lato del triangolo delle tracce, per determinare sugli assi X, Y e Z le unità di misura scorciate. Tale impostazione risulta coerente con la regola secondo la quale i punti ruotano per piani ortogonali alla cerniera. Riportare sui tre assi le tre scale graduate corrispondenti alle unità di misura scorciate determinate in precedenza.

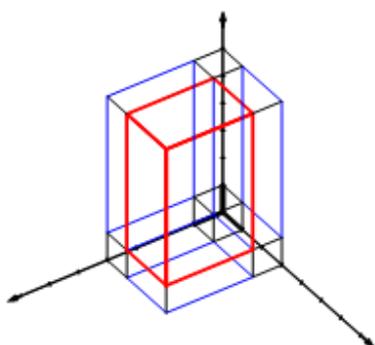
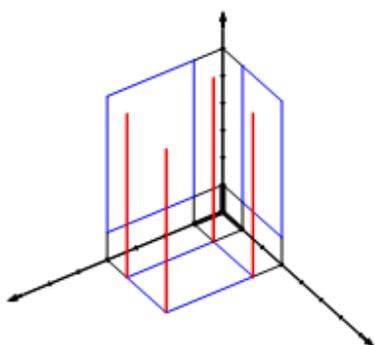




Una volta individuate sui tre assi le relative scale di riduzione delle unità di misura, si procede a riportare sui piani assonometrici XY, XZ e YZ le proiezioni del solido utilizzando in modo diretto la scala graduata per le dimensioni e gli assi per quanto riguarda le direzioni.

Tracciare a questo punto i raggi proiettanti: Z passanti per la prima proiezione XY del solido; Y passanti per la seconda proiezione XZ; X passanti per la terza proiezione YZ. I tre raggi proiettanti passanti per le tre proiezioni individuano univocamente i punti della proiezione assonometrica.

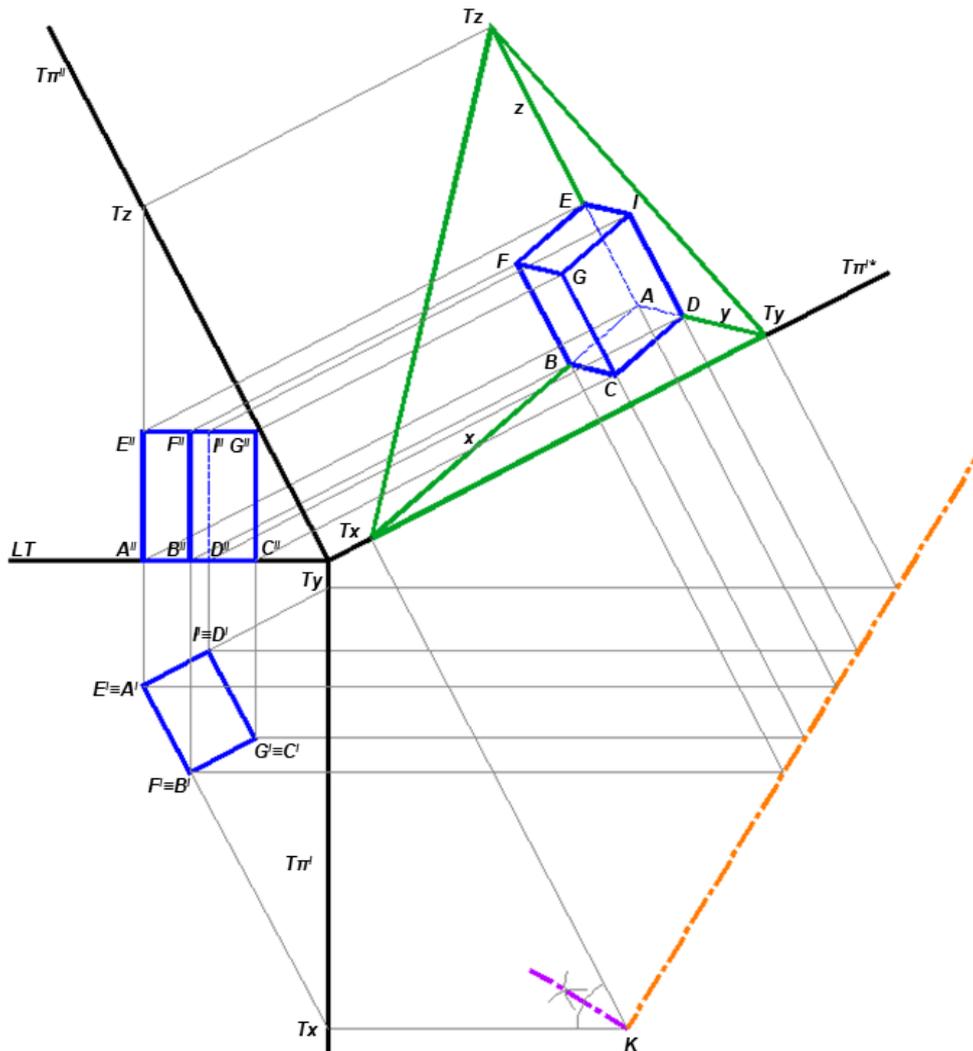
Per il completamento grafico della proiezione individuare e successivamente ripassare le parti sia a vista che nascoste del solido. Ripassare anche le parti a vista e nascoste degli assi e delle proiezioni sui tre piani assonometrici, utilizzando un tipo di linea di spessore dimezzato rispetto all'assonometria, al fine di far emergere con più evidenza la rappresentazione assonometrica.



È possibile per mezzo delle proiezioni ortogonali rappresentare gli oggetti tramite due, tre o più immagini ma è più complesso, anche se non impossibile, poter esprimere univocamente la volumetria dei solidi in modo esaustivo e completo, per mezzo di una sola immagine. Certamente sia le assonometrie che le prospettive possono meglio assolvere questa funzione comunicativa delle immagini.

Le assonometrie sono proiezioni cilindriche o parallele in cui, analogamente a quanto accade nelle proiezioni ortogonali si ipotizza il punto di vista, ovvero l'osservatore, a distanza infinita. Le prospettive sono invece proiezioni coniche o centrali in cui il punto di vista è collocato a distanza finita, ovvero numericamente quantificabile, rispetto all'oggetto e al quadro.

Date le premesse si evidenzia che solo la prospettiva, pur con alcune limitazioni, riproduce pienamente la visione ottica assimilabile all'esperienza umana.



Assonometria ortogonale trimetrica metodo indiretto

1 – Proiezioni ortogonali del solido

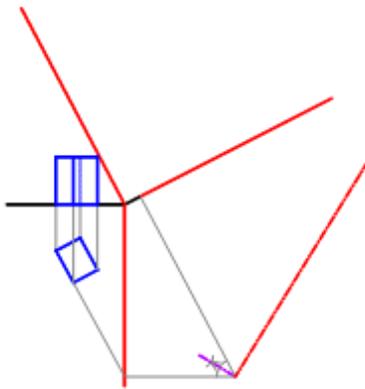
Individuare il piano orizzontale tracciando: LT (Linea di terra) $T\pi^1$. Individuare in posizione generica sul PO la proiezione del parallelepipedo. Proiettare sul PV: $E^1 \equiv A^1$, $F^1 \equiv B^1$, $I^1 \equiv D^1$, $G^1 \equiv C^1$. Tracciare sul PV il raggio a quota pari all'altezza del solido. Individuare sul PV il contorno della figura: A – C – G – E. Tracciare lo spigolo a vista BF. Tracciare lo spigolo nascosto DI.

2 – Impostazione del piano assonometrico π

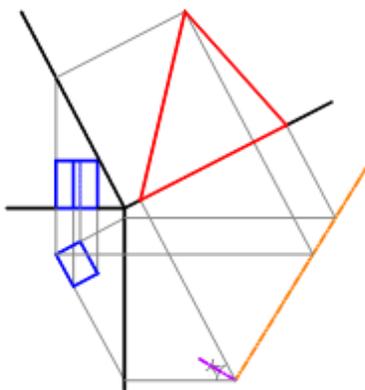
Tracciare la $T\pi^1$. Tracciare a 90° rispetto alla $T\pi^1$ il ribaltamento della $T\pi^1$. Prolungare la retta d'appartenenza di AB e individuare Tx. Tracciare da Tx il raggio ortogonale a $T\pi^1$. Fissare Tx sulla $T\pi^{1*}$ e tracciare il raggio ad essa ortogonale e individuare K. Tracciare la bisettrice dell'angolo di vertice K. Tracciare la perpendicolare alla bisettrice (asse di ribaltamento delle proiezioni). Prolungare la retta d'appartenenza di AD e individuare Ty. Proiettare, con l'ausilio dell'asse di ribaltamento, Ty sulla $T\pi^{1*}$. Prolungare la retta d'appartenenza di AE e individuare Tz. Proiettare Tz sul piano assonometrico. Individuare il triangolo delle tracce Tx-Ty-Tz. Proiettare A coincidente con l'origine dei piani. Unire: A – Tx (Asse x); A – Ty (Asse y); A – Tz (Asse z).

3 – Proiezione sul piano assonometrico

Proiettare secondo le direzioni definite in precedenza: B – C – D – E – F – G – I. Ripassare: il contorno della figura, le parti a vista interne, le parti interne nascoste con segno di linea tratteggiata.



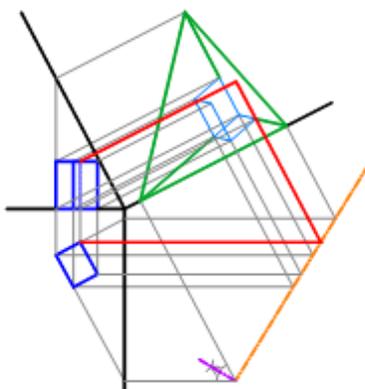
Rappresentare un parallelepipedo appoggiato genericamente al piano orizzontale e le condizioni proiettive che determinano l'assonometria ortogonale, ovvero il quadro inclinato rispetto alla terna di assi X, Y e Z, e i raggi proiettanti ortogonali rispetto al piano assonometrico. Le proiezioni prime e seconde dei raggi proiettanti dovranno risultare rispettivamente ortogonali alle corrispondenti tracce del quadro assonometrico. Impostare in seguito l'asse del ribaltamento dei raggi proiettanti, ortogonalmente alla bisettrice dell'angolo formato dai raggi ortogonali alle due tracce del piano assonometrico, reale e ribaltata, con il piano orizzontale. Individuare l'origine dei piani nel punto O intersezione degli assi X, Y e Z.



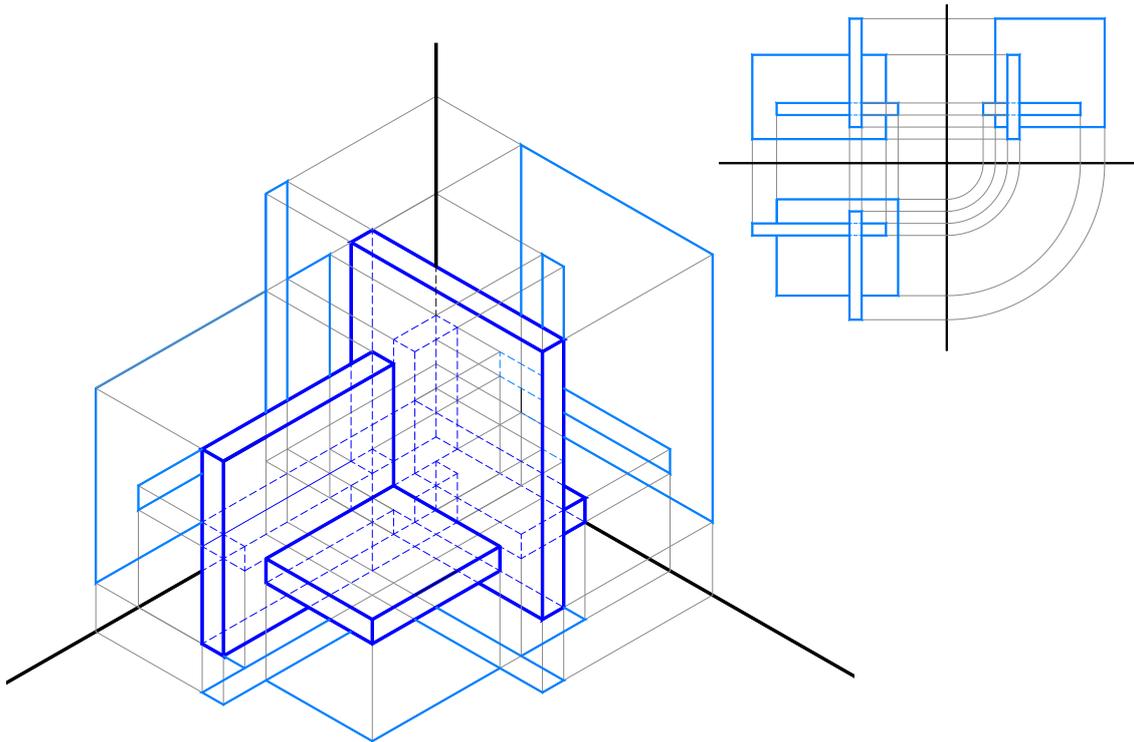
Individuare secondo le direzioni impostate, il triangolo delle tracce i cui vertici sono determinati dall'intersezione degli assi X, Y e Z con il piano assonometrico.

Riportare sul ribaltamento del piano assonometrico i punti del solido utilizzando le direzioni ortogonali alle tracce del piano assonometrico ribaltate con l'ausilio dell'asse inclinato. Concludere rappresentando con segno grafico costituito da una linea continua grossa per le parti a vista e tratteggiata con larghezza dimezzata per le parti nascoste del parallelepipedo.

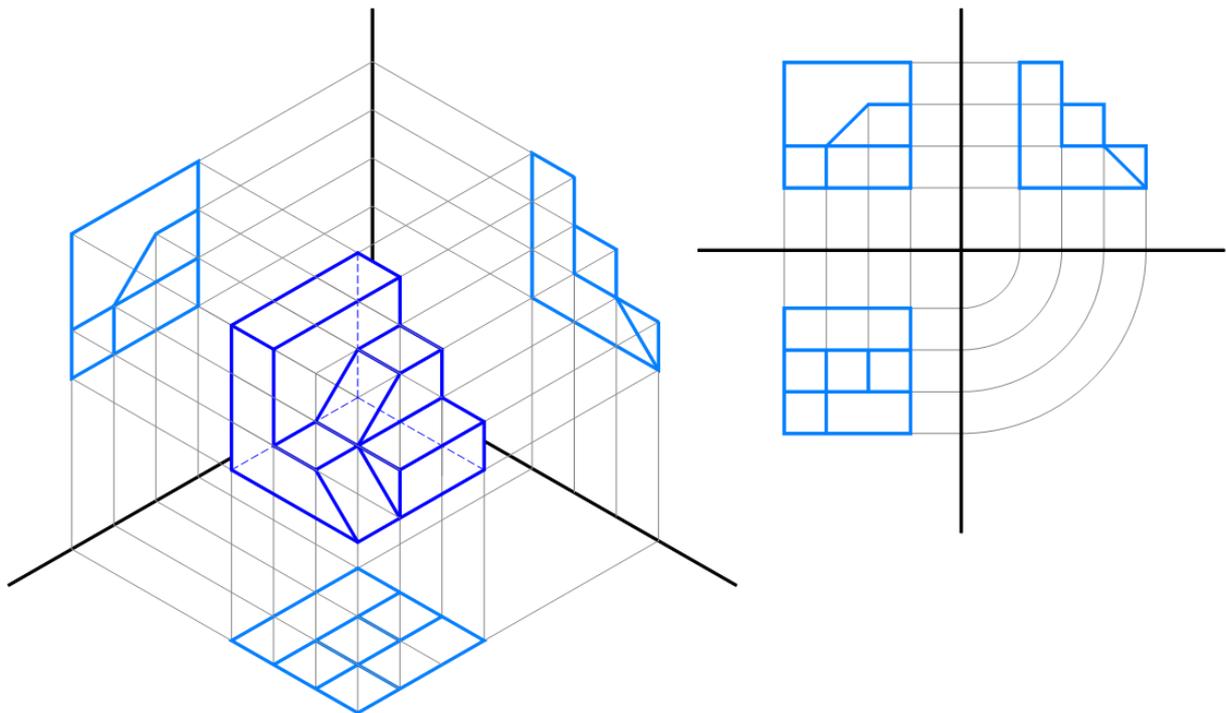
Il procedimento indiretto, particolarmente efficace dal punto di vista dimostrativo, poiché permette di visualizzare e mettere in relazione tutti gli elementi che concorrono alla definizione del metodo proiettivo, risulta, data la sua intrinseca complessità, poco utilizzato nella pratica operativa.



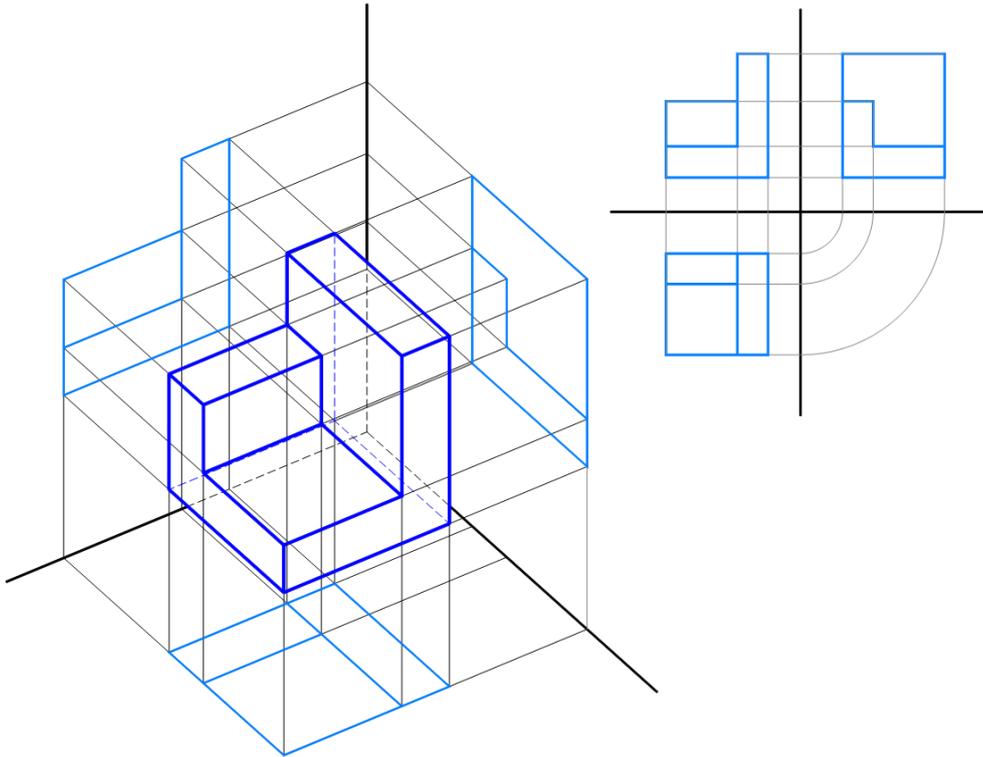
Il metodo delle proiezioni assonometriche introduce rispetto alle proiezioni ortogonali, una terna di piani ortogonali detti "piani assonometrici di riferimento", in cui l'oggetto viene rappresentato mediante due, come nel nostro caso, o talvolta tre proiezioni ortogonali. Sul piano assonometrico, vengono proiettate le tracce dei tre piani del triedro i quali vanno a formare un sistema di assi che costituiscono la struttura di riferimento per le dimensioni e le direzioni degli elementi da rappresentare.



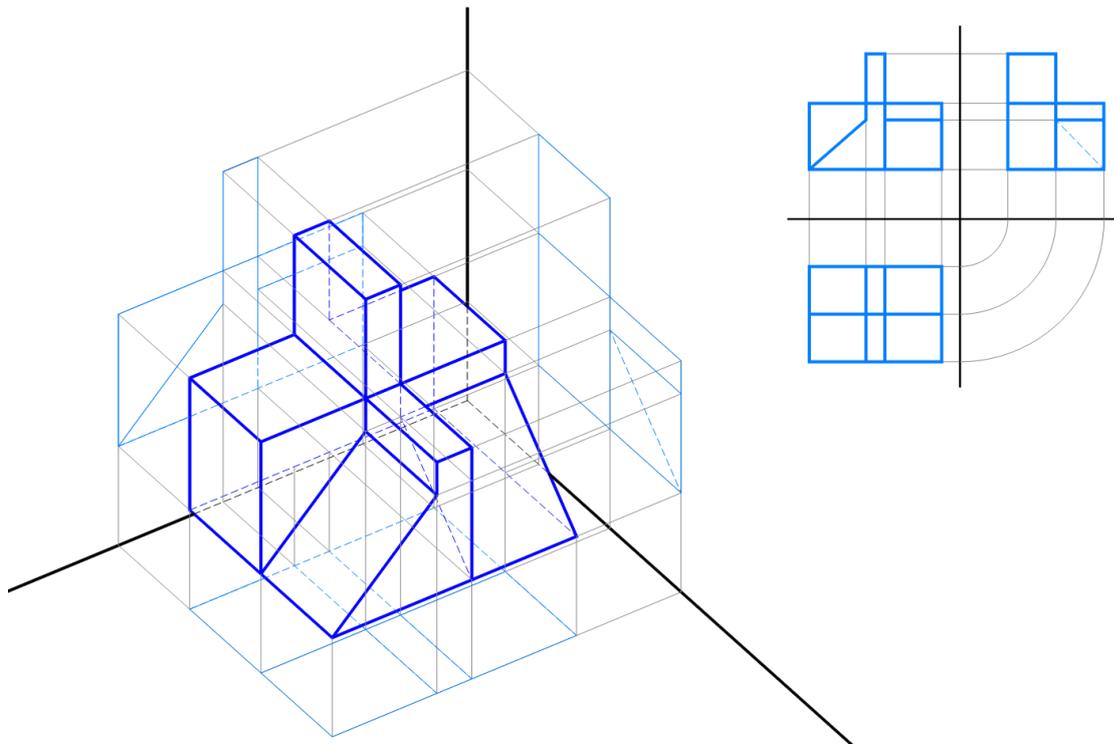
Assonometria ortogonale isometrica metodo indiretto di un solido composto da parti parallele agli assi X, Y, Z.



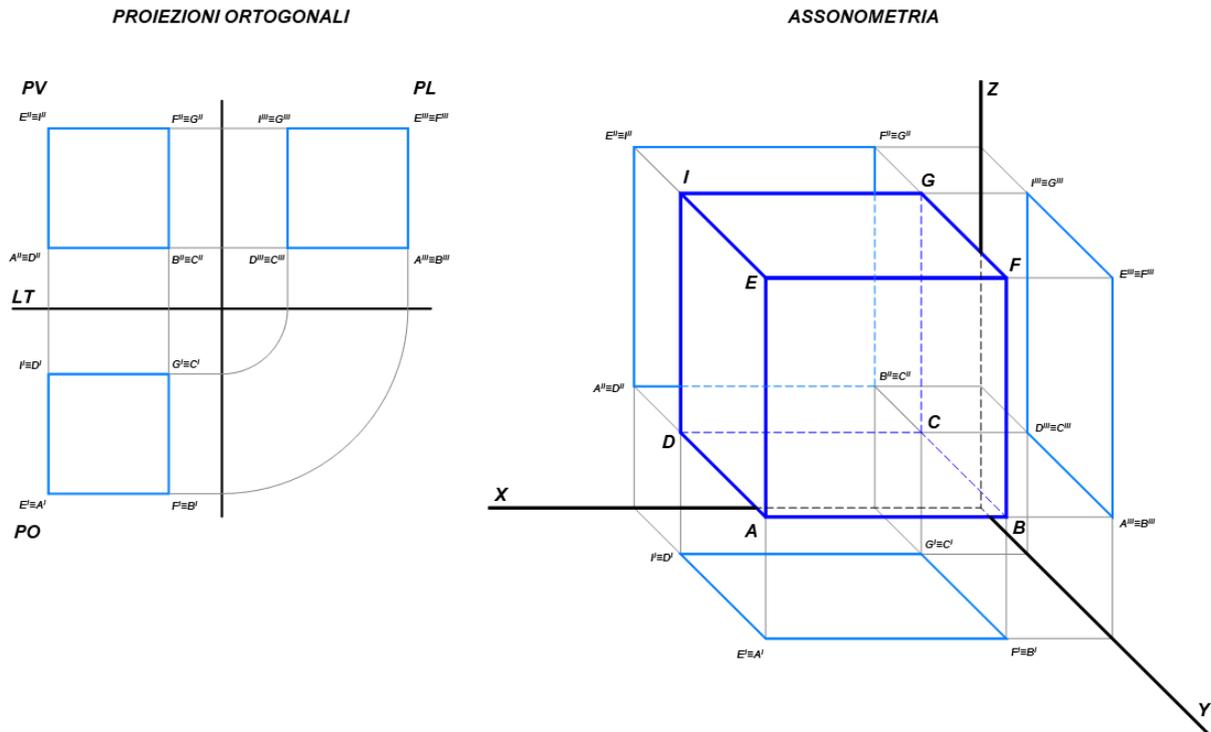
Assonometria ortogonale isometrica metodo indiretto di un solido composto da parti parallele agli assi X, Y, Z e piani inclinati.



Assonometria trimetrica metodo indiretto di un solido composto da parti parallele agli assi X, Y, Z e piani inclinati.



Assonometria ortogonale trimetrica metodo indiretto di un solido composto da parti parallele agli assi X, Y, Z e piani inclinati.



Assonometria cavaliere di un cubo

1 – Proiezione ortogonale

Realizzare la proiezione ortogonale del cubo posto in posizione frontale rispetto ai piani principali.

2 – Impostazione degli assi

Tracciare con direzione orizzontale l'asse X. Tracciare ortogonalmente a X l'asse Z. Tracciare l'asse Y inclinato di 135° rispetto a X e Z.

3 – Proiezioni sui piani assonometrici

Proiettare sul piano XY i raggi con direzione: Y, X. Individuare la proiezione sul piano XY: $E' \equiv A' - F' \equiv B' - G' \equiv C' - I' \equiv D'$.
 Proiettare sul piano XZ i raggi con direzione: Z, X. Individuare la proiezione sul piano XZ: $A'' \equiv D'' - B'' \equiv C'' - F'' \equiv G'' - E'' \equiv I''$.
 Proiettare sul piano YZ i raggi con direzione: Z, Y. Individuare la proiezione sul piano YZ: $A''' \equiv B''' - E''' \equiv F''' - I''' \equiv G''' - D''' \equiv C'''$

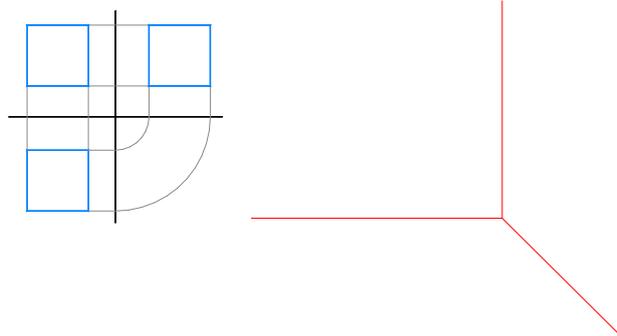
4 – Proiezioni dei punti dell'assonometria

Proiettare dai piani assonometrici, con direzioni X, Y e Z i punti: A – B – C – D – E – F – G – I.

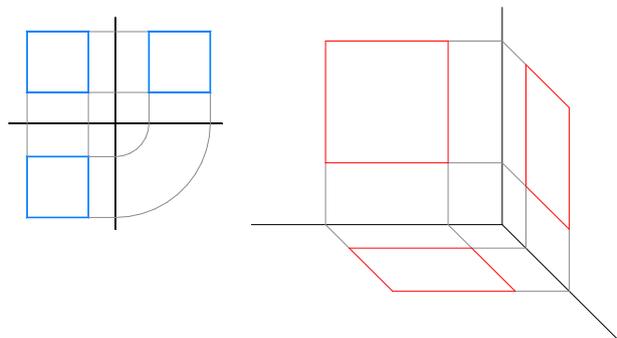
5 – Completamento grafico

Ripassare:

- il contorno dell'assonometria
- le parti a vista interne dell'assonometria
- le parti nascoste dell'assonometria
- le parti a vista della proiezione sul piano XY
- le parti a vista della proiezione sul piano XZ
- le parti nascoste della proiezione sul piano XZ
- le parti a vista della proiezione sul piano YZ
- le parti a vista degli assi
- le parti nascoste degli assi.



Nell'assonometria cavaliere si ipotizza la posizione dell'osservatore a distanza infinita, raggi proiettanti di conseguenza paralleli e inclinati rispetto al quadro assonometrico. In funzione dell'inclinazione dei raggi, gli assi XZ sono ortogonali fra loro mentre gli assi XY e YZ formano fra loro angoli uguali di 135° . La peculiarità più significativa dell'assonometria cavaliere è la possibilità di poter rappresentare sul piano XZ figure piane in vera forma e grandezza se poste in condizione di parallelismo. Ritroviamo la situazione proiettiva dell'esercizio in oggetto. Il cubo infatti, staccato dai tre piani di proiezione, presenta le facce parallele rispetto ad essi. Dal punto di vista pratico la proiezione ortogonale sul piano verticale coinciderà con la proiezione sul piano XZ dell'assonometria. Si consiglia, infatti di rappresentare, anche nei metodi assonometrici diretti, la proiezione ortogonale, al fine di chiarire con più evidenza il rapporto fra la forma del solido e la sua posizione rispetto ai piani. Il confronto fra due, o più metodi proiettivi utilizzati per la rappresentazione dello stesso oggetto, rappresenta un valido approccio per evidenziare le specifiche peculiarità dei sistemi di rappresentazione grafica. Questo procedimento, in particolare, potrebbe essere semplificato dimezzando le misure del solido.



Dopo avere impostato le direzioni degli assi e conseguentemente dei rispettivi raggi proiettanti, X, Y e Z, si procede rappresentando le tre proiezioni sui piani XY, XZ e YZ. Si conferma la proiezione sul piano XZ in vera forma e grandezza del solido.

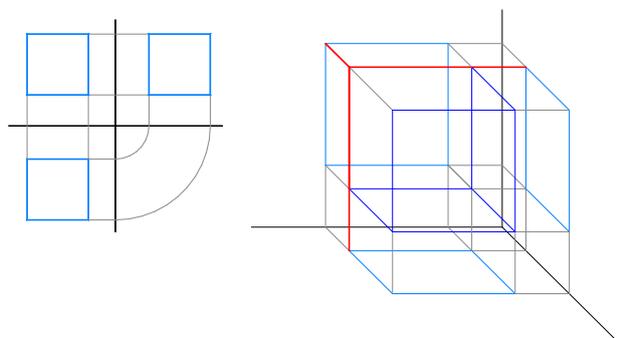
L'immagine assonometrica sarà data dall'intersezione dei raggi proiettanti:

X passante per i punti della proiezione sul piano YZ

Y passante per i punti della proiezione sul piano XZ

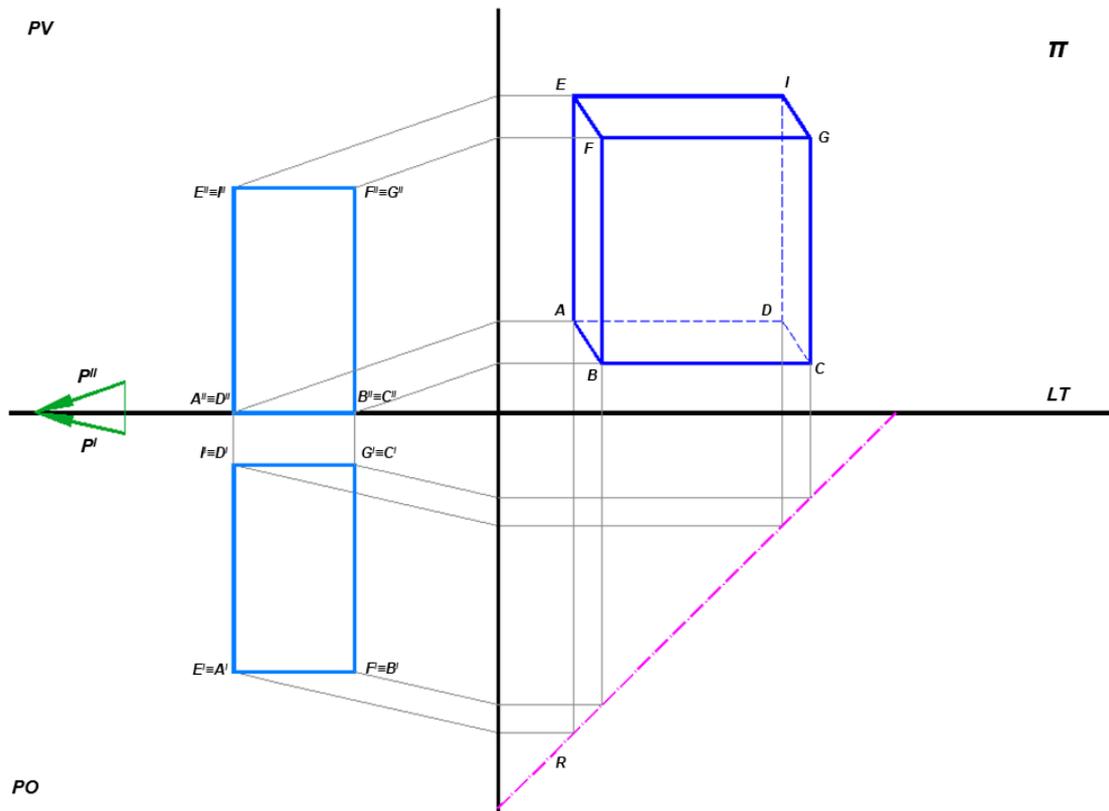
Z passante per i punti della proiezione sul piano XY.

Ad esempio il raggio proiettante Z passante per A^I , il raggio proiettante Y passante per A^{II} , il raggio proiettante X passante per A^{III} , si incontrano nel punto A dell'assonometria. Seguendo lo stesso procedimento per tutti i punti si ottiene la rappresentazione assonometrica del cubo.



Per completare la proiezione sarà necessario individuare e rappresentare con linea continua di spessore adeguato, oltre al contorno esterno, le parti a vista della figura. Le parti non direttamente toccate dai raggi proiettanti, ovvero nascoste, saranno rappresentate con linea tratteggiata di spessore pari a $\frac{1}{2}$ delle parti a vista.

Assonometria obliqua | Solidi



Assonometria cavaliera di un parallelepipedo (metodo indiretto)

1 – Impostazione dei piani di proiezione

Tracciare la linea di terra LT. Individuare la traccia verticale e determinare i piani: orizzontale PO, verticale PV e assonometrico π .

2 – Proiezioni ortogonali

Proiezione sul PO del parallelepipedo di base ABCD. Individuare l'altezza H del solido. Proiettare il solido sul PV. Completamento della proiezione dei punti sul PV. Ripassare a vista il contorno della seconda proiezione.

3 – Asse del ribaltamento dei raggi proiettanti

Tracciare a 45° rispetto alla linea di terra l'asse R del ribaltamento dei raggi proiettanti provenienti dal PO.

4 – Impostazione della direzione obliqua dei raggi proiettanti

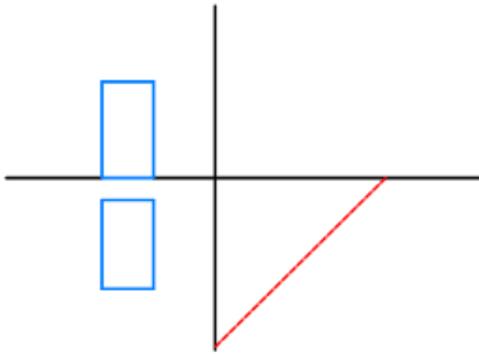
Tracciare P^I e P^{II} le proiezioni dei raggi proiettanti obliqui rispetto al piano assonometrico.

5 – Proiezione assonometrica

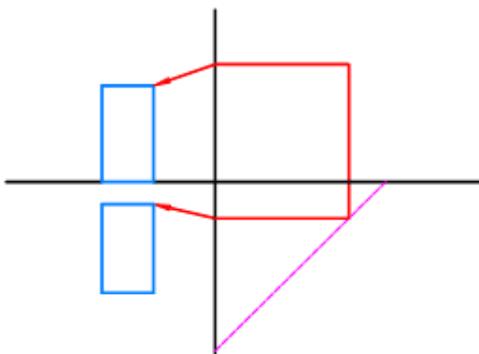
Individuare i punti assonometrici tracciando P^I e P^{II}, le direzioni orizzontali passanti per le intersezioni con il piano π e la verticale per l'intersezione con l'asse di ribaltamento: B – C – G – F – A – D – I – E.

6 – Completamento grafico

Rappresentazione a vista del contorno dell'assonometria. Parti a vista interne. Parti nascoste interne.

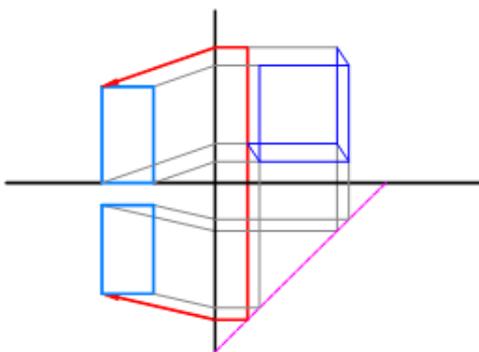


Impostiamo un'assonometria cavaliere utilizzando questa volta un metodo indiretto, ovvero ricavando l'immagine assonometrica dalle proiezioni ortogonali. Rappresentiamo un parallelepipedo in doppia proiezione ortogonale appoggiato al piano orizzontale e con le facce frontali parallele al piano assonometrico π individuato dalla traccia verticale ortogonale alla linea di terra. Impostiamo, al fine di riportare i dati relativi all'oggetto, un asse di ribaltamento inclinato di 45° fra la linea di terra e la traccia del piano assonometrico π . Il piano delimitato dalla linea di terra e dalla traccia verticale, rappresenta il ribaltamento del piano assonometrico π .

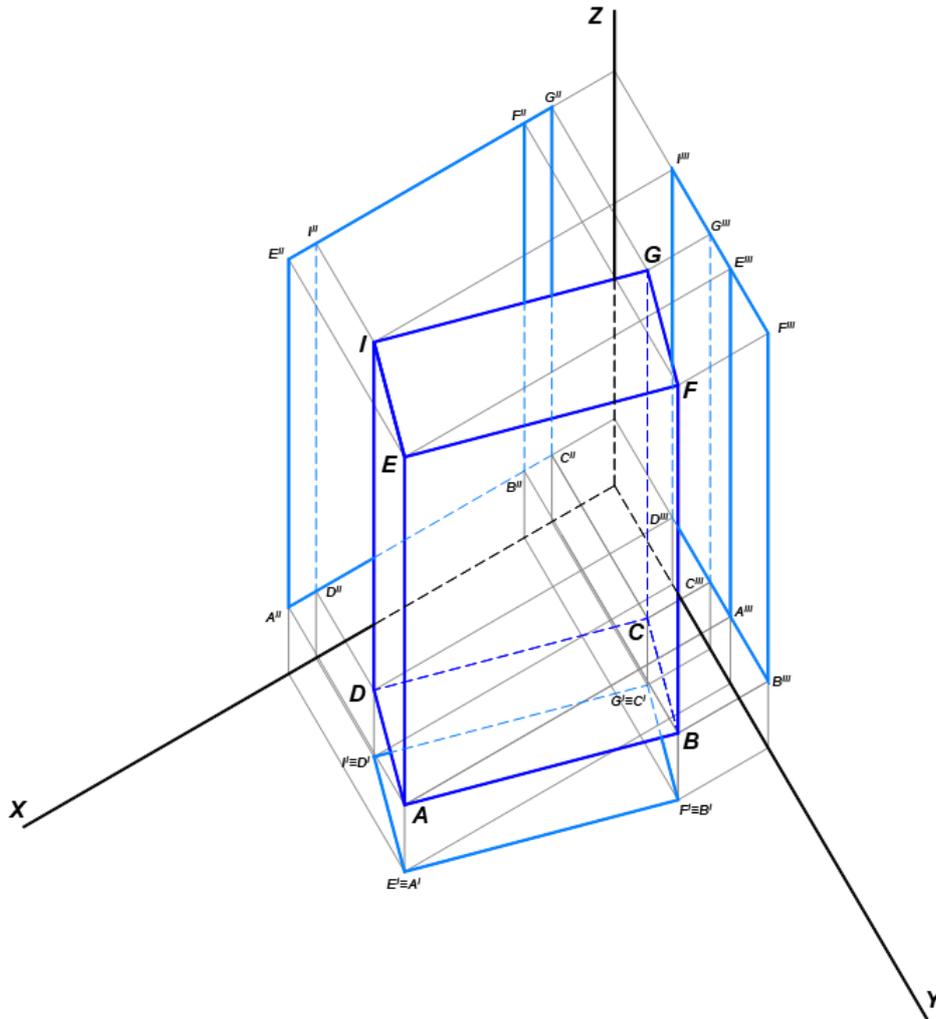


Impostare adesso la direzione dei raggi proiettanti inclinati, tracciare e riportare ortogonalmente nell'intersezione con il piano assonometrico e verticalmente rispetto all'intersezione con l'asse inclinato di 45° .

Riportare sul piano assonometrico tutti i vertici del solido in prima e seconda proiezione secondo lo schema proposto. L'analisi della direzione e del verso dei raggi proiettanti ci permetterà di definire e rappresentare le parti a vista e nascoste del solido.



Nell'assonometria obliqua, in linea del tutto generale, i raggi proiettanti uscenti dal punto di vista intersecano il piano assonometrico formando un angolo diverso da 90° e la posizione della terna triortogonale di riferimento può, sempre teoricamente, essere comunque disposta nello spazio. Nella pratica fra le infinite assonometrie oblique che si possono impostare, si privilegeranno alcune tipologie, più facilmente utilizzabili rispetto ad altre. Fra queste, l'assonometria obliqua cavaliere in cui il piano di proiezione viene disposto parallelamente a uno dei piani del triedro, in genere XZ ma non è esclusa la possibilità di utilizzare il piano YZ. Il sistema di assi così ottenuto, in cui si ha un angolo di 90° compreso fra l'asse Z e uno fra X e Y, solitamente coincide con il prospetto frontale o laterale dell'oggetto da rappresentare.



Assonometria monometrica di un parallelepipedo

1 – Impostazione degli assi XYZ

Impostare i piani assonometrici in modo che gli angoli compresi fra gli assi risultino:

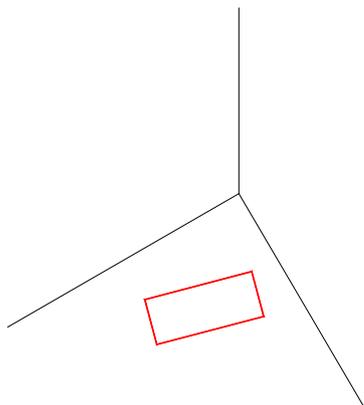
X e $Y = 90^\circ$; X e $Z = 120^\circ$; Y e $Z = 150^\circ$

2 – Proiezione sui piani assonometrici XY, XZ e YZ.

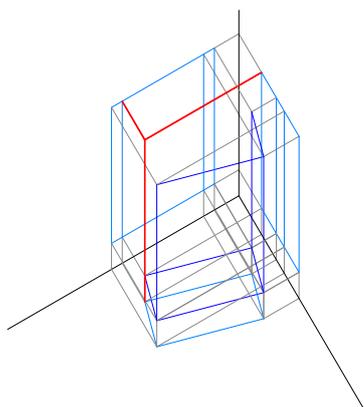
Proiettare il solido sul PO con misure dei lati e angoli interni oggettivi. Definire i punti della figura in prima proiezione. Proiettare i punti con direzione Y sull'asse X e analogamente con direzione X sull'asse Y . Tracciare i raggi proiettanti con direzione Z nelle intersezioni sull'asse X . Tracciare i raggi proiettanti con direzione Z nelle intersezioni sull'asse Y . Tracciare le direzioni X sul piano XZ e individuare i punti del solido in seconda proiezione. Tracciare le direzioni Y sul piano YZ e individuare i punti del solido in terza proiezione. Proiettare con direzioni: Z dal piano XY ; Y dal piano XZ ; X dal piano YZ ; le proiezioni del solido sui piani XYZ .

3 – Proiezione assonometrica

Proiettare dalle proiezioni sui piani con direzioni X , Y e Z i punti: $A - B - C - D - E - F - G - I$. Individuare e tracciare le parti a vista dell'assonometria. Individuare e tracciare le parti nascoste dell'assonometria. Individuare e tracciare: le parti a vista delle proiezioni sui piani assonometrici, le parti nascoste delle proiezioni sui piani assonometrici. Rappresentare: le parti a vista e nascoste degli assi X , Y e Z .

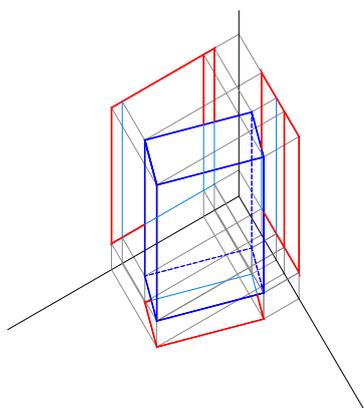


L'assonometria cavaliera militare monometrica presuppone la posizione del piano assonometrico π , parallelo agli assi X e Y. Questo significa che la proiezione nel piano XY dell'assonometria si presenterà in vera forma e grandezza. Sarà quindi opportuno utilizzare questo tipo di metodo proiettivo ogni qualvolta si intenda privilegiare la rappresentazione sul piano XY rispetto ai piani XZ e YZ. Nel caso in oggetto si può ad esempio impostare il parallelepipedo in posizione generica, rappresentando con orientamento a piacere il rettangolo di base sul piano XY.



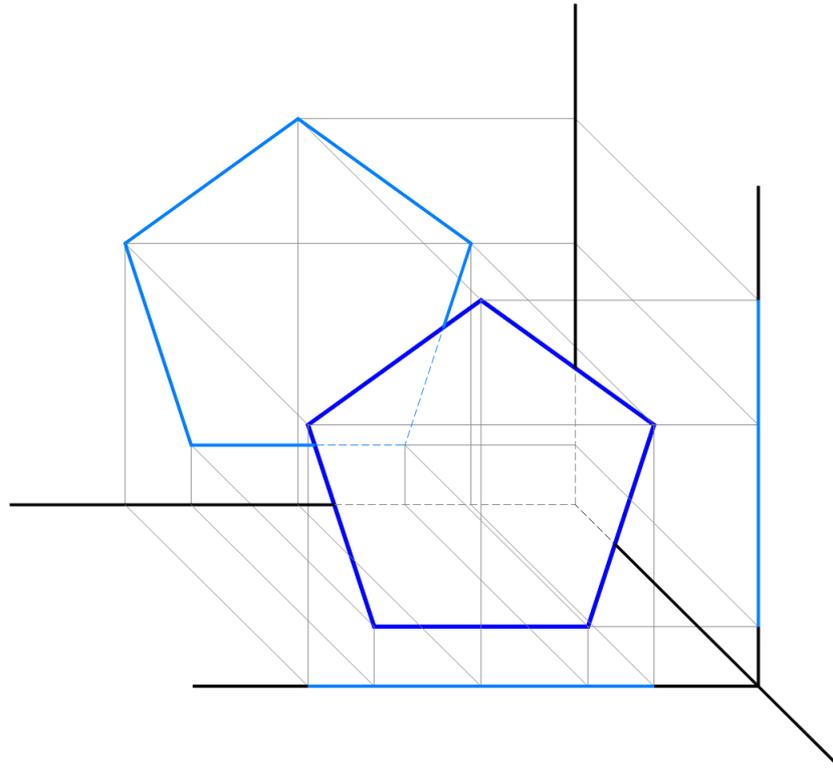
Utilizzando per i raggi proiettanti le direzioni degli assi X, Y e Z determinare le proiezioni del parallelepipedo sui piani assonometrici corrispondenti alle proiezioni ortogonali: XY piano orizzontale, XZ piano verticale e YZ piano laterale. Si tenga conto del fatto che le quote sull'asse Z saranno, nel sistema monometrico, uguali a quelle delle proiezioni ortogonali. Definite le proiezioni sui piani assonometrici XY, XZ e YZ si procede alla definizione del solido in assonometria. Si procede quindi alla proiezione dei raggi con direzione X, Y e Z passanti per le tre proiezioni del solido. Possiamo utilizzare questo metodo anche come ulteriore verifica del lavoro svolto poiché, se la proiezione è corretta, i tre raggi proiettanti passanti per le tre proiezioni di un punto devono necessariamente incontrarsi nel corrispondente punto dell'assonometria.

Nell'ultima fase esecutiva, avendo come riferimento la direzione e il verso dei raggi proiettanti, si devono individuare le parti a vista e nascoste dell'assonometria, degli assi e delle proiezioni sui piani assonometrici XY, XZ e YZ, in quanto parzialmente coperte dalla proiezione assonometrica.

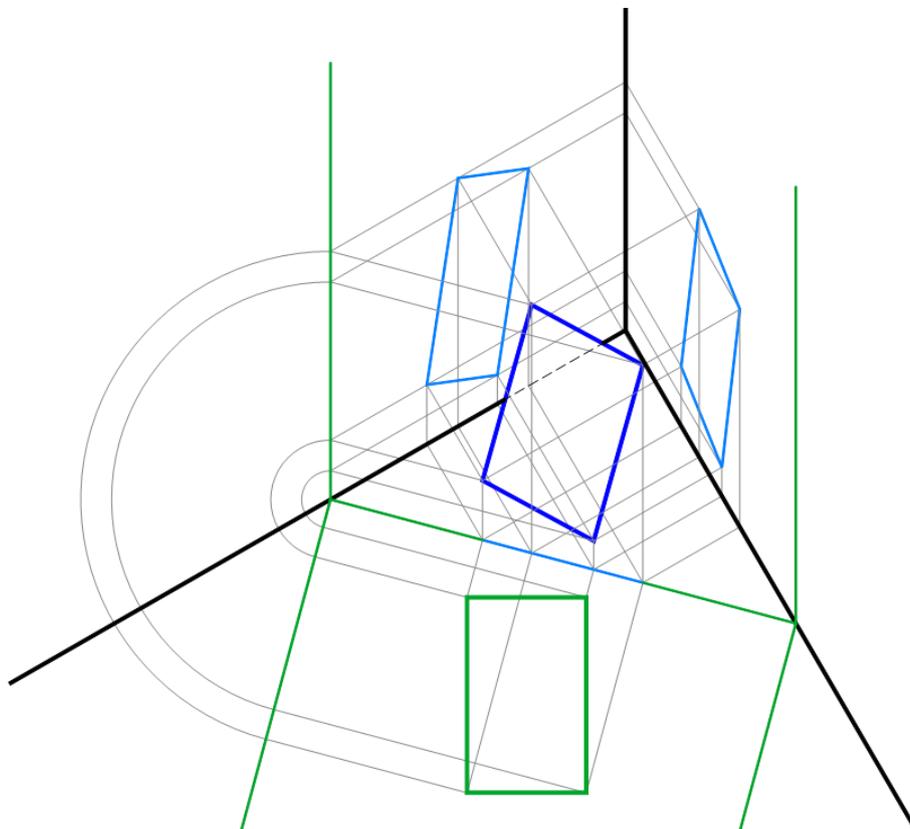


L'assonometria cavaliera militare prevede un angolo di 90° sul piano orizzontale compreso quindi fra gli assi X e Y. Il suo utilizzo è molto diffuso in ambito architettonico, poiché permette di disegnare direttamente la pianta e poi di tracciare le verticali parallele all'asse Z, direttamente da essa. Le assonometrie oblique generano una dimensione eccessiva sull'asse delle profondità. Per mitigare questo effetto, si usa ridurre, in genere della metà, il valore delle unità di misura sull'asse delle profondità.

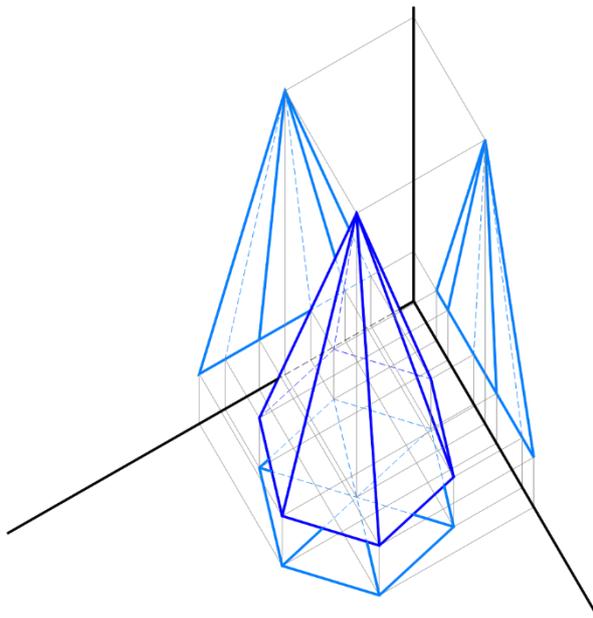
Assonometria obliqua | Approfondimenti



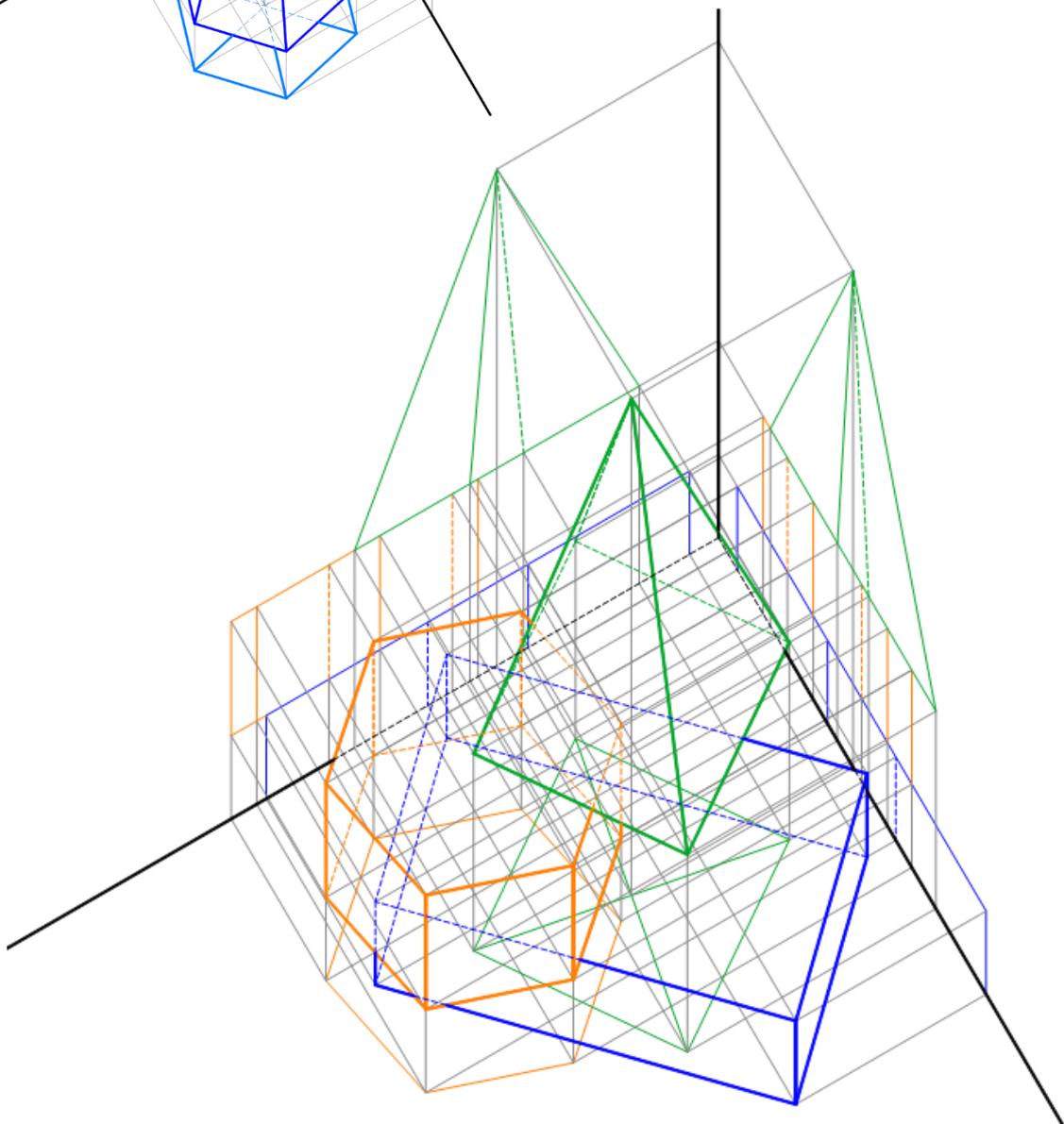
Pentagono parallelo al piano XZ in assonometria cavaliere



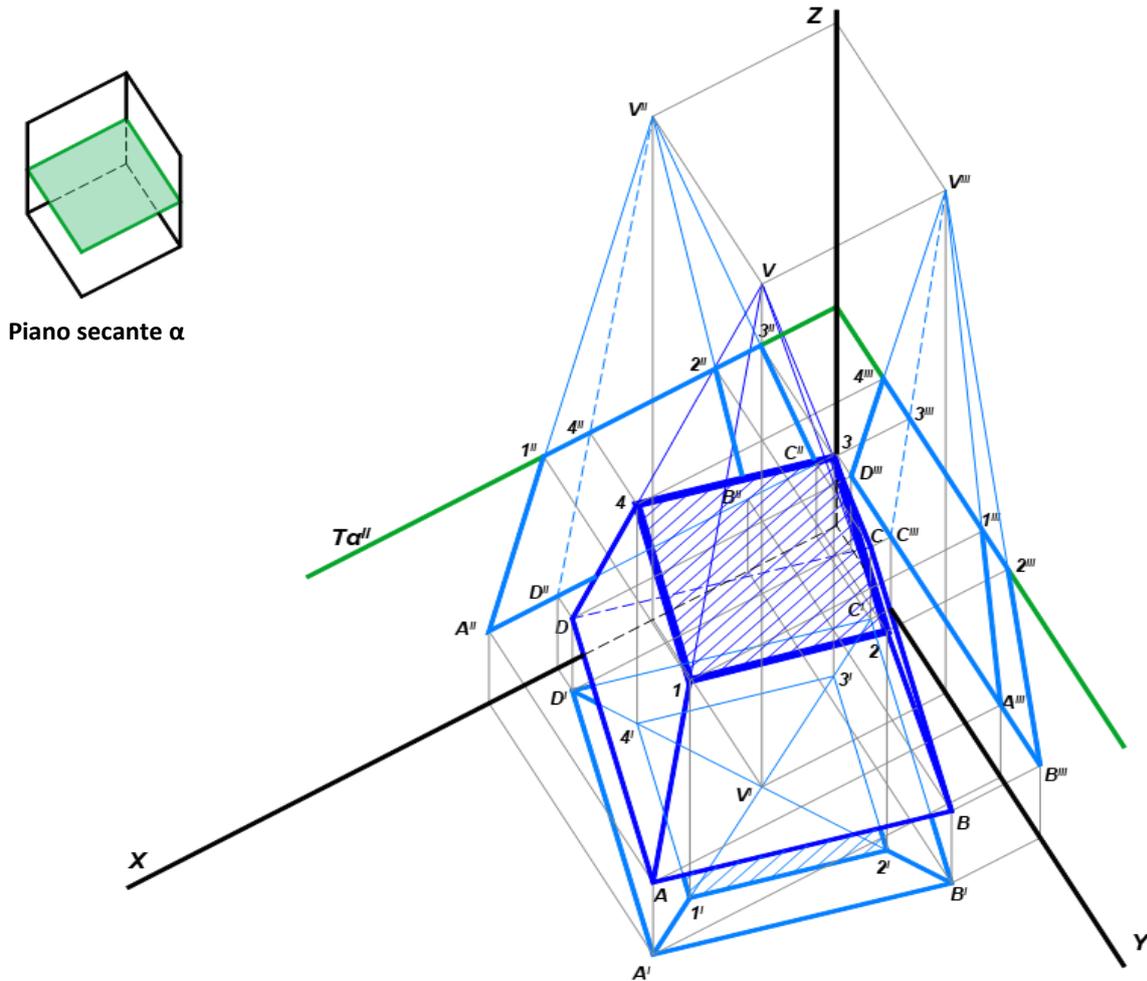
Assonometria monometrica di rettangolo ortogonale al piano XY e inclinato ai piani XZ e YZ



Assonometria monometrica di una piramide a base esagonale



Assonometria obliqua monometrica: Solidi sovrapposti (Parallelepipedo, prisma a base esagonale e piramide a base quadrata)



Sezione assonometrica di una piramide a base quadrata con piano secante orizzontale

1 – Impostazione degli assi

Tracciare gli assi: $X Y Z$: $XY = 90^\circ$ $XZ = 120^\circ$ $YZ = 150^\circ$. $U_x = U_y = U_z = 1$

2 – Proiezione sul piano XY

Tracciare in posizione generica il quadrato ABCD. Determinare V nell'intersezione con le diagonali AC e BD. Proiettare ABCD e V sull'asse X, con direzione Y. Proiettare ABCD e V sull'asse Y, con direzione X.

3 – Proiezione sul piano XZ

Tracciare i raggi X corrispondenti alle quote della base e del vertice della piramide. Tracciare i raggi Z passanti per le intersezioni dei raggi con l'asse X. Individuare la proiezione della piramide sul piano XZ: AC-AV-CV-BV-DV.

4 – Proiezione sul piano YZ

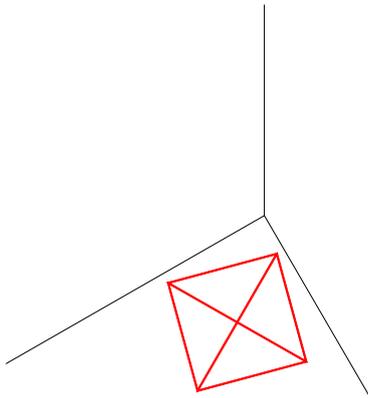
Tracciare i raggi Y corrispondenti alla quota della base e del vertice della piramide. Tracciare i raggi Z passanti per le intersezioni dei raggi con l'asse Y. Individuare la proiezione della piramide sul piano YZ: DB-DV-BV-AV-CV.

5 – Assonometria della piramide

Con raggi proiettanti aventi direzioni X Y e Z determinare i punti: A-B-C-D-V.

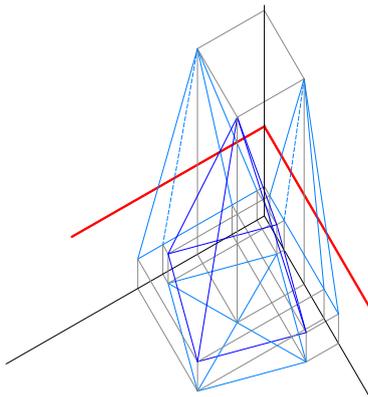
6 – Determinazione della sezione

Individuare il piano di sezione orizzontale, determinando le tracce orizzontali $T\alpha''$ e $T\alpha'''$. Proiettare e unire sull'assonometria i punti di intersezione fra le tracce del piano sezionante e le proiezioni del solido: 1-2-3-4. Evidenziare con linea continua di spessore doppio il contorno della sezione. Campire la superficie di sezione con tratteggio inclinato di 45° .

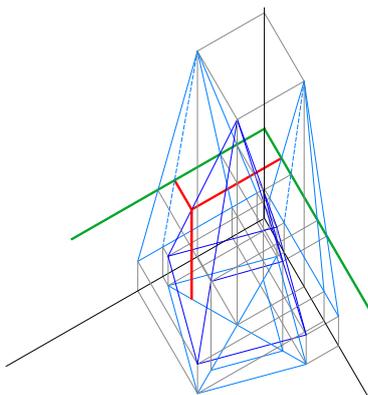


Vediamo adesso come determinare, dopo averne realizzato la proiezione assonometrica, una sezione orizzontale della piramide. Impostare gli assi assonometrici X, Y e Z con angolazione XY 90°, XZ 120°, YZ 150° e rappresentare una piramide a base quadrata parallela al piano XY, genericamente ruotata rispetto agli altri due piani XZ e YZ.

Utilizzando il metodo assonometrico ortogonale monometrico presentato in precedenza, proiettare prima il solido sui piani XZ e YZ e successivamente con direzioni X, Y e Z passanti per i punti delle tre proiezioni così individuate, determinare l'assonometria della piramide rappresentando, per il momento, con segno di costruzione sia le parti a vista che quelle nascoste. A questo punto dobbiamo impostare il piano secante orizzontale che avrà le tracce sui piani XZ e YZ rispettivamente parallele agli assi X e Y. Tale piano interseca il solo asse Z alla quota scelta o richiesta per effettuare la sezione del solido. In particolare notiamo che le tracce del piano secante "tagliano" le proiezioni della piramide dividendola in due parti, superiore e inferiore. Immaginiamo quindi di asportare la parte superiore del solido e di rappresentare la parte inferiore "sezionata".

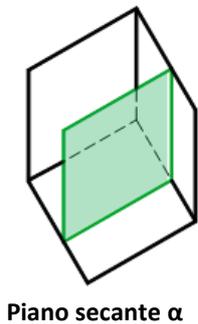
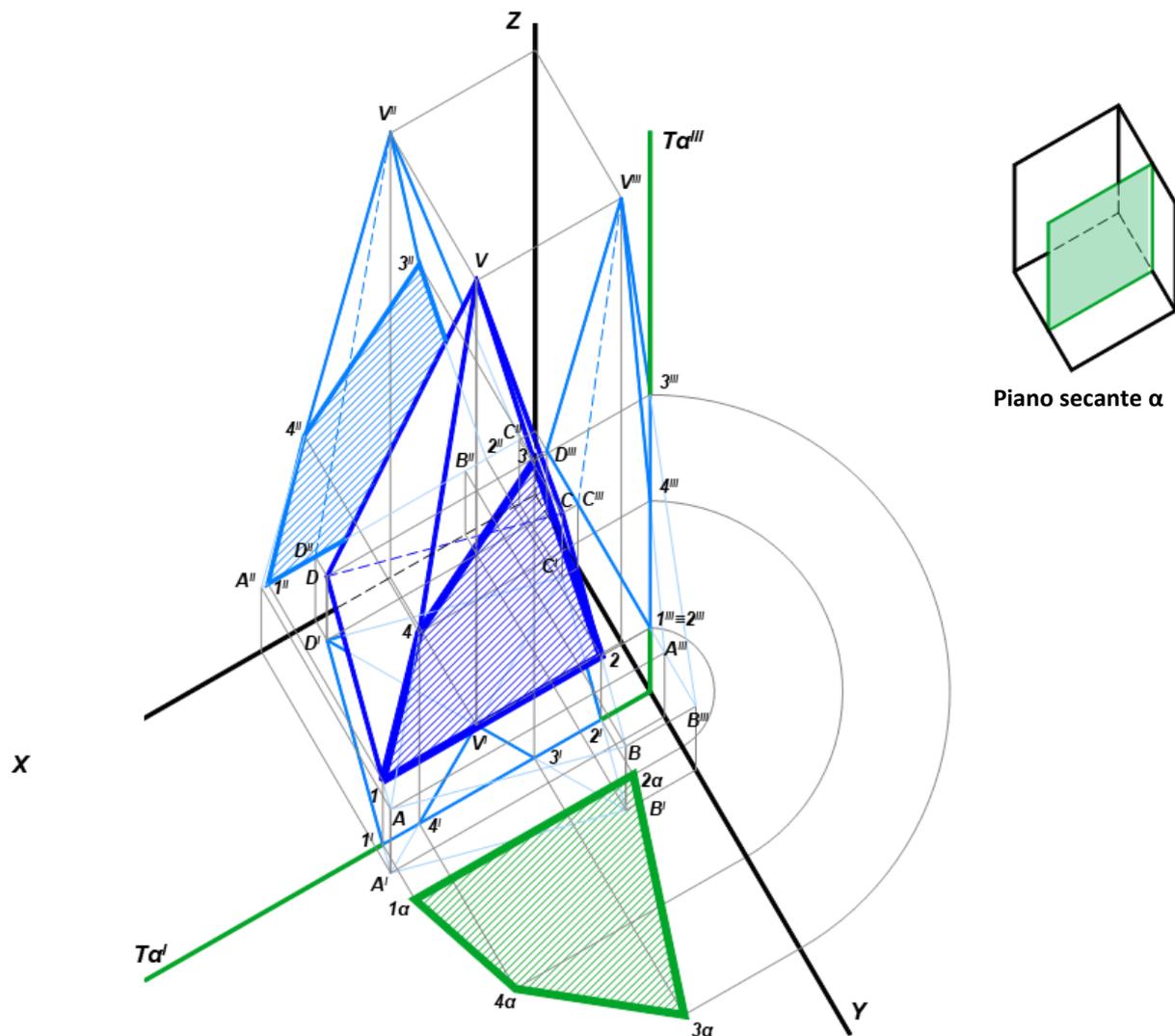


Proiettare con direzione X, Y, sull'assonometria, le intersezioni fra le proiezioni sui piani YZ, XZ e le tracce in seconda e terza proiezione del piano secante. Queste proiezioni si incontrano in un punto dell'assonometria e individuano la superficie di sezione del solido in vera forma e grandezza dal momento che si proietta su un piano ad essa parallelo. Completare la rappresentazione delle proiezioni sui tre piani assonometrici e sull'assonometria tenendo conto che il contorno della sezione avrà uno spessore pari al doppio rispetto alle parti a vista mentre la superficie di sezione sarà "campita" con un tratteggio inclinato rispetto alla forma della sezione.



La versatilità dell'assonometria ci permette di passare dall'urbanistica, all'architettura fino alla rappresentazione di piccoli oggetti di uso quotidiano. In particolare si può rappresentare con l'assonometria lo spazio interno eliminando e non rendendo visibili alcune facce del volume esterno, oppure tagliando la figura con uno o più piani di sezione e rimuovendone alcune parti come nello "spaccato assonometrico".

Assonometria | Sezioni



Sezione assonometrica di una piramide a base quadrata con piano secante parallelo a XZ

1 – Prima fase

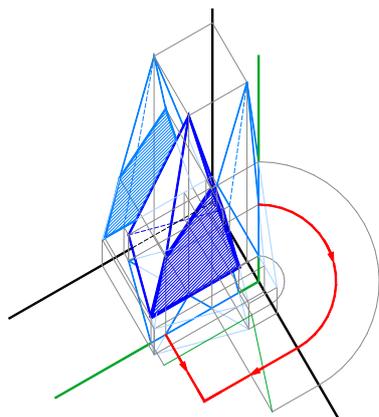
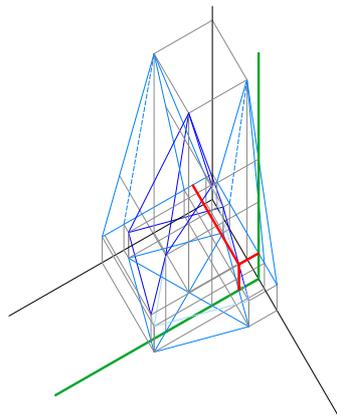
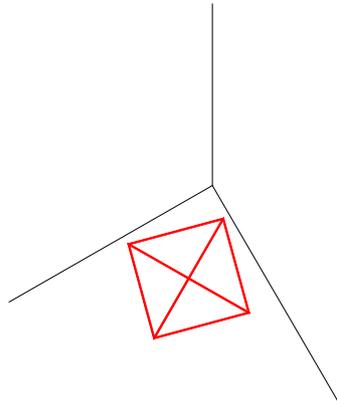
Procedere all'impostazione degli assi, proiezione sui piani (XY, XZ e YZ), e assonometria della piramide in modo del tutto analogo all'esercizio precedente "Sezione assonometrica di una piramide a base quadrata con piano secante orizzontale"

2 – La sezione assonometrica

Impostare il piano di sezione α parallelo a XZ: Tracciare la $T\alpha^I$ e la $T\alpha^{III}$. Individuare e proiettare i punti di sezione: 1 su AD; 4 su AV; 3 su BV; 2 su BC. Determinare la sezione assonometrica unendo i punti 1-2-3-4. Evidenziare con linea continua di spessore doppio il contorno della sezione. Campire la superficie di sezione con tratteggio inclinato di 45° .

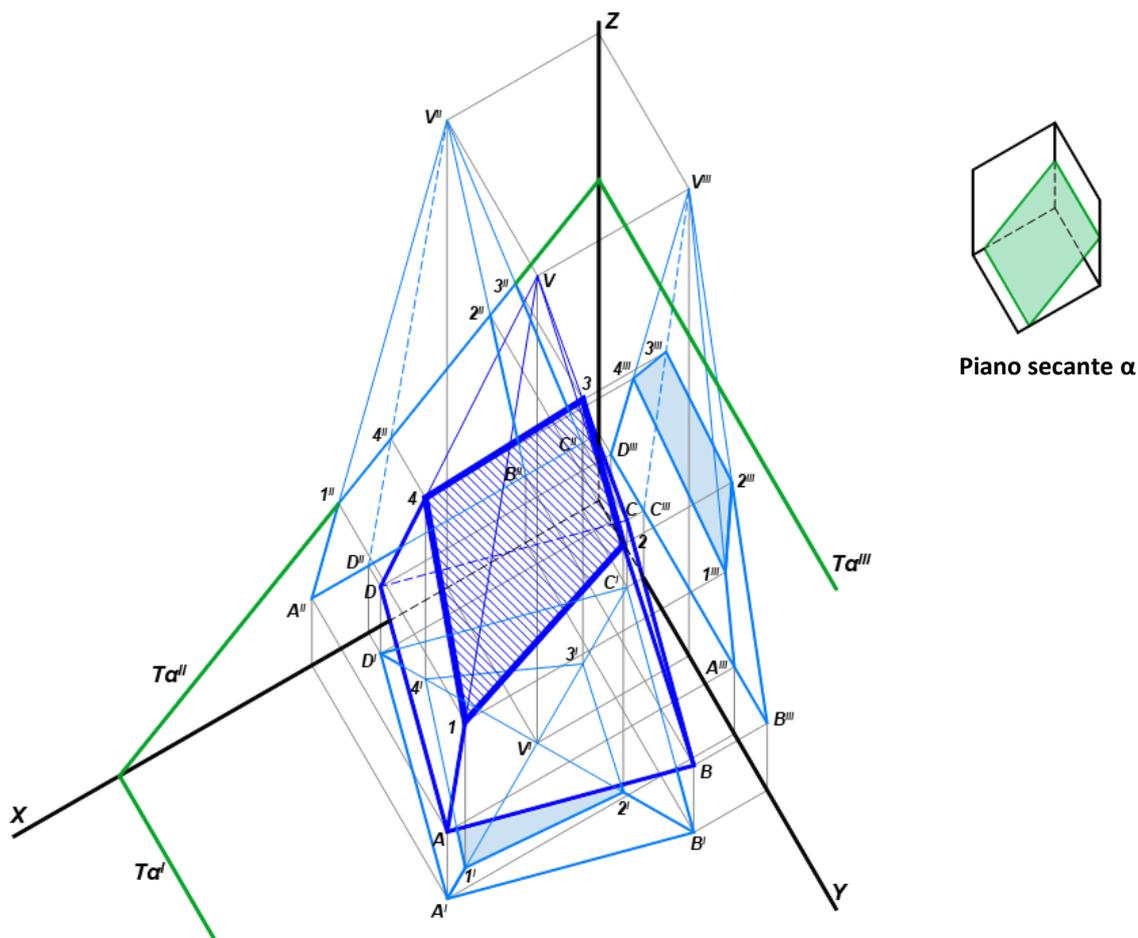
3 – Determinazione della sezione oggettiva (Vera forma)

Determinare la sezione in vera forma, ribaltando sul piano oggettivo XY i punti 1, 2, 3 e 4 secondo le direzioni esemplificate nello schema proiettivo: 1 – 2 – 3 – 4. Ripassare con spessore doppio rispetto alle parti a vista il contorno 1-2-3-4. Campire con tratteggio inclinato la superficie di sezione.



Determinare, dopo averne realizzato la proiezione assonometrica, una sezione della piramide con un piano secante verticale parallelo al piano assonometrico XZ. Impostare una assonometria cav aliera militare monometrica disponendo gli assi X, Y e Z con angolazione XY 90°, XZ 120°, YZ 150° e rappresentare una piramide a base quadrata parallela al piano XY, genericamente ruotata rispetto agli altri due piani XZ e YZ. Dopo avere proiettato il solido sui piani XZ e YZ, determinare l'assonometria della piramide rappresentando, con segno di costruzione sia le parti a vista che quelle nascoste. Impostare il piano secante verticale che avrà le tracce sui piani XY e YZ rispettivamente parallele agli assi X e Z. Il piano che interseca il solo asse Y, seziona il solido dividendolo in due parti, anteriore e posteriore. Non consideriamo la parte anteriore e rappresentiamo la parte posteriore "sezionata" del solido. La proiezione sul piano YZ ci permette di determinare con univocità i punti di intersezione fra il piano secante e la piramide. Partendo da questi punti determinare le proiezioni della piramide sezionata sui piani XY, XZ e YZ. Determinare successivamente i punti di sezione sull'assonometria proiettando con direzione X, Y e Z i corrispondenti punti sui tre piani assonometrici. Completare la rappresentazione grafica del contorno della sezione con spessore pari al doppio rispetto alle parti a vista mentre la superficie di sezione sarà "campita", come di consueto, con un tratteggio inclinato rispetto alla forma della sezione. L'immagine della sezione così ottenuta, presenta delle deformazioni derivanti dalla deformazione angolare del piano XZ. Per ottenere la sezione in vera forma e grandezza dovremmo ribaltare il piano di sezione, sull'unico piano dell'assonometria non interessato da deformazioni angolari ovvero il piano XY. Proiettando i raggi dai punti della sezione sul piano XY, ribaltando le quote Z dei punti dalla traccia del piano secante sul piano YZ e proiettando in seguito ortogonalmente all'asse Y, nell'intersezione si determina la sezione oggettiva in vera forma e grandezza.

I disegni di rilievo o di progetto, sono sempre eseguiti con il metodo delle proiezioni ortogonali poiché realizzati, nelle parti fondamentali, in condizioni di parallelismo con i piani di proiezione e mantengono, secondo la scala metrica di riferimento, le dimensioni oggettive.



Sezione assonometrica di una piramide a base quadrata con piano secante perpendicolare a XZ e inclinato rispetto a XY e YZ

1 – Prima fase

Procedere all'impostazione degli assi, proiezione sui piani (XY, XZ e YZ), e assonometria della piramide in modo del tutto analogo all'esercizio "Sezione assonometrica di una piramide a base quadrata con piano secante orizzontale".

2 – Determinazione del piano di sezione α

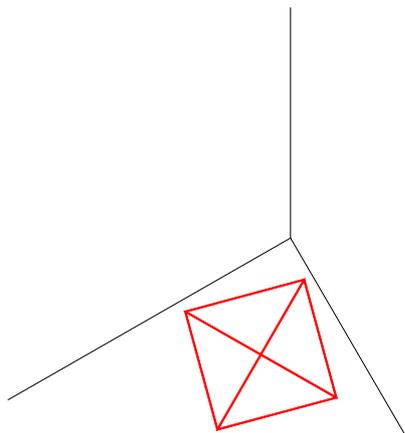
Individuare il piano di sezione inclinato. $T\alpha^I$ intercetta la piramide nei punti: 1 (AV); 2 (BV); 3 (CV); 4 (DV). Tracciare $T\alpha^I$ e $T\alpha^{III}$.

3 – Individuazione della sezione

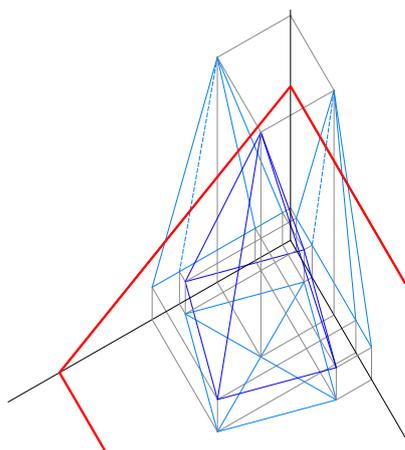
Proiettare sull'assonometria i punti di intersezione fra le tracce del piano sezionante e le proiezioni del solido: 1-2-3-4. Evidenziare con linea di spessore doppio il contorno della sezione. Evidenziare il contorno delle parti a vista esterne. Evidenziare il contorno delle parti a vista interne. Evidenziare le parti nascoste. Campire la superficie di sezione.

4 – Completamento grafico delle proiezioni sui piani XYZ

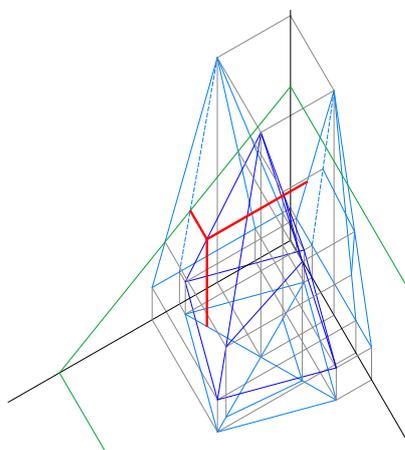
Evidenziare le parti della proiezione XY non coperte dall'assonometria. Evidenziare: le parti della proiezione XZ non coperte dall'assonometria; le parti della proiezione YZ. Ripassare le parti a vista degli assi XYZ e le parti nascoste degli assi XYZ. Evidenziare le tracce del piano secante α .



Impostare una assonometria cavaliera militare monometrica disponendo gli assi X, Y e Z con angolazione XY 90°, XZ 120°, YZ 150° e rappresentare una piramide a base quadrata parallela al piano XY, genericamente ruotata rispetto agli altri due piani XZ e YZ. Determinare, dopo averne realizzato la proiezione assonometrica, una sezione della piramide con un piano secante ortogonale al piano XZ e inclinato rispetto ai piani assonometrici XY e YZ. Completare la proiezione sui piani XZ e YZ, e in seguito determinare l'assonometria della piramide rappresentando, sia le parti a vista che quelle nascoste con segno di costruzione. Il piano secante ortogonale al piano XZ avrà la seconda traccia sul medesimo piano inclinata, mentre la prima e la terza traccia, rispettivamente sui piani XY e YZ, avranno la direzione parallela all'asse Y.



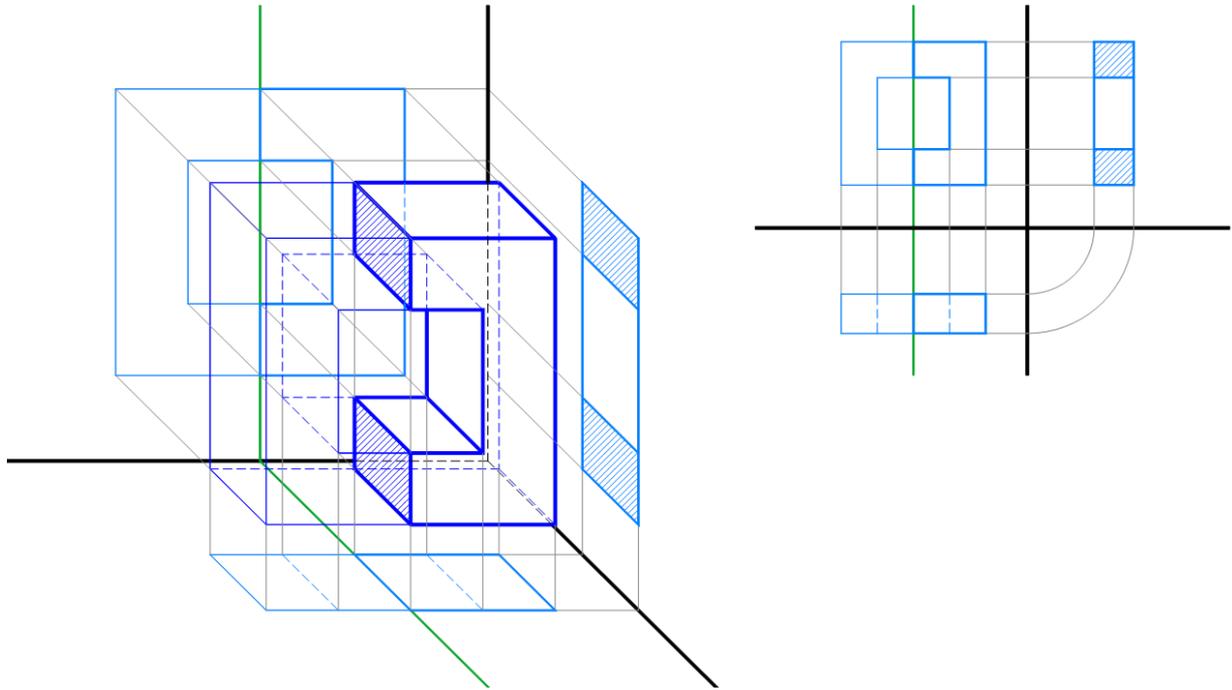
Il piano seziona il solido dividendolo in due parti, superiore contenente il vertice della piramide e inferiore contenente la base. Escludendo dalla rappresentazione la parte superiore, rappresentiamo la parte inferiore "sezionata" del solido. La traccia del piano secante rappresentata sul piano XZ ci permette di determinare con univocità i punti di intersezione con la piramide. Partendo da questi punti determinare le proiezioni della piramide sezionata sui piani XY, XZ e YZ. Determinare in seguito i punti della sezione sull'assonometria proiettando con direzione X, Y e Z i corrispondenti punti sui tre piani assonometrici.



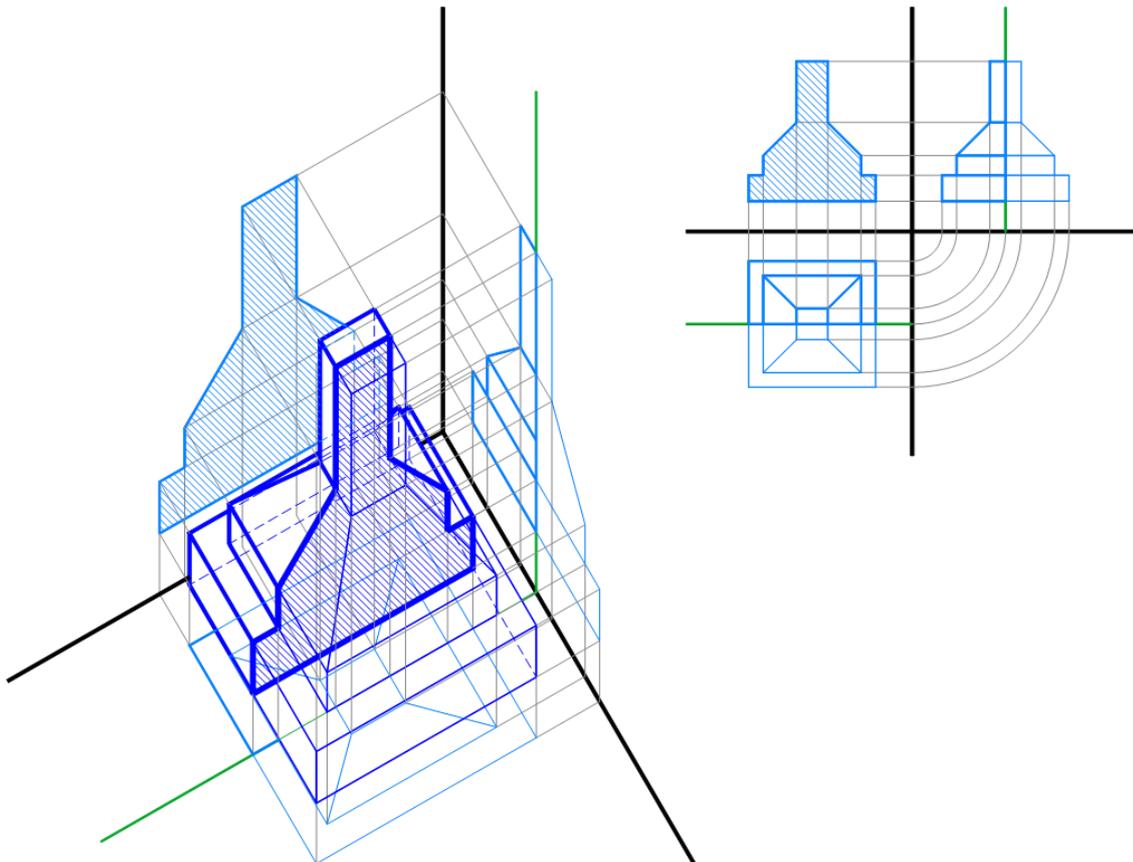
Completare la rappresentazione grafica, completando le parti a vista e nascoste del solido sezionato, del contorno della sezione con spessore pari al doppio rispetto alle parti a vista e della campitura della sezione con tratteggio inclinato. La scarsa utilità pratica di questa tipologia di sezione, derivante essenzialmente dalla proiezione deformata della superficie di sezione, è comunque ben compensata dal forte impatto visivo della rappresentazione e dalla significativa quantità di dati relativi alla sua forma.

Tra gli elaborati di completamento acquistano un rilievo particolare le sezioni assonometriche, siano esse orizzontali, verticali o inclinate, che permettono una migliore analisi delle strutture interne dell'oggetto rappresentato.

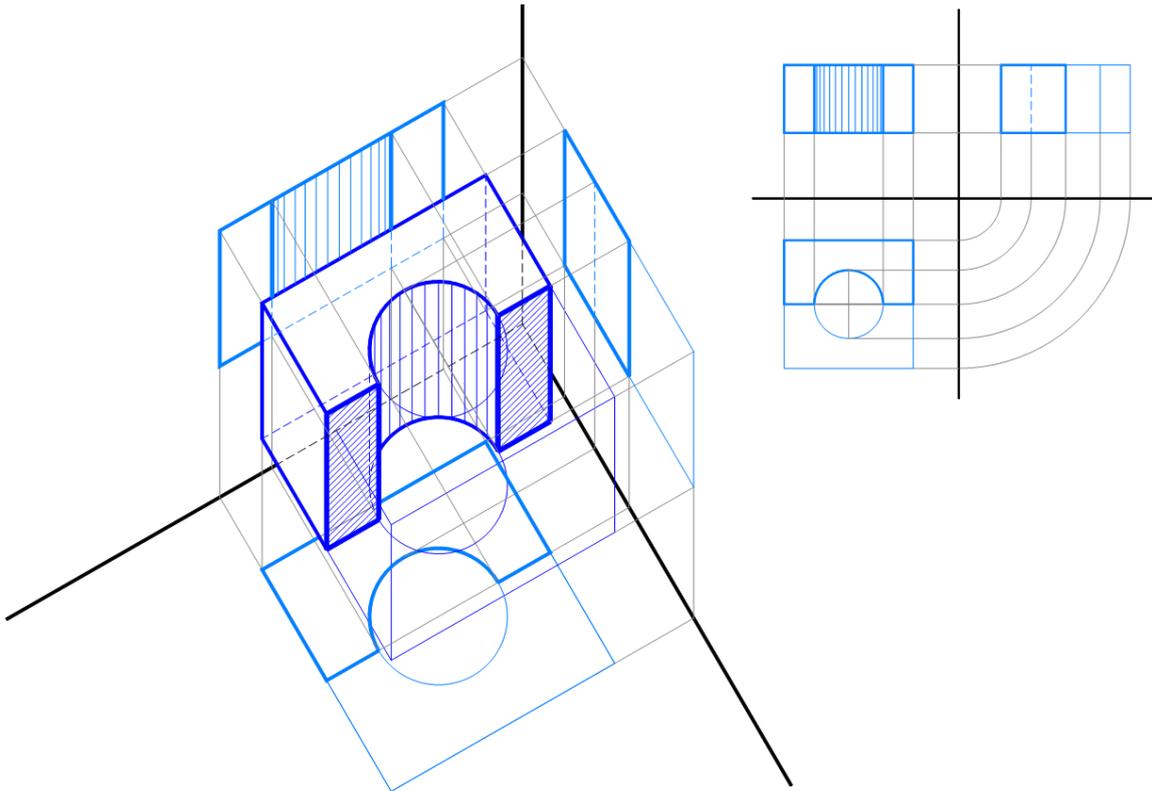
Assonometria | Sezioni | Approfondimenti



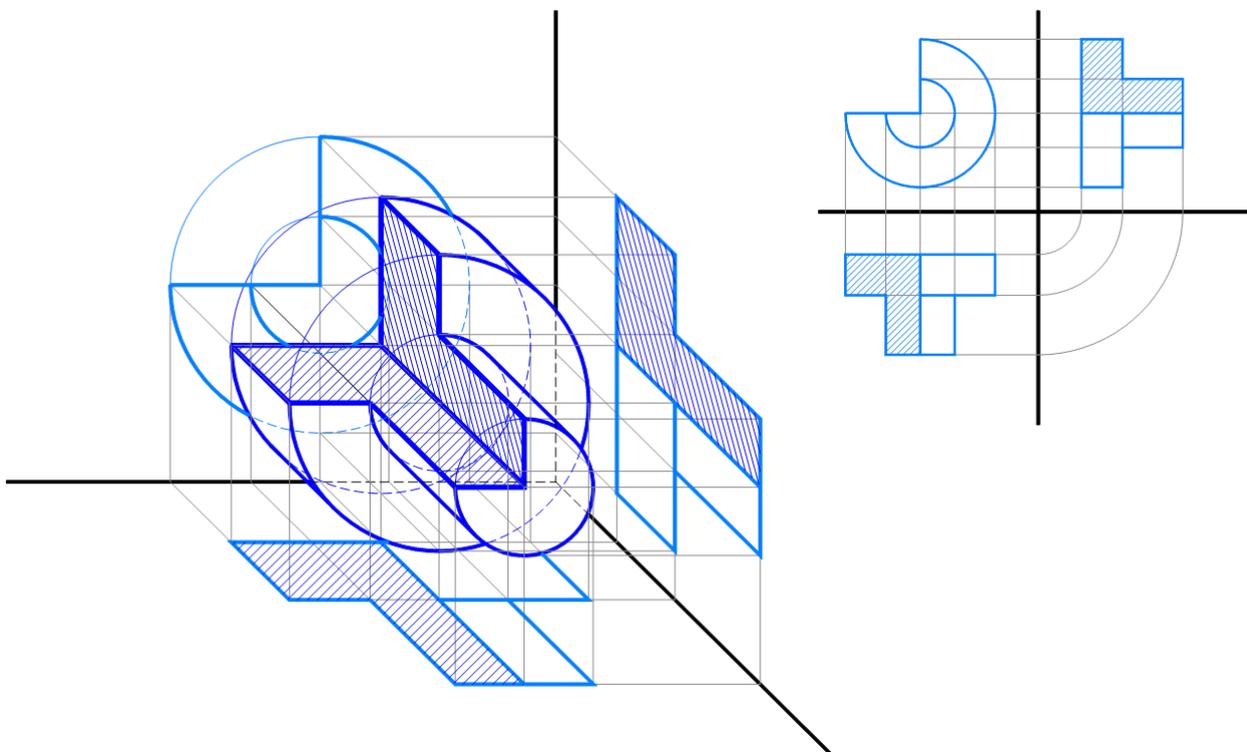
Sezione assonometrica cavaliera metodo indiretto, piano secante parallelo al piano YZ, di un parallelepipedo cavo, parallelo agli assi X, Y, Z.



Sezione assonometrica cavaliera metodo indiretto, piano secante parallelo al piano XZ, di un plinto schematizzato in assonometria e proiezione ortogonale.



Sezione assonometrica cavaliera metodo indiretto, piano secante parallelo al piano XZ, di un parallelepipedo cavo (foro cilindrico in posizione baricentrica rispetto alle basi del parallelepipedo, parallelo agli assi X, Y, Z).

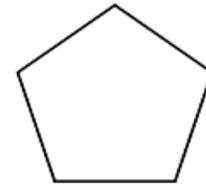


Sezione assonometrica cavaliera metodo indiretto, piani secanti paralleli ai piani XY e YZ, di un perno costituito da due cilindri coassiali, con le basi parallele al piano XZ.

Assonometria | Proposte operative

Esercizio 1

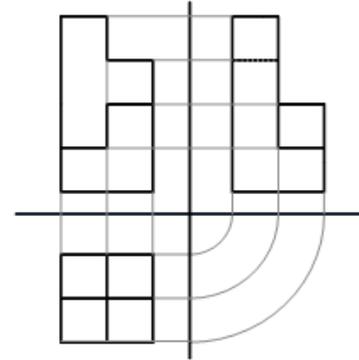
Rappresentare in assonometria isometrica il pentagono, (fig. A) parallelo al piano XY. (esempio pag. 16)

**A****Esercizio 2**

Rappresentare in assonometria isometrica il pentagono (fig. A) parallelo al piano XZ. (esempio pag. 18)

Esercizio 3

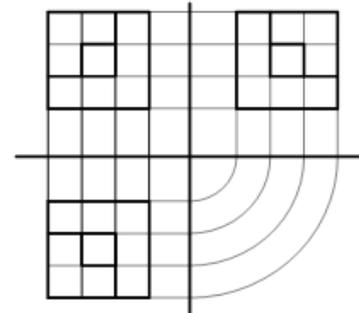
Rappresentare in assonometria ortogonale isometrica il solido rappresentato in proiezione ortogonale (fig. B). (esempio pag. 20)

**B****Esercizio 4**

Rappresentare in assonometria ortogonale trimetrica il solido rappresentato in proiezione ortogonale (fig. B). (esempio pag. 28)

Esercizio 5

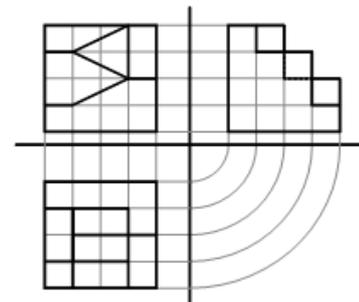
Rappresentare in assonometria ortogonale isometrica il solido rappresentato in proiezione ortogonale (fig. C). (esempio pag. 22)

**C****Esercizio 6**

Rappresentare in assonometria ortogonale trimetrica il solido rappresentato in proiezione ortogonale (fig. C). (esempio pag. 24)

Esercizio 7

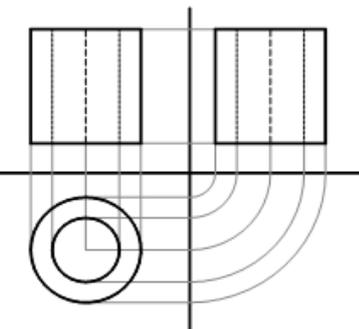
Rappresentare in assonometria obliqua cavaliere il solido rappresentato in proiezione ortogonale (fig. D). (esempio pag. 34)

**D****Esercizio 8**

Rappresentare in assonometria obliqua monometrica il solido rappresentato in proiezione ortogonale (fig. D). (esempio pag. 36)

Esercizio 9

Sezione assonometrica del solido rappresentato in proiezione ortogonale (fig. E) con un piano secante orizzontale parallelo al piano XY. (esempio pag. 40)

**E****Esercizio 10**

Sezione assonometrica del solido rappresentato in proiezione ortogonale (fig. E) con un piano secante verticale parallelo al piano XZ. (esempio pag. 42)

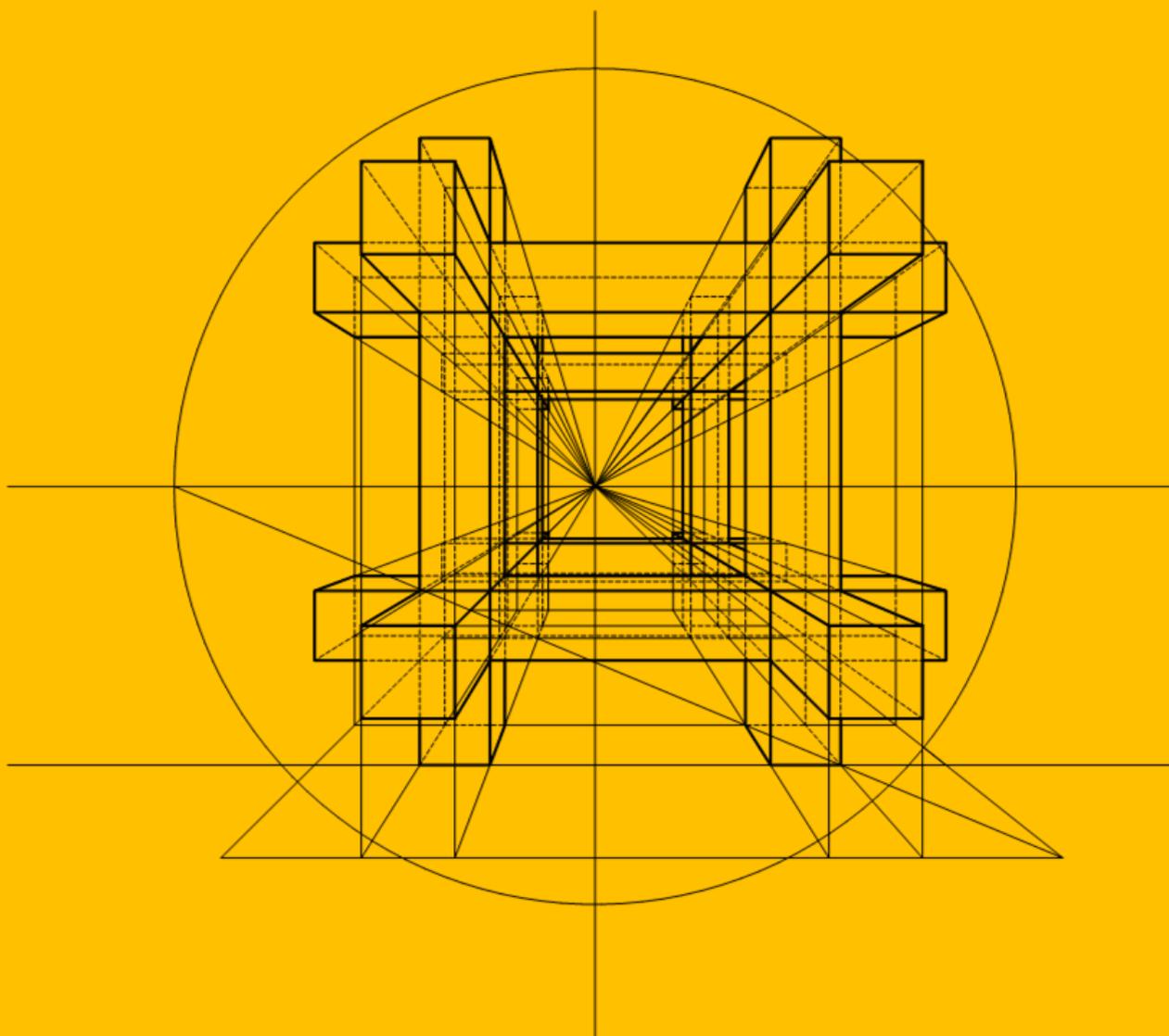
PROSPETTIVA

Quadro Frontale

Quadro Orizzontale

Quadro Verticale

Quadro Inclinato



PROSPETTIVA

Concetti generali

Generalità

La prospettiva è fra i vari sistemi di rappresentazione quello che più si avvicina alla visione umana. Il metodo prospettico permette, seppur a scapito della rappresentazione della sua forma e dimensione oggettiva, di rappresentare la realtà così come appare all'occhio dell'osservatore, esprimendo appieno il senso della tridimensionalità dello spazio e della profondità. Tutti i sistemi di rappresentazione grafica cercano di dare risposta ad un quesito apparentemente insolubile, ovvero trasferire nelle due dimensioni del quadro le tre dimensioni dello spazio reale in cui gli oggetti sono immersi. I segni di una immagine si sostanziano secondo leggi di aggregazione che evocando la vera forma dell'oggetto ci richiamano alla sensazione percettiva corrispondente. La capacità nell'uomo di organizzare la percezione dei segni recepiti è, se non del tutto, parzialmente innata. Le immagini saranno tanto più in grado di esprimere la loro specificità tridimensionale, quanto più saranno applicati con coerenza gli indizi che regolano la percezione della profondità, ovvero la riduzione progressiva delle dimensioni dell'oggetto in funzione della distanza dell'osservatore e la sovrapposizione delle parti in oggetti parzialmente coperti e non completamente visibili dall'osservatore. La proiezione prospettica fornisce ulteriori indizi di percezione della profondità, individuabili nella schematizzazione degli oggetti mediante linee di contorno con parti convergenti e la variazione della texture delle parti dell'oggetto in relazione alle diverse distanze e posizioni rispetto all'osservatore.

Gli elementi fondamentali

I metodi di rappresentazione grafica si basano sulle relazioni che si instaurano reciprocamente fra tre elementi fondamentali del sistema proiettivo. Il primo è l'**osservatore** ovvero il punto vista o centro di proiezione da cui hanno origine i raggi proiettanti. Questo punto corrisponde, semplificando l'aspetto fisiologico, alla posizione dell'occhio di un ipotetico osservatore appunto, in relazione allo spazio circostante. L'**oggetto**, secondo elemento fondamentale del sistema prospettico, inserito nello spazio tridimensionale, rappresenta quell'elemento del quale si vogliono riportare i dati formali. Terzo e ultimo elemento della triade è il **quadro** ovvero il piano nel quale si concretizzerà l'*immagine* dell'oggetto. Il meccanismo attraverso il quale è possibile trasferire i dati della realtà tridimensionale dello spazio all'ambito bidimensionale del quadro prende il nome di proiezione e sezione. Si ipotizza infatti la proiezione dei raggi che a partire dal punto di vista (occhio

dell'osservatore, centro di proiezione ecc. a seconda delle definizioni), attraversano l'oggetto nei suoi punti notevoli interrompendo il percorso sul quadro dove vengono per l'appunto sezionati. E proprio queste sezioni dei raggi proiettanti determinano sul quadro l'immagine dell'oggetto.

Oltre al quadro, al fine di determinare con univocità la reciproca posizione dei tre elementi fondamentali, è necessario ipotizzare un piano orizzontale chiamato nel sistema prospettico *geometricale*. L'intersezione del geometricale con il quadro determina la linea di terra, detta anche linea delle tracce poiché si può definire come luogo geometrico di tutte le tracce, di tutte le infinite rette appartenenti al geometricale. Se prendiamo in considerazione un piano parallelo al geometricale passante per l'occhio dell'osservatore constatiamo che tale piano interseca il quadro determinando su di esso una traccia parallela alla linea di terra chiamata linea d'orizzonte. Questa retta assume nell'ambito prospettico una rilevanza particolare su cui ci soffermeremo in seguito. Fra gli infiniti raggi proiettanti aventi origine dal punto di vista definiamo *raggio principale* quello che rispetto al quadro forma un angolo di 90°. L'intersezione del raggio principale con il quadro si chiama *punto principale* e rappresenta la proiezione ortogonale del punto di vista sullo stesso quadro. La distanza del punto di vista (occhio dell'osservatore) dal punto principale sul quadro è detta distanza principale in quanto distanza minima che intercorre fra osservatore e quadro. Poiché è di fondamentale importanza trasferire sul quadro un elemento che indichi univocamente la distanza dell'osservatore dal quadro tratteremo un cerchio, detto delle distanze, avente come centro il punto principale e raggio pari alla distanza principale. La definizione è motivata dal fatto che ogni punto della circonferenza dista dal punto principale quanto il punto principale dista dall'osservatore. Oltre al quadro e al geometricale un altro piano che assume una notevole importanza per la definizione del meccanismo prospettico è certamente il piano ortogonale sia al geometricale che al quadro, passante per l'occhio dell'osservatore, e detto *piano meridiano principale*. Tale piano contiene sia il punto di vista che il punto principale e di conseguenza la distanza principale. Inoltre intercetta il quadro determinando una traccia che interseca la linea d'orizzonte come si è detto nel punto principale e la linea di terra o delle tracce, nel punto H. La distanza fra il punto principale e H definisce l'altezza dell'osservatore o per meglio dire la distanza del punto di vista dal geometricale. Non sarebbe corretto affermare che tale distanza corrisponda all'altezza effettiva di un ipotetico osservatore poiché, tralasciando il fatto che l'altezza degli occhi non corrisponde all'altezza reale di una persona, lo stesso punto di vista può, a seconda delle esigenze di rappresentazione, trovarsi ad una quota più alta o più bassa rispetto all'altezza reale dell'osservatore. La caratteristica forse più peculiare del sistema

prospettico è certamente quella derivante dalla convergenza di linee, nella realtà parallele, in un unico punto. Questo elemento detto *punto di fuga*, rappresenta l'immagine del *punto improprio* della retta ed è comune a tutto il fascio di rette ad essa parallele. Per punto improprio si intende il punto della retta a distanza infinita rispetto al quadro, indipendentemente dal verso ovvero davanti e dietro il quadro. Nella pratica per determinare il punto di fuga di un generico fascio di rette parallele, si individua l'intersezione col quadro di una retta parallela alla retta data passante per il punto di vista. Va da sé che, data la definizione ogni punto del quadro potrebbe configurarsi come punto di fuga. Nella pratica in realtà alcuni punti e alcuni luoghi geometrici specifici assumono una rilevanza particolare. Il punto principale, ricordiamo centro del cerchio delle distanze, che si ricava dal raggio principale passante quindi per il punto di vista, si configura come punto di fuga di tutte le rette ortogonali al quadro. E così, analogamente, tutti i punti del cerchio delle distanze rappresentano fughe di rette inclinate di 45° rispetto al quadro. La fuga e la traccia, intersezione della retta con il quadro ci permettono di rappresentare la retta in modo univoco. Associato al concetto di punto di fuga e per certi versi ad esso correlato è da considerare la *giacitura*, che rappresenta per il piano ciò che la fuga rappresenta per la retta. Possiamo definire la giacitura, mutuandone il significato proiettivo da quello del punto di fuga, come l'immagine della retta impropria del piano (retta limite) ovvero di tutti i punti del piano posti a distanza infinita rispetto al quadro. Questa retta si individua, analogamente a quanto fatto per la determinazione dei punti di fuga, nell'intersezione col quadro, di un piano parallelo al piano dato passante per il punto di vista. La giacitura o retta limite, è comune al piano e a tutti i piani ad esso paralleli. Per la condizione di appartenenza fra retta e piano, esiste quindi una stretta correlazione fra fughe e giaciture, poiché rette appartenenti ad un piano avranno le fughe sulla giacitura dello stesso piano.

Un altro aspetto importante per il controllo dell'immagine prospettica è l'altezza dell'osservatore rispetto al solido. Tenendo conto del rapporto di scala del disegno l'osservatore, semplificando, può trovarsi ad un'altezza inferiore (vista dal basso) o maggiore (vista dall'alto) rispetto al solido. Questa scelta caratterizzerà notevolmente il risultato finale dell'immagine prospettica per cui dovrà essere fatta in ragione del fine comunicativo che ci si prefigge.

Queste considerazioni sono riferibili al tema della rappresentazione della direzione di rette e piani nel sistema prospettico. Per quanto concerne invece l'aspetto specificamente volto alla esatta quantificazione delle misure nella prospettiva, i metodi più utilizzati sono i metodi dei punti di distanza, dei punti di misura, dei raggi visuali e delle perpendicolari al quadro. La trattazione dei suddetti argomenti, supportata dalle relative immagini, sarà sviluppata con

i necessari approfondimenti nelle pagine seguenti. Tutti i metodi prospettici si dividono in diretti e indiretti a seconda che i dati relativi all'oggetto siano ricavati dalle proiezioni ortogonali oppure riportati direttamente sul quadro dove si presentano in vera forma e grandezza oggettiva.

La posizione del Quadro

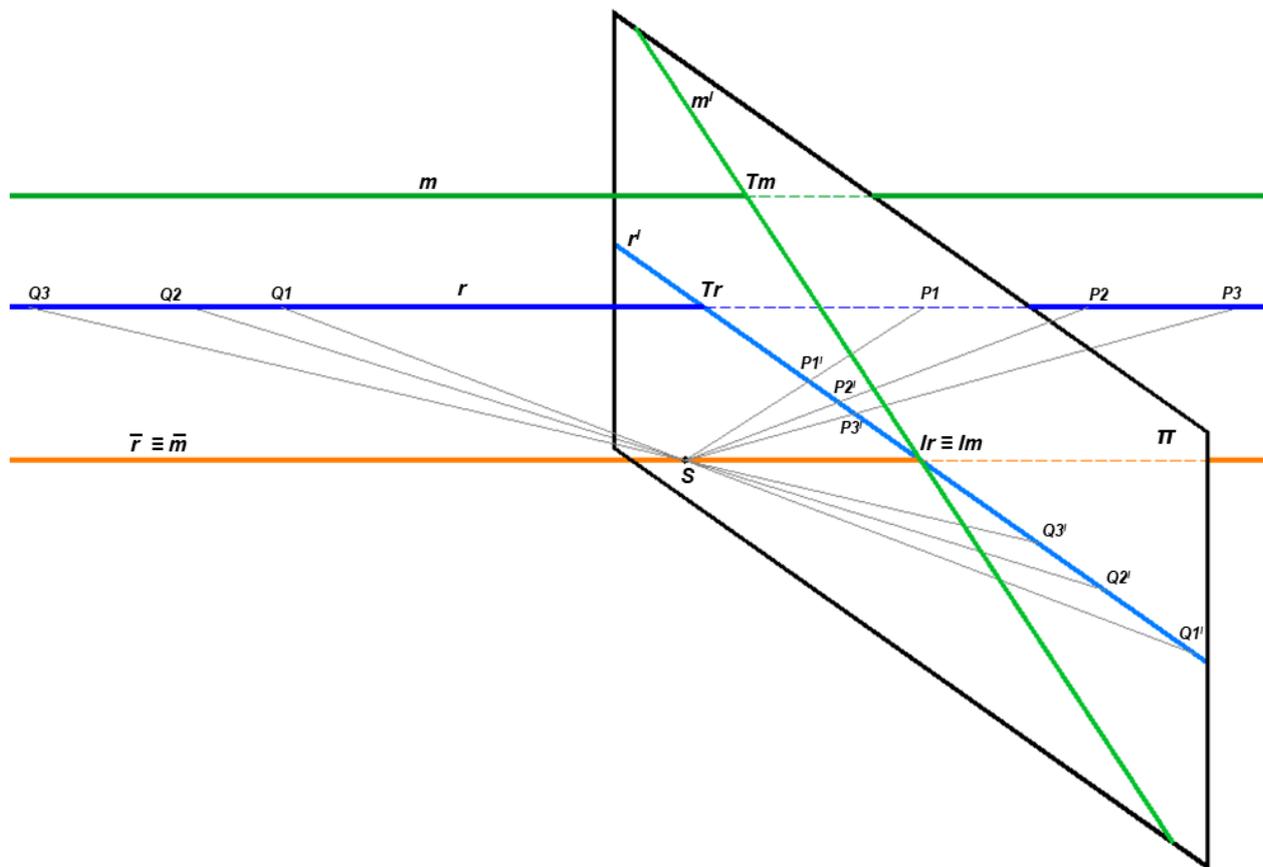
Un solido costituito, se non in tutte le sue componenti, in gran parte dalle direzioni della triade triortogonale XYZ, potrà assumere rispetto al quadro tre posizioni fondamentali.

Se il solido è posizionato con la faccia XZ parallela al quadro, il metodo proiettivo prende il nome di Prospettiva a quadro frontale. Questo tipo di prospettiva è caratterizzato da un unico punto di fuga, ovvero dalle rette Y ortogonali rispetto al quadro, con fuga nel punto principale, e dalla condizione di parallelismo di X e Z che lascia inalterate, sul corrispondente piano, le direzioni e gli angoli in esso compresi. La prospettiva a quadro frontale, che deve storicamente la sua definizione e anche il suo maggiore utilizzo in ambito rinascimentale, si rivela particolarmente efficace quando si vuole mettere in evidenza una vista verticale particolarmente significativa come ad esempio la facciata principale o più in generale i prospetti di un'architettura.

Possiamo considerare la prospettiva a quadro orizzontale, una tipologia prospettica analoga alla precedente dove però le direzioni del solido parallele al quadro saranno le X e le Y, con l'unico punto di fuga rappresentato dalle direzioni Z. Restano valide, per analogia, tutte le considerazioni fatte per la prospettiva a quadro frontale. Questo metodo può essere utilizzato quando si vuole valorizzare la visione dall'alto di un determinato oggetto o contesto.

La posizione del solido genericamente ruotata sul geometrico determina una inclinazione delle direzioni X e Y rispetto al quadro. La prospettiva che si viene a determinare sarà quindi caratterizzata da due punti di fuga, X e Y, con la sola direzione Z parallela al quadro che manterrà, nella rappresentazione, la condizione di parallelismo. I maestri dell'architettura organica hanno spesso utilizzato questo metodo prospettico per enfatizzare l'articolazione dei volumi delle loro opere mantenendo inalterato il riferimento alle direzioni verticali.

La terza posizione che il solido può assumere rispetto al quadro è quella più generica in cui il quadro è inclinato rispetto alle tre direzioni X, Y e Z della terna triortogonale. Tale posizione reciproca del solido e del quadro determina un sistema prospettico a tre punti di fuga. Questo metodo prospettico presentando il solido nelle varie direzioni di tutte le sue componenti risulta essere estremamente espressivo e caratterizzato da una notevole forza comunicativa.

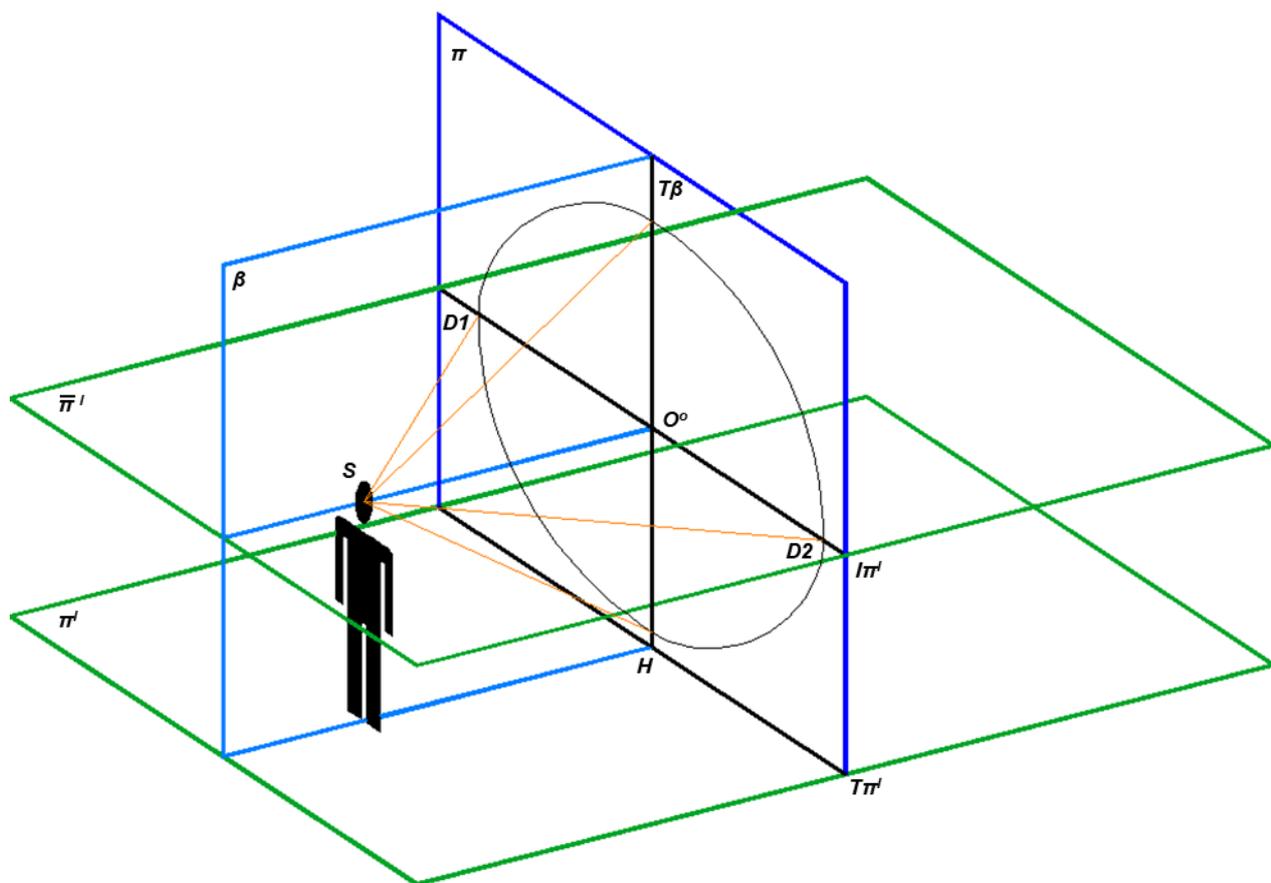


Il punto di fuga: determinazione, significato e proprietà

La proiezione di una retta generica r , da un centro di proiezione S posto a distanza finita, ovvero quantificabile come misura rispetto al quadro, può essere risolto in vari modi. È noto che proiettare una retta significa proiettare tutti i suoi punti sul quadro in modo tale che ad ogni punto della retta corrisponda un punto della proiezione e viceversa. A questo risultato si può arrivare tracciando la retta passante per la proiezione di due suoi punti, in considerazione del fatto che, come noto dalla geometria euclidea, per due punti passa una ed una sola retta.

Individuiamo innanzitutto la traccia T , ovvero l'intersezione della retta r con il quadro. In questo punto coincidono sia la retta che la proiezione. Proiettare un secondo generico punto P della retta determinando l'intersezione con il quadro di un raggio proiettante passante per il punto. La proiezione è data dalla retta passante per la traccia e per la proiezione del punto. Notiamo che la retta, i raggi proiettanti che hanno origine nel punto di vista, e la stessa proiezione appartengono allo stesso piano. La proiezione della retta è data quindi dall'intersezione con il quadro del piano passante per la retta e per il punto di vista.

Fra tutte le rette contenute nel piano d'appartenenza assume quindi una rilevanza del tutto particolare la retta parallela alla retta data r , e la sua intersezione con il quadro chiamata l . Questo punto che corrisponde all'immagine del punto improprio, ovvero all'infinito, della retta r , si determina individuando l'intersezione con il quadro della retta parallela alla retta data passante per il punto di vista S . Tale punto detto punto di fuga, comune a tutto il fascio di rette parallele, viene utilizzato unitamente alla traccia per rappresentare le rette in prospettiva attraverso un metodo più agevolmente generalizzabile, rispetto al più elaborato procedimento della definizione dei singoli punti. Lo schema a fianco evidenzia che, sia i punti davanti al quadro che quelli dietro il quadro, tendenti ad allontanarsi a distanza infinita, tendono a proiettarsi nel medesimo punto di fuga. Questo fatto, ponendosi di fatto come evidente superamento dello spazio euclideo, offre nuove e più complesse suggestioni nel campo della rappresentazione prospettica.



Il cerchio delle distanze: determinazione, significato e proprietà

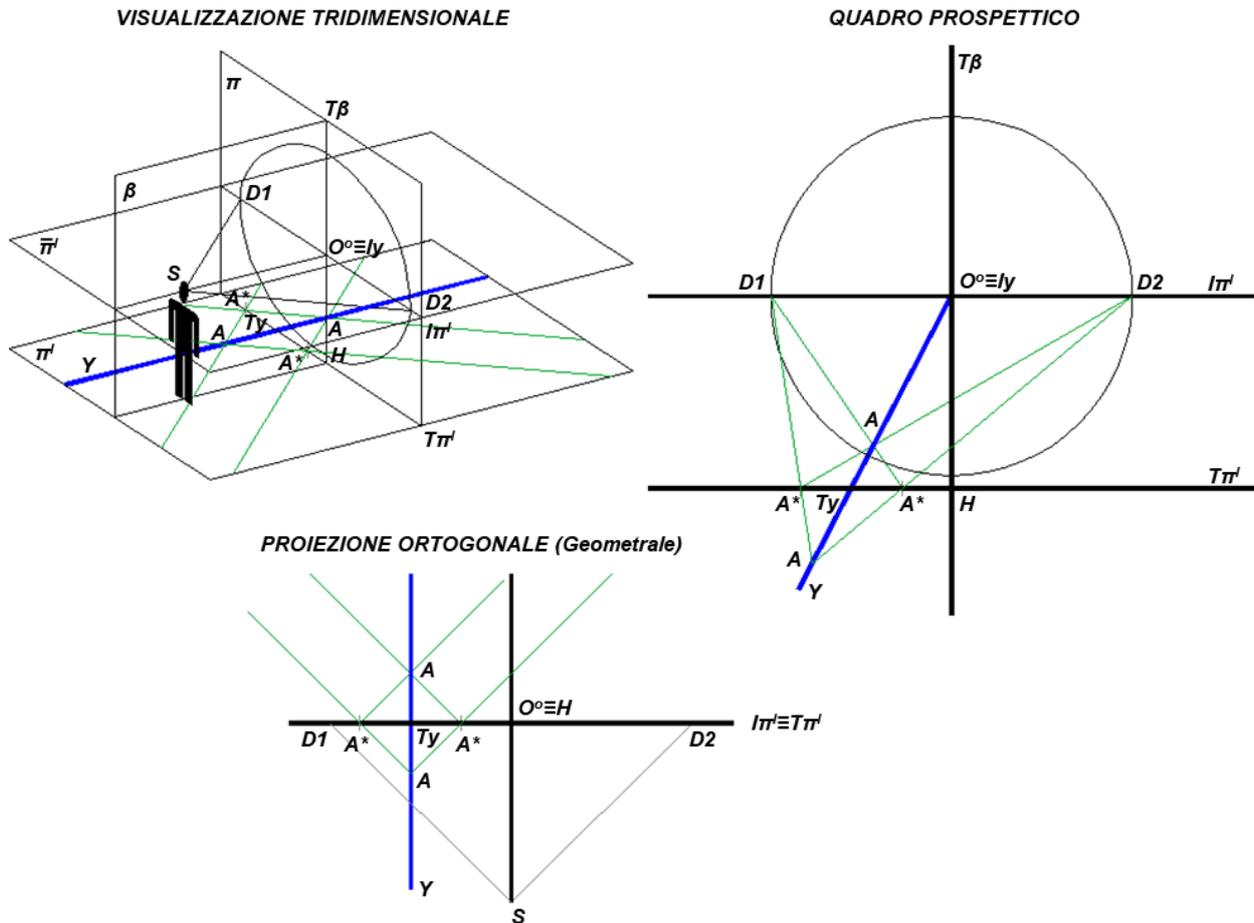
Nel sistema prospettico è fondamentale determinare, fra i vari parametri che ne determinano la rappresentazione, la posizione dell'osservatore rispetto al quadro. Questo elemento oltre a stabilire la distanza rispetto all'oggetto definisce anche la direzione del raggio ortogonale rispetto al quadro detto raggio principale e la sua intersezione sul quadro, il punto principale.

Possiamo definire il raggio principale come intersezione fra i due piani passanti per S, il primo parallelo al geometrico, equivalente del piano orizzontale delle proiezioni ortogonali e il piano XY delle assonometrie, e il secondo, piano meridiano principale, ortogonale sia al quadro che al geometrico.

La distanza fra l'osservatore S e il punto principale O° è detta distanza principale, in quanto rappresenta la minima distanza che intercorre fra osservatore e quadro.

Il cerchio delle distanze di centro O° e raggio pari alla distanza principale ci permette di individuare univocamente sul quadro, la posizione dell'osservatore.

Le direzioni dei raggi proiettanti formano angoli di 45° rispetto al quadro e in particolare alcuni punti della circonferenza assumono una rilevanza particolare. Infatti le intersezioni D1 e D2 rappresentano le fughe di rette orizzontali inclinate di 45° rispetto al quadro.



I punti di distanza: determinazione, significato e proprietà

1 – Impostazione della vista tridimensionale

Impostare la vista tridimensionale definendo: il geometrico, l'osservatore, il quadro prospettico, il piano parallelo al geometrico passante per S, la distanza principale S-O°, il cerchio delle distanze, i punti di distanza D1 e D2, il piano meridiano principale.

2 – Impostazione del quadro prospettico

Tracciare la $T\pi^l$ (linea delle tracce o linea di terra), la $l\pi^l$ (Linea d'orizzonte), la $T\beta$ (Traccia del piano meridiano principale) e il cerchio delle distanze (Raggio uguale alla distanza principale S-O°).

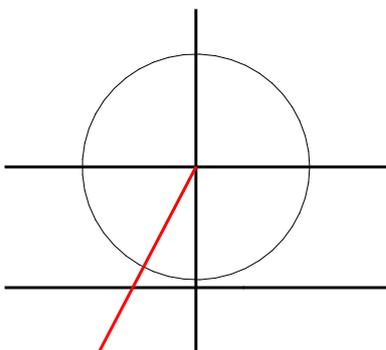
3 – Impostazione della proiezione ortogonale del geometrico

Tracciare la linea di terra $T\pi^l$. Impostare S e tracciare il piano meridiano principale individuando $O^\circ \equiv H$. Individuare D1 e D2 fuga di rette orizzontali inclinate di 45° rispetto al quadro.

4 – La misura delle rette Y ortogonali al quadro

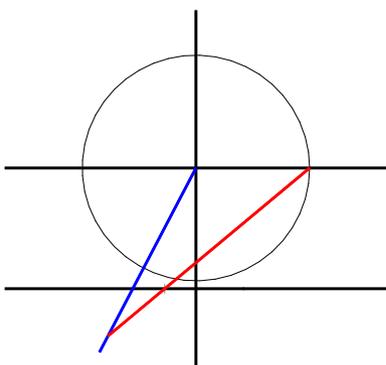
Per cogliere pienamente le peculiarità del meccanismo proiettivo, le indicazioni metodologiche saranno proposte contemporaneamente sulle tre rappresentazioni. Tracciare Y e individuare T_y sulla $T\pi^l$. Fissare la misura oggettiva T_y-A^* che si intende riportare sulla retta Y. Tracciare da D2 il raggio passante per A^* e determinare il punto A di Y davanti al quadro: $T_y-A^* = T_y-A$. Tracciare da D1 il raggio passante per A^* e determinare il punto A di Y dietro il quadro: $T_y-A^* = T_y-A$.

Lo stesso risultato si può ottenere fissando A^* su $T\pi^l$, dalla parte opposta rispetto a T_y . T_y-A^*-A , è un triangolo rettangolo isoscele. Le direzioni a 45° D1 e D2 possono essere utilizzate come PUNTI DI MISURA delle rette Y in quanto intercettano sulle Y segmenti uguali a quelli che intercettano sulla $T\pi^l$.

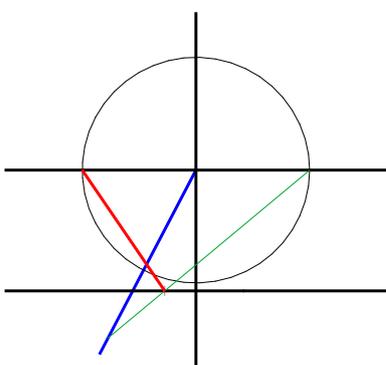


Fino a questo punto abbiamo trattato il sistema prospettico dal punto di vista qualitativo delle direzioni. Vediamo adesso come si risolve il tema quantitativo della misura.

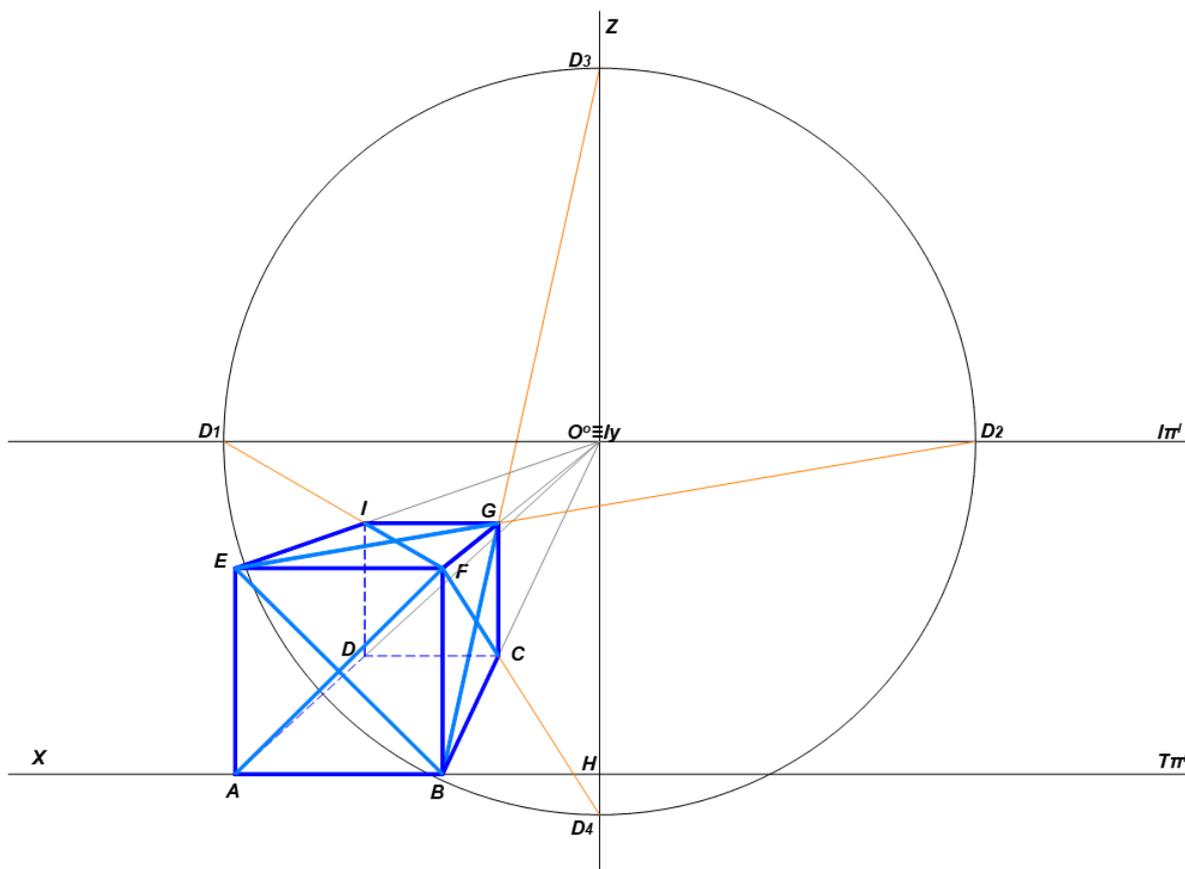
In generale possiamo affermare che solo gli elementi che si trovano sul quadro mantengono la stessa forma e grandezza. Le misure lineari vengono percepite e rappresentate con dimensioni ridotte o maggiorate a seconda che si trovino dietro o davanti al quadro e solamente le rette parallele al quadro mantengono anche nella rappresentazione prospettica la stessa condizione di parallelismo.



Ricordiamo che con il termine giacitura si intende la retta luogo geometrico delle fughe di tutte le rette appartenenti ad un dato piano. Quindi la condizione d'appartenenza di una retta ad un piano è determinata dalla fuga della retta che si troverà nella giacitura del piano. La linea d'orizzonte, che rappresenta la traccia del piano parallelo al geometrico passante per l'osservatore S, si definisce come luogo geometrico delle fughe di tutte le rette orizzontali. Abbiamo visto che il cerchio delle distanze interseca la linea d'orizzonte, nei punti D1 e D2 fuga di rette orizzontali inclinate di 45° rispetto al quadro. Il piano meridiano principale, ortogonale al quadro e al geometrico passante per S interseca invece la linea d'orizzonte nel punto principale O° , il quale poiché determinato dal raggio proiettante ortogonale, è fuga di tutte le rette ortogonali rispetto al quadro.



Una volta fissata sulla linea delle tracce la misura oggettiva da riportare, opportunamente scorciata, sulla rappresentazione prospettica di una retta con direzione Y, sarà sufficiente tracciare la direzione D1 o D2, a seconda di dove vogliamo prendere la misura oggettiva, e individuare l'intersezione con la retta Y. Le rette D1 e D2 individuano sulla linea delle tracce e sulle rette Y punti equidistanti dalla traccia della retta Y sul geometrico. Date queste condizioni potremo utilizzare i punti D1 e D2 come strumenti per misurare le rette Y ortogonali al quadro. I punti di distanza o di misura se si preferisce, D1 e D2, possono essere utilizzati indifferentemente per determinare la misura su rette con direzione Y sia dietro che davanti al quadro.



Metodo dei punti di distanza: cubo

1 – Impostazione della prospettiva

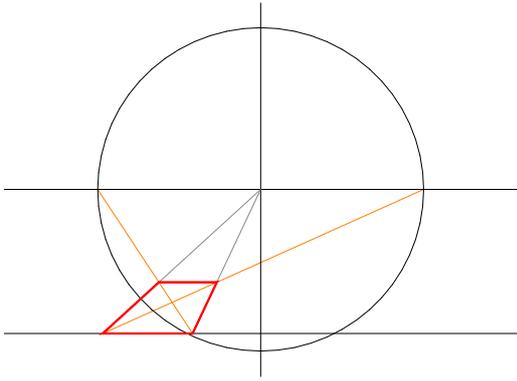
Tracciare la $l\pi^l$ (linea d'orizzonte). Tracciare la $T\pi^l$ (linea delle tracce) parallela alla $l\pi^l$. Tracciare il piano meridiano principale individuando H su $T\pi^l$ e O° su $l\pi^l$. Tracciare la circonferenza di centro O° e individuare D_1 e D_2 su $l\pi^l$ e D_3 e D_4 sul piano meridiano principale. O° coincidente con $l\gamma$; X coincidente con $T\pi^l$; Z coincidente con il piano meridiano principale.

2 – Proiezione della base

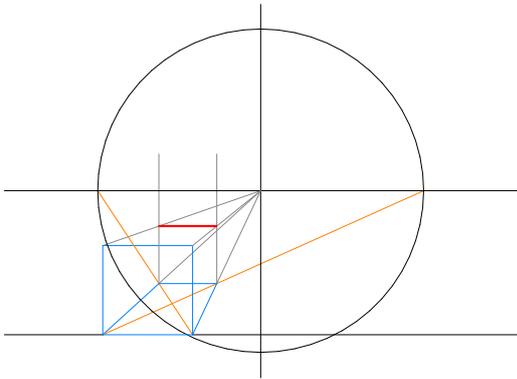
Individuare sulla linea delle tracce AB, misura oggettiva del lato del cubo. Tracciare il raggio Y passante per A. Tracciare il raggio Y passante per B. Tracciare il raggio D_2 passante per A ($AB = BC$). Tracciare il raggio D_1 passante per B. Tracciare la direzione X unendo D e C. Evidenziare AD. Evidenziare BC.

3 – Impostazione del solido

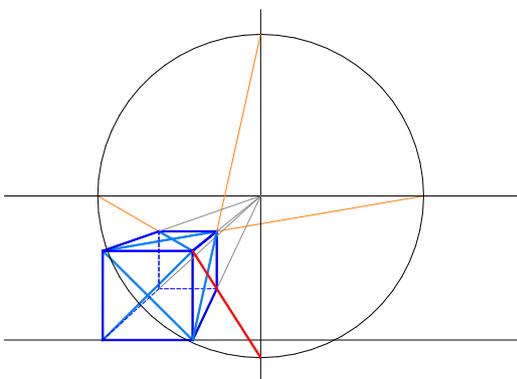
Tracciare il raggio Z a partire da: A, B, C e D. Individuare gli spigoli del cubo: AE, EF ed FB. Tracciare Y passante per E, Y passante per F, e determinare IG sulle Z passanti per D e C. Individuare e rappresentare le parti a vista e nascoste del cubo.



La prospettiva a quadro frontale realizzata con il metodo dei punti di misura permette di rappresentare in modo diretto, ovvero senza l'ausilio delle proiezioni ortogonali, gli oggetti in cui due fra le tre direzioni, la X e la Z, della terna triortogonale XYZ, si trovano in condizione di parallelismo rispetto al quadro. In particolare le direzioni X e Z manterranno anche nella rappresentazione prospettica la condizione di parallelismo, mentre per quanto riguarda la misura essa risulterà inferiore dietro il quadro, maggiore davanti al quadro e della stessa dimensione solo nella condizione di appartenenza con il quadro. La direzione Y è ortogonale rispetto al quadro.

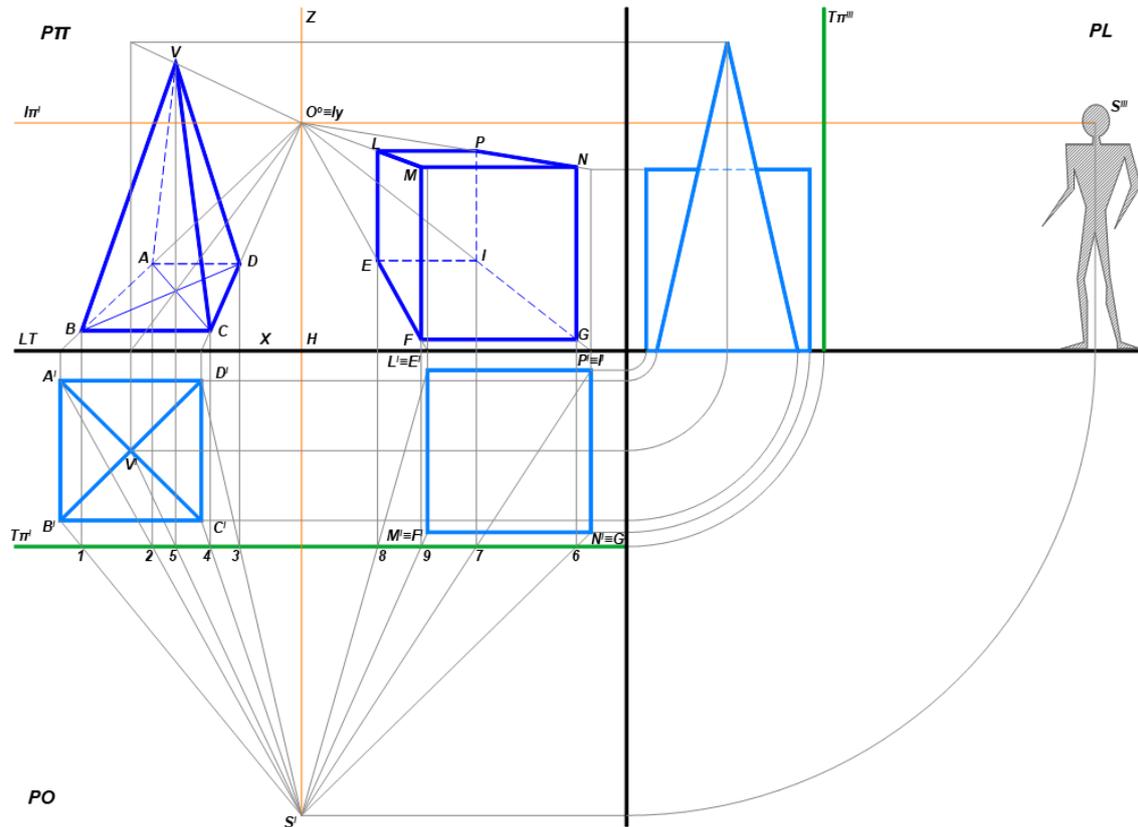


Tracciare le parallele π^1 e ι^1 tenendo conto che la loro distanza esprime, nel rapporto della scala del disegno, l'altezza dell'osservatore, o più precisamente la distanza del centro di proiezione dal geometrico. Rappresentare verticalmente la traccia del piano meridiano principale e nell'intersezione con la ι^1 , O° centro del cerchio delle distanze di raggio pari alla distanza dell'osservatore dal quadro. Il cerchio interseca la ι^1 nei punti D1 e D2 e il piano meridiano principale nei punti D3 e D4. Poichè "il punto di fuga di una retta è dato dall'intersezione col quadro di una retta parallela alla retta data passante per per S (Osservatore)", i punti D1 e D2 individuano le fughe di rette orizzontali inclinate di 45° rispetto al quadro. Analogamente la fuga delle direzioni Y si trova nell'intersezione con il quadro di una retta Y, passante per l'osservatore S. Tale punto ι_y coincide con O° . Le direzioni X e Z coincidenti con il quadro, saranno rappresentate oggettivamente in vera grandezza.



Sulla base di queste considerazioni rappresentiamo oggettivamente sulla linea delle tracce un lato della base inferiore del cubo, uniamo gli estremi prima con ι_y e successivamente con D1 e D2. Le intersezioni fra le rette D1 e D2 sul cerchio delle distanze e le rette con fuga in ι_y ci permettono di individuare la base inferiore sul geometrico. Dopo avere tracciato le verticali passanti per la base ABCD rappresentiamo la faccia del cubo coincidente con il quadro, costruendola in vera forma e grandezza, a partire dal lato sulla π^1 . Unendo i punti della faccia sul quadro con la fuga delle rette Y si determinano, nelle intersezioni con le verticali i rimanenti punti del solido. Le rette d'appartenenza delle diagonali passano per i punti D1, D2, D3 e D4, che come messo in evidenza, rappresentano fughe di rette orientate di 45° rispetto al quadro.

Prospettiva | Quadro Frontale | Metodo indiretto del taglio dei raggi visuali



Prospettiva a quadro frontale di una piramide a base quadrata e di un cubo

1 – Impostazione dei piani di proiezione

Tracciare la LT corrispondente all'asse X della proiezione. Tracciare una direzione ortogonale e impostare PO, PL e $P\pi$.

2 – Proiezioni ortogonali dei solidi

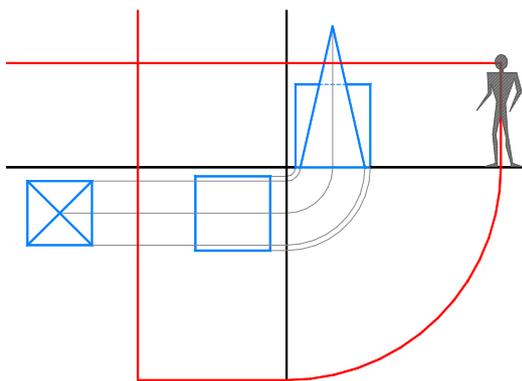
Proiettare sul PO la base della piramide ABCD. Tracciare le diagonali BD e AC e individuare nell'intersezione, la proiezione del vertice V. Proiettare sul PL: AD, BC, V. Tracciare il contorno della piramide. Completamento della proiezione della piramide. Proiettare sul PO il cubo: $L' \equiv E'$; $M' \equiv F'$; $N' \equiv G'$; $P' \equiv I'$. Proiettare le parti a vista e nascoste del cubo sul PL.

3 – Impostazione dell'impianto prospettico

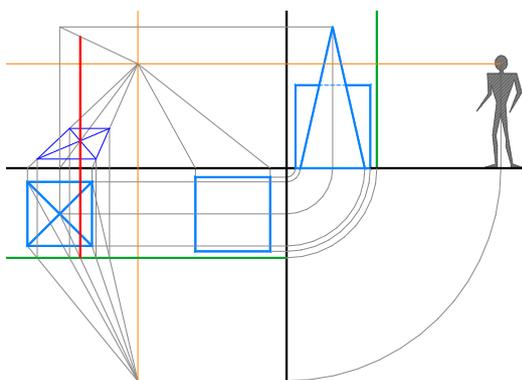
Impostare l'osservatore (S) definendo altezza dal geometrico (PO) e distanza dal quadro (π). $l\pi'$, intersezione col quadro di un piano parallelo al geometrico passante per S. Proiezione di S sul PO. Determinare: SO° Raggio principale, $O^\circ H$ Altezza dell'osservatore, ly Fuga delle direzioni Y. Proiezione di π : $T\pi'$ sul PO e $T\pi''$ sul PL.

4 – Il disegno prospettico

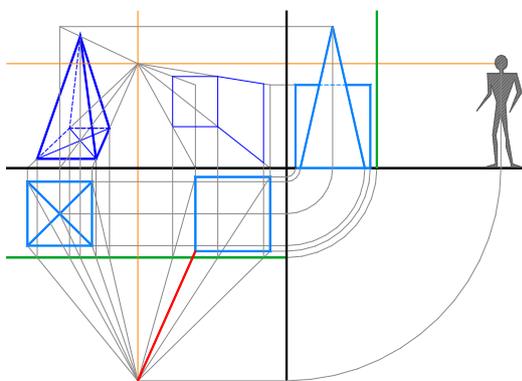
Proiettare ortogonalmente alla LT i punti del PO e successivamente proiettare le intersezioni verso il punto di fuga ly : $AB - V - DC - EF - IG$. $S'B' \rightarrow 1$, ortogonale da 1 $\rightarrow B S'A' \rightarrow 2$, ortogonale da 2 $\rightarrow A S'D' \rightarrow 3$, ortogonale da 3 $\rightarrow D S'C' \rightarrow 4$, ortogonale da 4 $\rightarrow C$. Tracciare le diagonali AC e BD. Proiettare sul quadro l'altezza della piramide. Unire la quota effettiva con la fuga ly individuando il piano verticale di uguale altezza. $S'V' \rightarrow 5$, ortogonale da 5 $\rightarrow V$. Unire i punti della prospettiva: $BV - AV - DV - CV$. Ripassare il contorno della piramide. Ripassare le parti interne a vista e nascoste. Proiettare sul quadro l'altezza del cubo. Unire la quota effettiva con la fuga ly individuando il piano verticale di uguale altezza. $S'G' \rightarrow 6$, ortogonale da 6 $\rightarrow GN S'I' \rightarrow 7$, ortogonale da 7 $\rightarrow IP$. Riportare sul quadro l'altezza effettiva in corrispondenza della direzione y, FE. Unire la quota effettiva con la fuga ly individuando il piano verticale di uguale altezza. $S'E' \rightarrow 8$, ortogonale da 8 $\rightarrow EL$; $S'F' \rightarrow 9$, ortogonale 9 $\rightarrow FM$. Unire i punti del cubo: $E - F - G - I - L - M - N - P$. Ripassare il contorno del cubo. Ripassare le parti interne sia a vista che nascoste.



Immaginiamo di rappresentare una proiezione ortogonale in cui andremo ad inserire sul piano orizzontale e sul piano laterale i solidi, una piramide a base quadrata e un cubo in posizione frontale, ovvero con le facce principali parallele alla linea di terra. Inseriremo anche l'osservatore individuando in particolare la sua altezza sul piano laterale e la direzione del raggio principale. Utilizziamo il piano normalmente preposto alla proiezione sul piano verticale per rappresentare il quadro prospettico. La direzione del raggio principale proiettato dal piano laterale e dal piano orizzontale determina nell'intersezione sul quadro prospettico il punto principale O° .

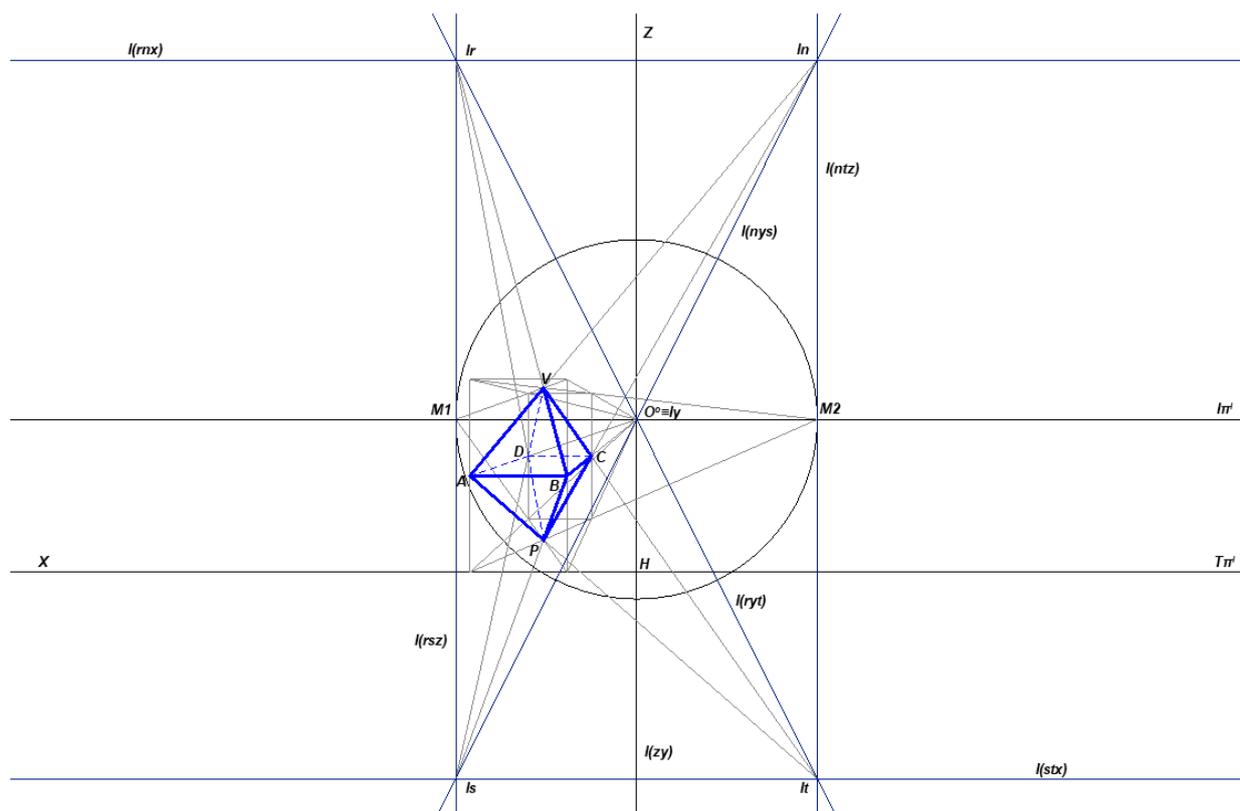


Impostiamo la posizione del quadro disponendolo in posizione ortogonale rispetto al piano orizzontale e parallela rispetto alla direzione X coincidente con la linea di terra. Prolunghiamo le rette d'appartenenza delle direzioni Y fino ad intercettare la linea di terra. Il punto principale O° , oltre ad essere centro del cerchio delle distanze, è anche fuga delle direzioni Y ortogonali al quadro. In considerazione di questo fatto possiamo unire, sul quadro prospettico, le intersezioni Y sulla linea di terra con la fuga delle Y, coincidente con O° . Possiamo a questo punto proiettare sul piano orizzontale, i raggi passanti per i punti dei solidi e determinare le intersezioni sulla prima traccia del quadro. Per individuare i punti sul quadro prospettico sarà sufficiente proiettare, ortogonalmente alla linea di terra, le intersezioni dei raggi sul quadro nelle corrispondenti direzioni Y.



Il metodo indiretto del taglio dei raggi visuali permette, attraverso la rappresentazione simultanea, oltre che della prospettiva anche delle proiezioni ortogonali, di comprendere più efficacemente le condizioni proiettive che concorrono alla determinazione dell'immagine prospettica. Si ritiene utile al fine di identificare senza ambiguità i diversi metodi proiettivi, rappresentare le proiezioni ortogonali e la proiezione prospettica, diversificandone il segno grafico, per grossezza di linea o per colore.

Prospettiva | Quadro Frontale



Fughe e giaciture di rette e piani inclinati – Ottaedro (Due piramidi con base quadrata e asse in comune)

1 – Impostazione della prospettiva

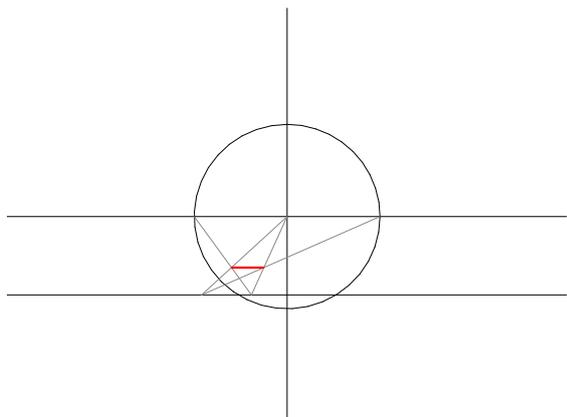
Rappresentare le due piramidi congruenti con base A-B-C-D in comune. Utilizzare il metodo dei punti misuratori.

2 – Determinazione delle fughe e giaciture di rette e piani inclinati

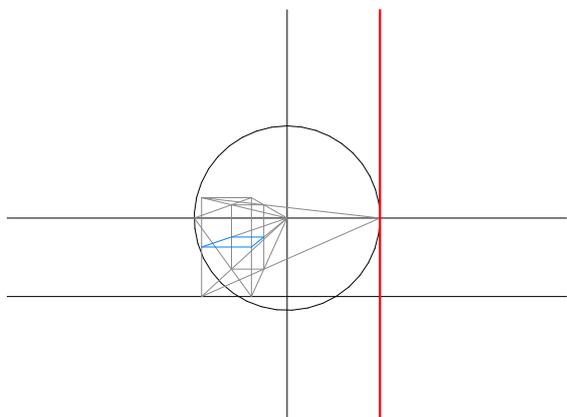
Tracciare la giacitura $I(nty)$ del piano verticale, inclinato di 45° rispetto al quadro, passante per APCV. Prolungare le direzioni dei lati paralleli A-V e P-C e determinare la fuga In sulla giacitura $I(nty)$. Prolungare le direzioni dei lati paralleli A-P e V-C e determinare la fuga It sulla giacitura $I(nty)$. Tracciare la giacitura $I(rsz)$ del piano verticale, inclinato di 45° rispetto al quadro, passante per VDPB. Prolungare le direzioni dei lati paralleli V-D e B-P e determinare la fuga Is sulla giacitura $I(rsz)$. Prolungare le direzioni dei lati paralleli B-V e P-D e determinare la fuga Ir sulla giacitura $I(rsz)$. La direzione $I(rnx)$ individua la giacitura dei piani d'appartenenza dei triangoli ABV e PCD. La direzione $I(ryt)$ individua la giacitura dei piani d'appartenenza dei triangoli APD e BCV. La direzione $I(stx)$ individua la giacitura dei piani d'appartenenza dei triangoli APB e DCV. La direzione $I(nys)$ individua la giacitura dei piani d'appartenenza dei triangoli ADV e PCB.

3 – Completamento grafico

Rappresentare con segno di linea continua il contorno esterno della figura e le parti interne a vista. Rappresentare con segno di linea tratteggiata le parti interne nascoste.

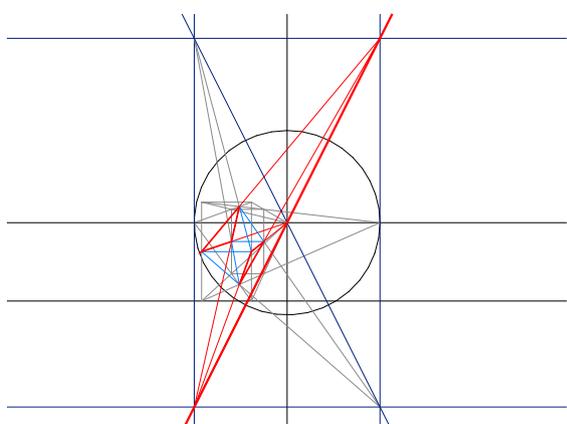


Rappresentiamo un ottaedro non regolare con asse ortogonale al geometrale facendo coincidere un lato della proiezione sul geometrale con la direzione X della linea di terra. Dopo avere impostato la proiezione del lato coincidente con la linea di terra, che si dovrà rappresentare nella sua lunghezza oggettiva in quanto coincidente col quadro, tracciare per gli estremi i raggi inclinati di 45° sulle fughe M1 e M2 determinando le diagonali e la lunghezza scorciata dei lati con direzione Y. I punti sulle proiezioni dei lati con direzione Y individuano gli estremi del lato opposto, con direzione X, parallelo al lato coincidente con la linea di terra.

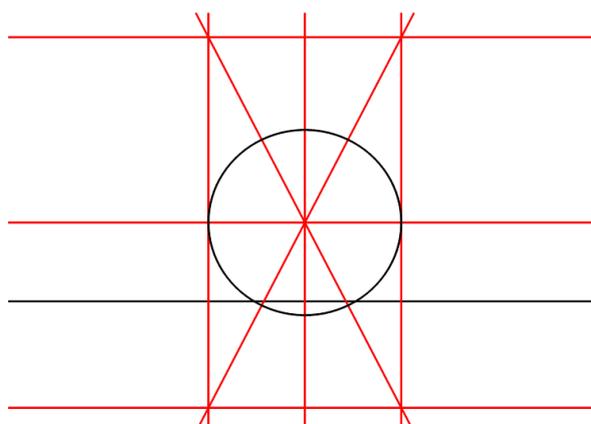


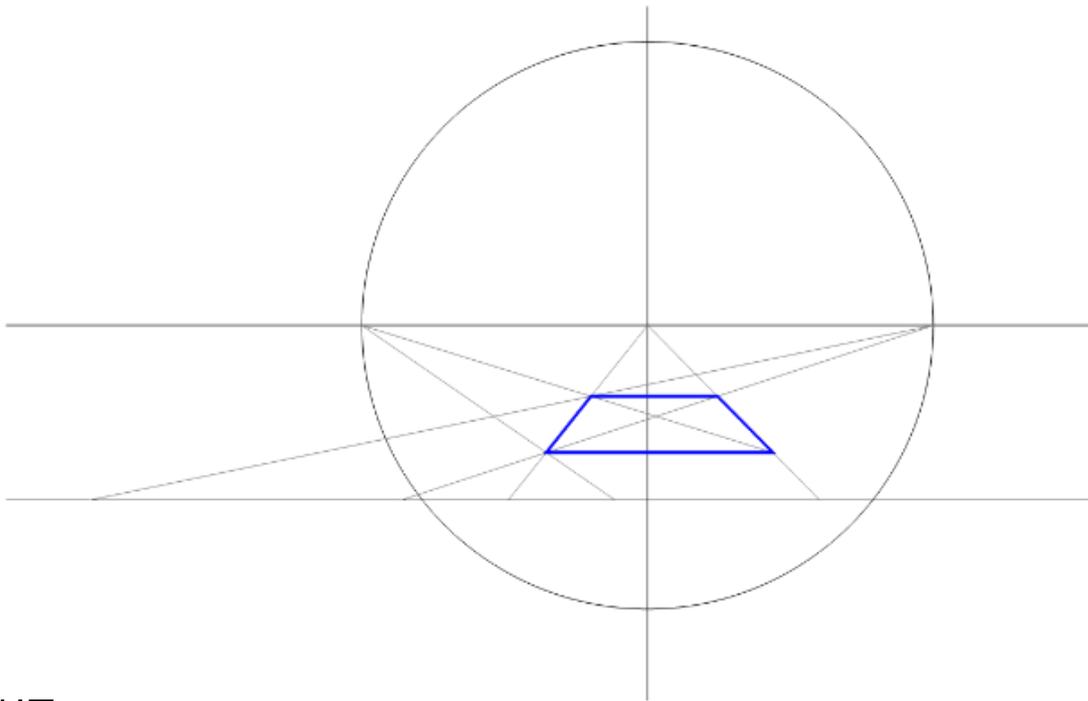
Questo esempio ci permette di mettere in evidenza alcuni aspetti relativi al rapporto fra fuga della retta e giacitura del piano. Lo schema a fianco evidenzia opportunamente la giacitura di un piano ortogonale al geometrale inclinato di 45° rispetto al quadro.

Poiché una retta appartenente ad un piano ha la fuga sulla giacitura del piano, ogni lato delle facce triangolari del solido avrà la fuga nella giacitura del piano d'appartenenza del triangolo. Il solido composto da otto triangoli, a due a due paralleli, presenterà quindi quattro giaciture differenti: due giaciture con direzione parallela alla linea di terra per i triangoli che comprendono un lato con direzione X e due giaciture inclinate passanti per il punto principale O° fuga delle direzioni Y ortogonali al quadro, per i triangoli che comprendono un lato con direzione Y.

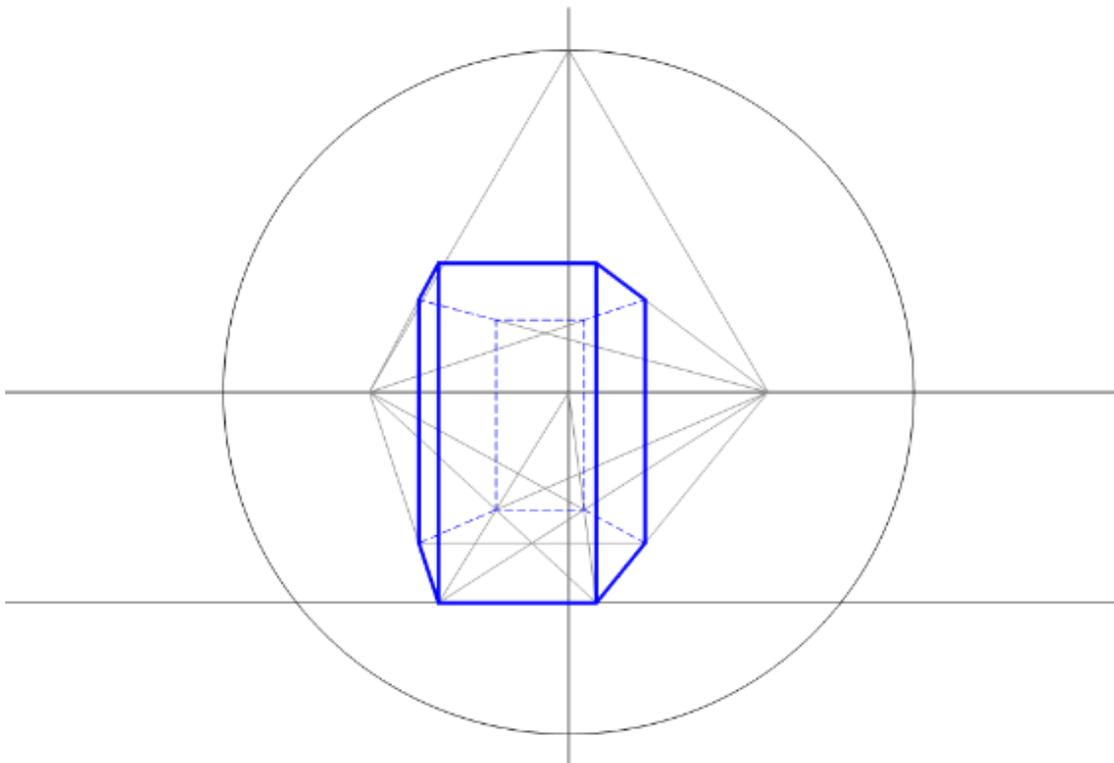


Visualizzazione delle giaciture

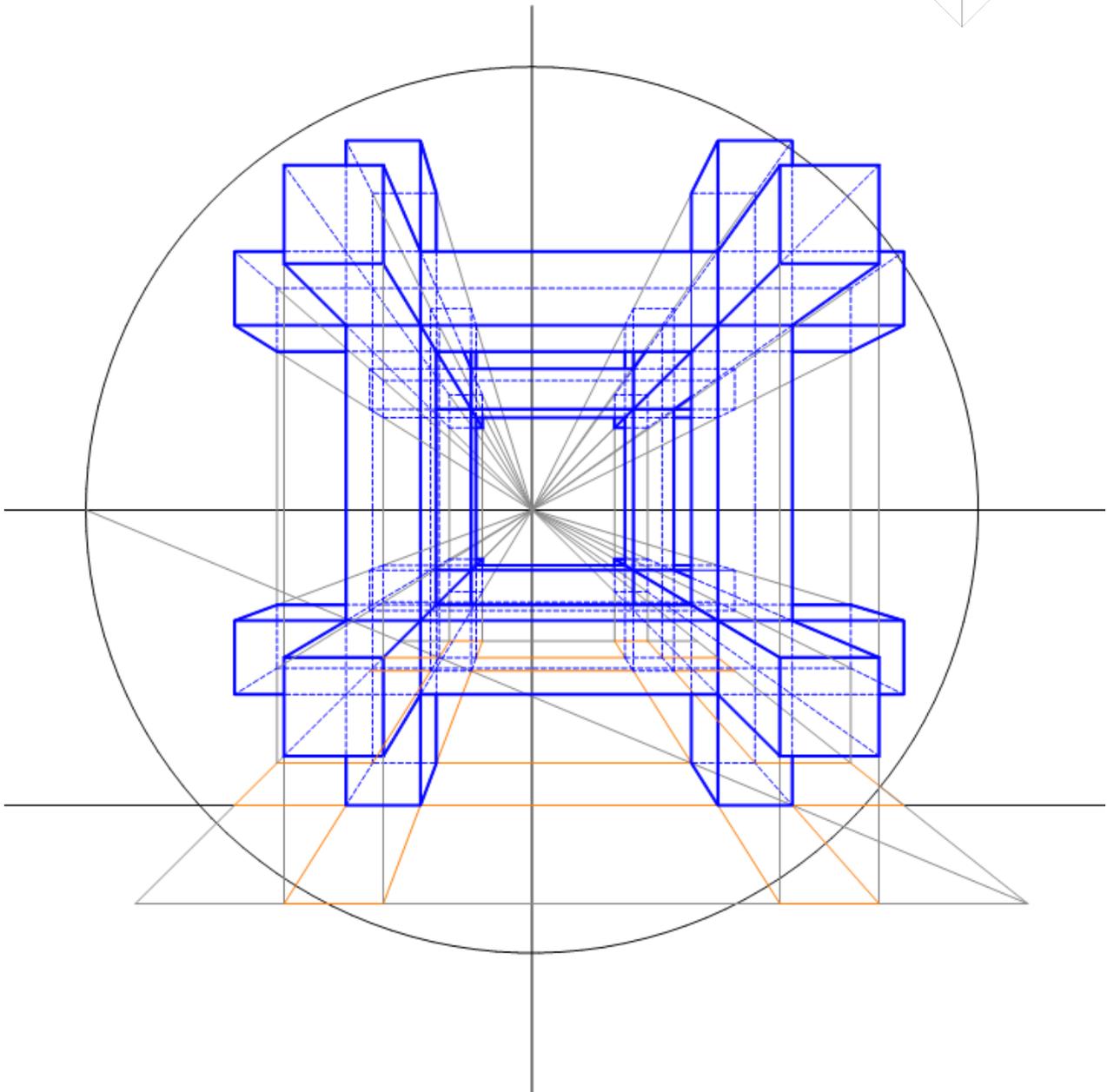
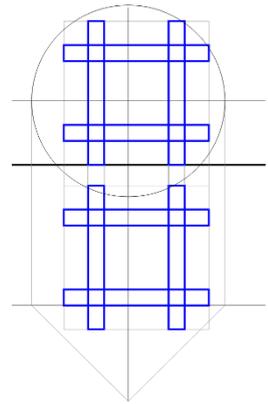
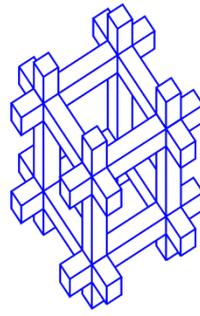




Prospettiva a quadro frontale di un quadrato su geometrico staccato dal quadro.

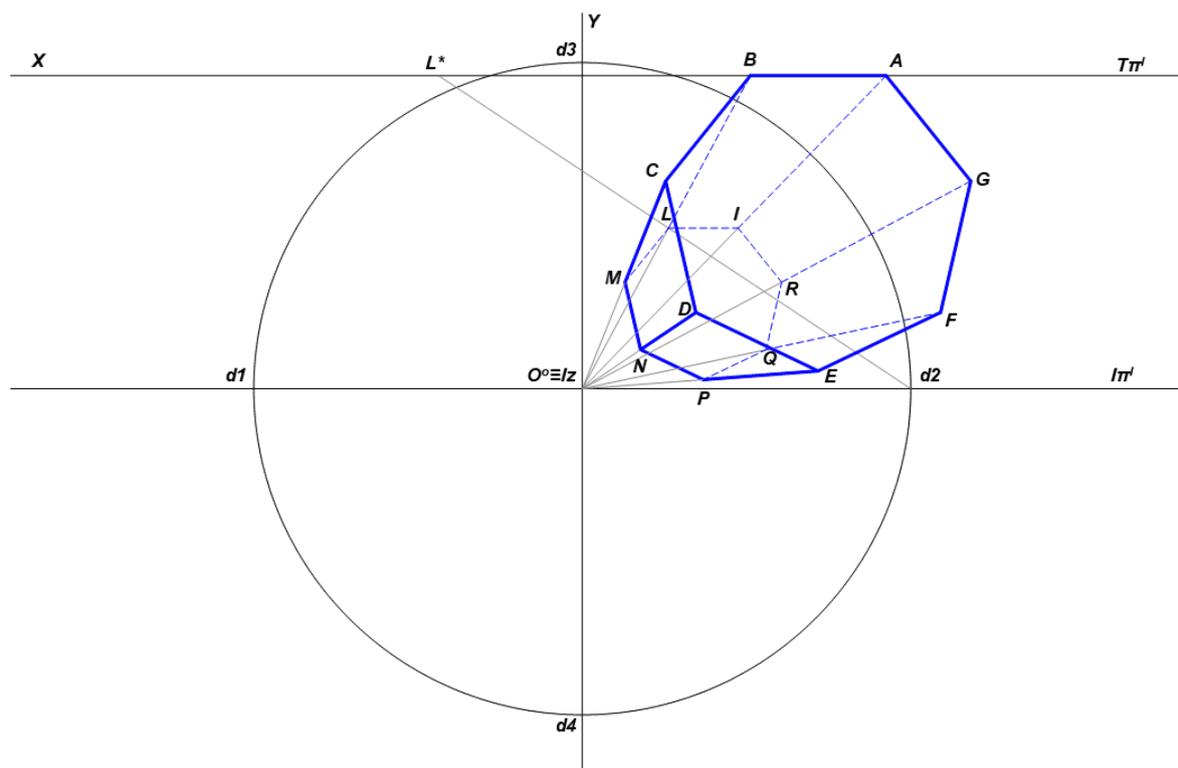


Prospettiva a quadro frontale di un prisma a base esagonale



Prospettiva a quadro frontale di una struttura a telaio composta da sedici parallelepipedi ortogonali fra loro.

Prospettiva | Quadro Orizzontale



Prisma a base ettagonale appoggiato al geometrale

1 – Impostazione della prospettiva

Tracciare la $l\pi'$. Tracciare la direzione ortogonale Y e individuare $O^\circ \equiv Iz$ su $l\pi'$. Tracciare il cerchio delle distanze e individuare i punti $d1$ e $d2$ su $l\pi'$; $d3$ e $d4$ su Y. Tracciare la $T\pi'$ parallela a $l\pi'$

2 – Rappresentazione della base superiore del prisma

Tracciare l'ettagono, base superiore del prisma, coincidente con il quadro prospettico.

3 – Proiezione degli spigoli verticali del prisma

Tracciare i raggi Z passanti per i vertici della base superiore del prisma: B-C-D-E-F-G-A

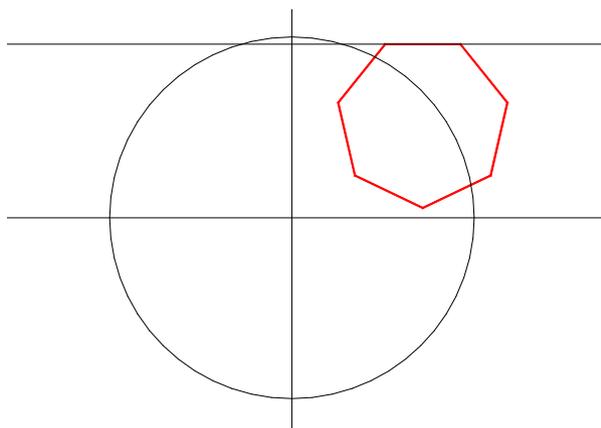
4 – Proiezione della base inferiore del prisma

Tracciare:

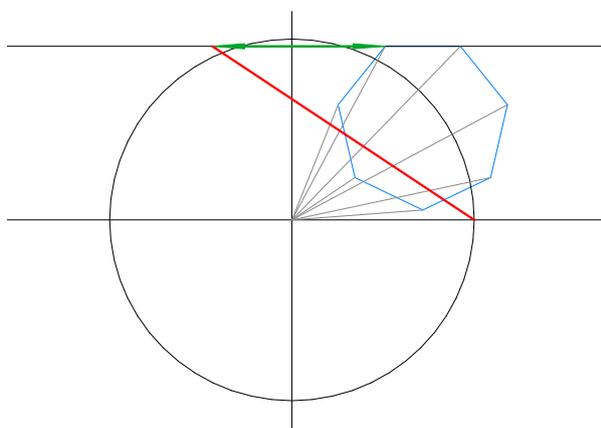
- la misura B-L* corrispondente all'altezza oggettiva del prisma sulla $T\pi'$.
- il raggio $d2-L^*$ e individuare L sul raggio B-Iz.
- la parallela a BC passante per L e determinare M su C-Iz.
- la parallela a CD passante per M e determinare N su D-Iz.
- la parallela a DE passante per N e determinare P su E-Iz.
- la parallela a EF passante per P e determinare Q su F-Iz.
- la parallela a FG passante per Q e determinare R su G-Iz.
- la parallela a GA passante per R e determinare I su A-Iz.
- lo spigolo IL parallelo a AB.

5 – Rappresentazione

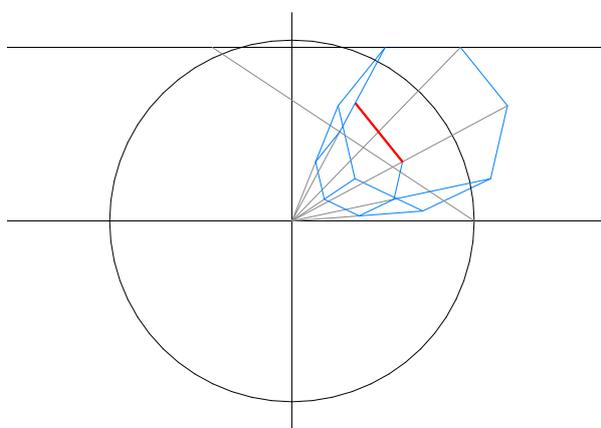
Completamento della proiezione dei vertici del prisma. Tracciare con segno a vista il contorno della proiezione e le parti a vista interne al contorno del prisma. Tracciare le parti nascoste con segno tratteggiato.



La prospettiva a quadro orizzontale è particolarmente adatta per rappresentare le immagini che privilegiano la vista dall'alto come le planimetrie di una architettura o di un più ampio contesto urbano. Dal punto di vista tecnico esecutivo il quadro in condizione di parallelismo rispetto alle direzioni X e Y forma angoli retti rispetto alle sole direzioni Z. La rappresentazione può agevolmente iniziare facendo coincidere le parti orizzontali dei solidi come le basi, con il quadro e quindi rappresentando tali parti in vera forma e grandezza.



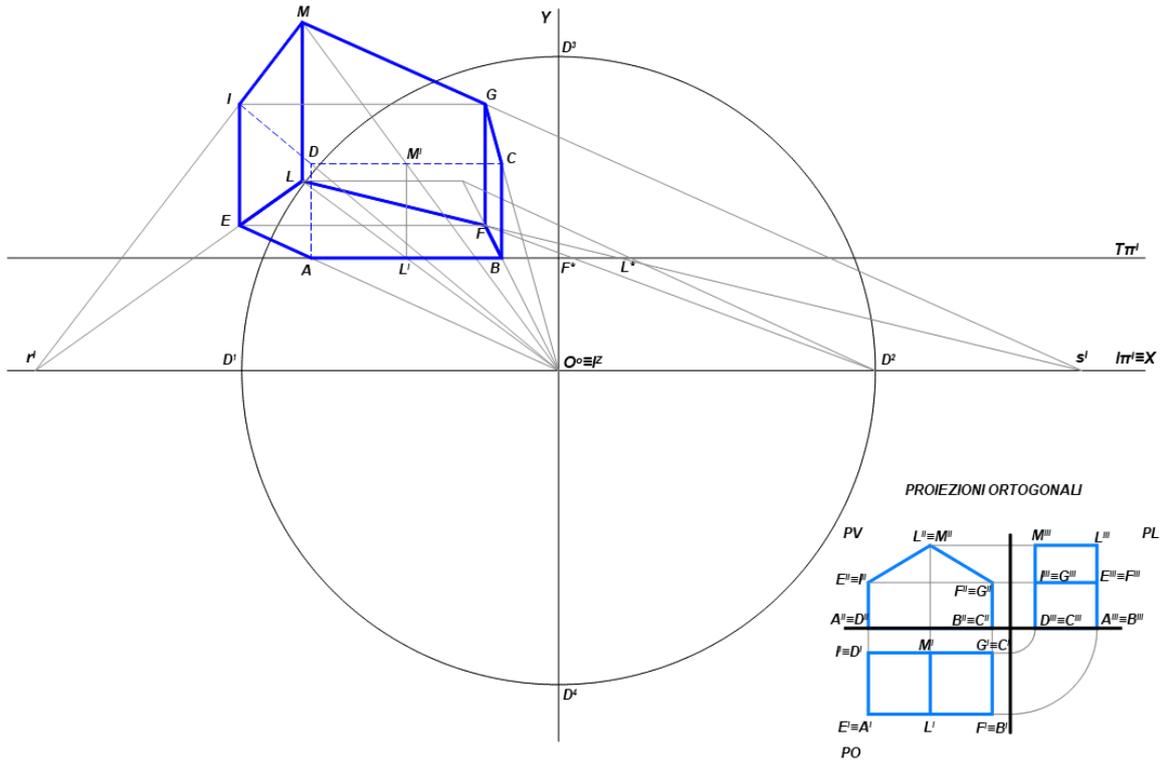
È solo il caso di ricordare che la linea delle tracce coincidente con la direzione X sarà utilizzata per riportare la misura oggettiva che si intende determinare sulle direzioni Z. Si utilizzeranno, con le stesse modalità applicate alla prospettiva a quadro frontale, i punti di distanza D1 e D2 fuga di rette orientate di 45° rispetto alle direzioni Z.



Per completare la proiezione prospettica si potrà sfruttare nel caso in oggetto, del prisma a base ettagonale con la base superiore coincidente con il quadro, la condizione di parallelismo fra i lati delle due basi. Per determinare il punto di fuga di una retta con direzione parallela rispetto al quadro dovremmo infatti tracciare una retta parallela alla retta data, in questo caso sia le X che le Y, passante per l'osservatore S e determinare l'intersezione col quadro, condizione che ci riporterebbe alla rappresentazione parallela delle due entità grafiche.

La prospettiva è un sistema di rappresentazione grafica, in parte assimilabile al meccanismo della visione umana in grado di esprimere la forma e la posizione degli oggetti nella profondità dello spazio. Nella prospettiva, caratterizzata da uno scorcio più o meno accentuato, le dimensioni degli oggetti diminuiscono man mano che gli stessi si allontanano dall'osservatore. La prospettiva è una proiezione centrale (conica) in quanto il centro di proiezione (punto di vista) è collocato a una distanza finita, ovvero misurabile rispetto al quadro e all'oggetto. L'immagine prospettica è data dall'intersezione dei raggi proiettanti passanti per i punti notevoli dell'oggetto, con il quadro (piano di proiezione) e aventi origine nel centro di proiezione.

Prospettiva | Quadro Orizzontale



Solido composto: fughe di rette inclinate

1 – Impostazione della prospettiva

Tracciare la $\Pi^0 \equiv X$. Tracciare la direzione ortogonale Y e individuare $O^0 \equiv I_z$ su Π^0 . Tracciare il cerchio delle distanze e individuare i punti D1 e D2 su Π^0 ; D3 e D4 su Y.

2 – Proiezione prospettica della base inferiore

Rappresentare parallelamente alla $\Pi^0 \equiv X$ la linea delle tracce $T\pi^1$. Rappresentare la base ABCD del solido avendo cura di far coincidere AB con $T\pi^1$. Riportare sulla proiezione prospettica L^1-M^1 . Tracciare con direzione Z i raggi passanti per: A-B-C-D.

3 – Proiezione prospettica delle falde inclinate

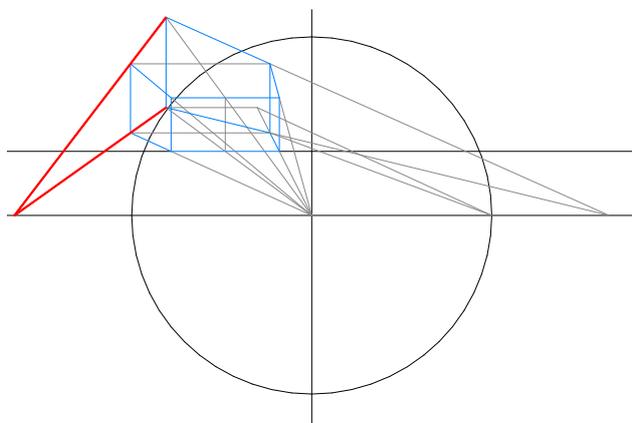
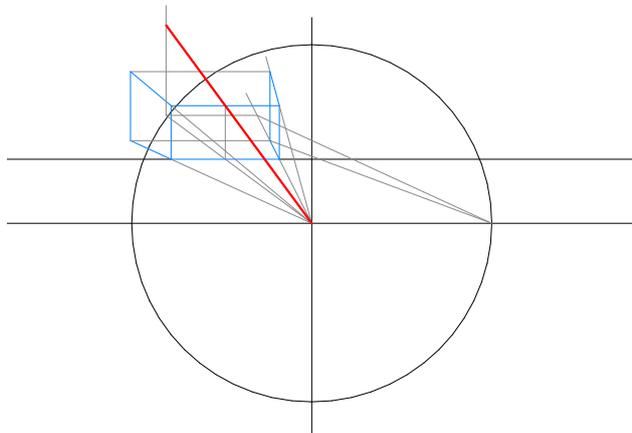
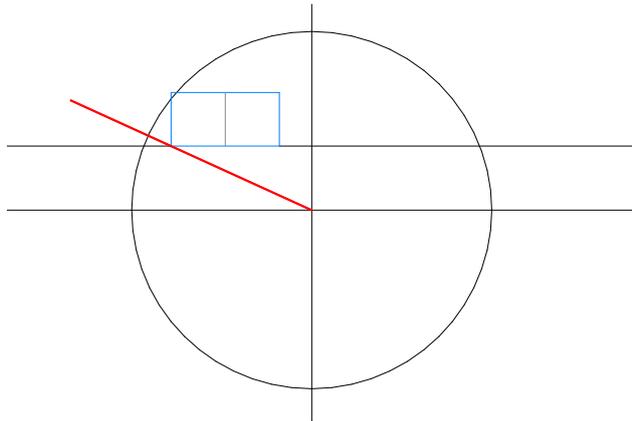
Riportare la misura oggettiva BF^* sulla $T\pi^1$.

Tracciare:

- il raggio D^2 passante per F^* e determinare F sul raggio Z passante per B e il raggio Y passante per F e determinare G sul raggio Z passante per C.
- il raggio X passante per G e determinare I sul raggio Z passante per D, successivamente il raggio Y passante per I e determinare E sul raggio Z passante per A. Riportare la misura oggettiva F^*-L^* sulla $T\pi^1$.
- il raggio D^2 passante per L^* e determinare l'intersezione sul raggio Z passante per B e successivamente tracciare il raggio X. Determinare il punto L nell'intersezione con il raggio Z passante per L^1 .
- il raggio Y passante per L e determinare M sul raggio Z passante per M^1 .
- la retta passante per FL e determinare la fuga s^1 sulla Π^0 .
- la retta s^1 passante per GM (parallelo a FL), la retta passante per EL e determinare la fuga r^1 sulla Π^0 .
- la retta r^1 passante per IM (parallelo a EL).

4 – Rappresentazione

Tracciare con segno a vista il contorno della proiezione prospettica e le parti a vista interne al contorno del solido. Tracciare le parti nascoste del solido.



Il solido di cui dobbiamo realizzare la proiezione prospettica a quadro orizzontale è costituito da due falde inclinate, composte da una direzione Y e da una direzione inclinata rispetto al quadro. Dopo avere rappresentato la proiezione in vera forma e grandezza sul quadro, riprendendo esattamente quanto avremmo fatto per proiettarla in proiezione ortogonale sul piano orizzontale, tracciamo in corrispondenza di uno spigolo esterno un raggio di direzione Z su cui riportare, utilizzando i punti D1 e D2, fuga di rette inclinate di 45° rispetto alle direzioni Z, le altezze della parte inferiore dei due piani inclinati. Allo stesso modo, procedendo quindi per determinazione di punti tracciamo, al fine di misurare la quota Z, due raggi di direzione Z passanti per le proiezioni sul quadro della parte superiore del piano inclinato. Una volta realizzata l'immagine prospettica del solido determiniamo, prolungando i lati inclinati delle falde, le fughe corrispondenti che si troveranno sulla giacitura con direzione X passante il punto principale O° a sua volta coincidente con la fuga delle direzioni Z.

Gli elementi di riferimento della prospettiva sono:

Quadro, piano π è il piano, verticale, orizzontale o inclinato, in cui si determina l'immagine;
Geometricale, piano π' , corrisponde al piano orizzontale delle proiezioni ortogonali;

Piano meridiano principale, piano β ortogonale al quadro passante per il punto di vista S, ;

Linea di terra, la retta di intersezione fra quadro e geometricale;

Linea di orizzonte, retta parallela alla linea di terra passante per O° , si genera nell'intersezione con il quadro di un piano parallelo al geometricale passante per S;

Punto principale, O° proiezione ortogonale del centro di proiezione S sul quadro;

Distanza principale, la distanza S- O° , rappresenta la distanza minore che intercorre fra il centro di proiezione (osservatore) e il quadro;

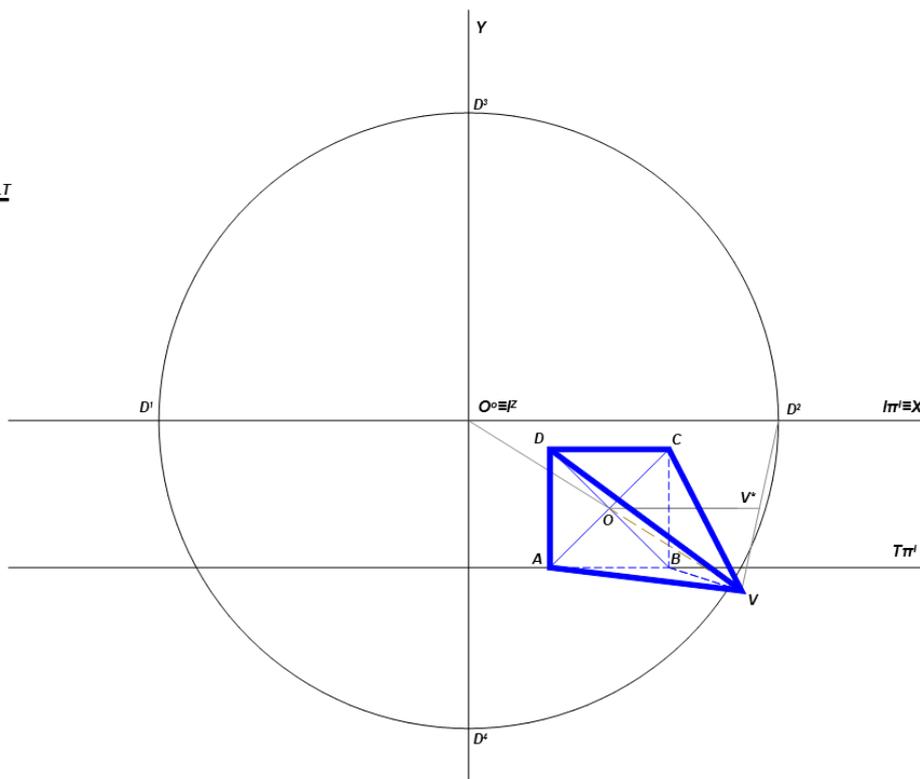
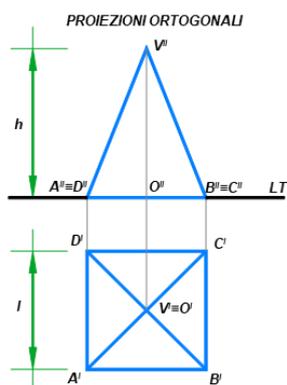
H, intersezione del piano meridiano principale con la linea di terra;

Altezza del punto di vista, H- O° ;

Cerchio delle distanze, con centro in O° e raggio pari alla distanza principale;

Punti di distanza, i due punti di intersezione della linea di orizzonte con il cerchio delle distanze, fughe di rette orizzontali inclinate di 45° rispetto al quadro.

Prospettiva | Quadro Orizzontale



Piramide a base quadrata

1 – Proiezioni ortogonali del solido

Tracciare la linea di terra LT e impostare l, lunghezza del lato del quadrato di base. Tracciare il quadrato ABCD sul PO e le diagonali AC e BD. Impostare h, altezza della piramide e proiettare la base della piramide sulla LT e il vertice V sul PV. Ripassare il contorno della proiezione sul PV.

2 – Impostazione della prospettiva

Tracciare:

- la $l\pi^1 \equiv X$ e parallelamente alla $l\pi^1 \equiv X$ la $T\pi^1$
- Y ortogonalmente alla direzione X e individuare $O^0 \equiv Z$
- il cerchio delle distanze e individuare i p unti D^1, D^2 su X e D^3, D^4 su Y

3 – Proiezione prospettica della base

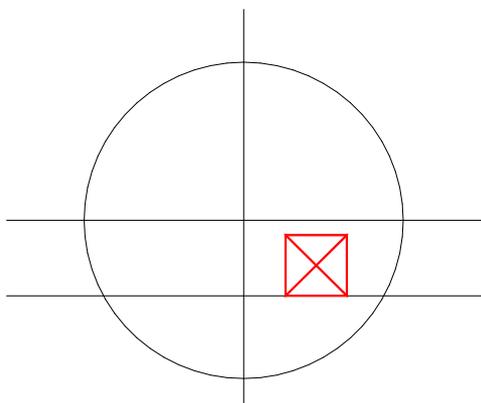
Tracciare: AB di lunghezza l, sulla $T\pi^1$, AD-DC-CB.

4 – Proiezione prospettica del vertice V

Tracciare le diagonali AC e BD e determinare l'intersezione O sulla base e il raggio Z passante per O. Riportare con direzione X la lunghezza h dell'altezza OV. Tracciare il raggio con direzione D^2 passante per V^* e determinare V nell'intersezione con il raggio Z passante per O.

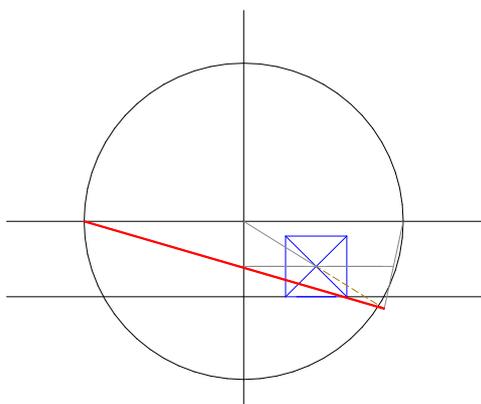
5 – Rappresentazione

Unire: AV, BV, CV e DV. Ripassare con linea continua a vista il contorno della figura, le parti interne a vista e le parti nascoste con segno di linea tratteggiata.

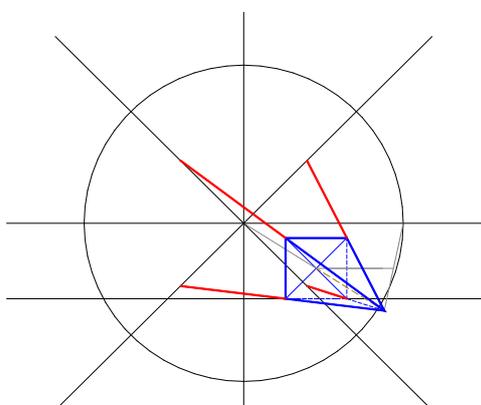


Impostiamo, in prospettiva a quadro orizzontale una piramide con la base quadrata coincidente con il piano X e Y. L'asse della piramide, ortogonale alla base, avrà quindi la direzione Z e sarà l'unico elemento che si dovrà misurare e rappresentare in forma scorciata unitamente ai triangoli laterali convergenti nel vertice.

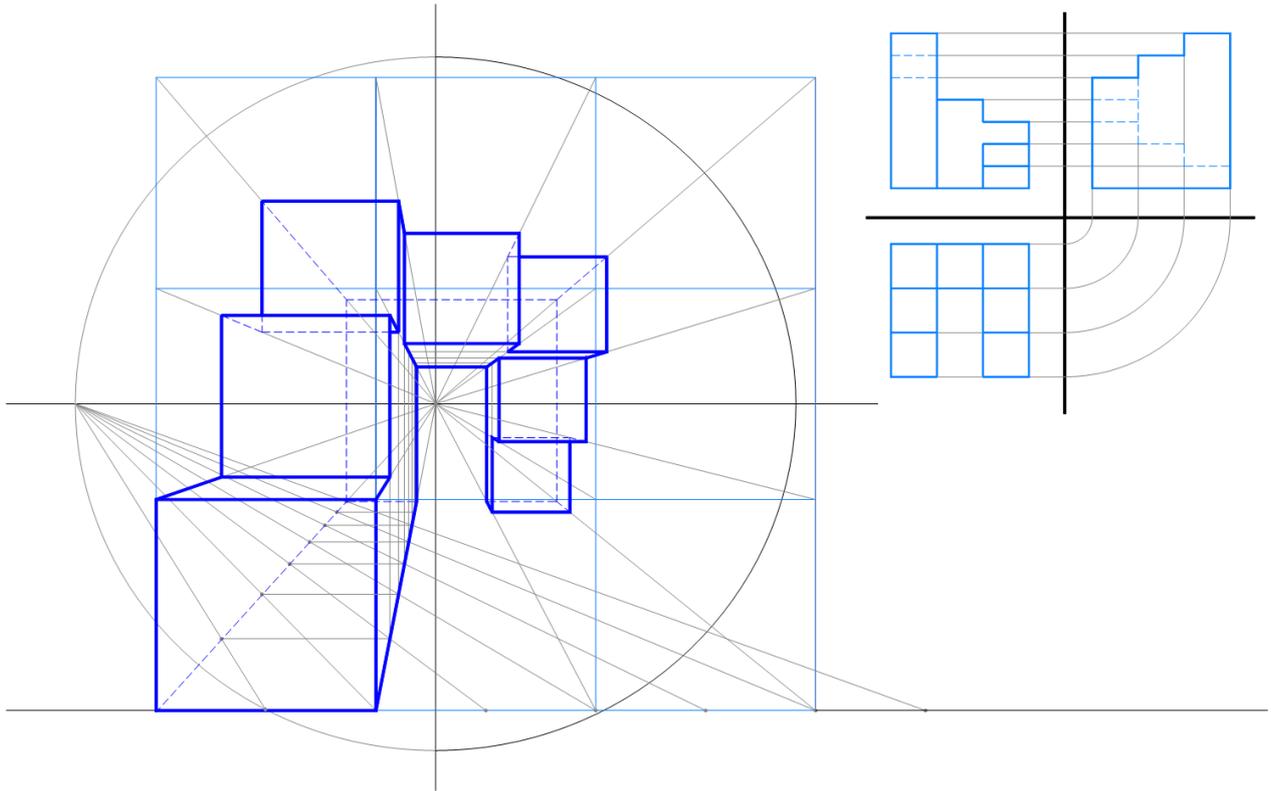
Per determinare l'altezza del vertice della piramide, utilizziamo, indifferentemente, i punti di distanza D1 o D2, fuga di rette appartenenti al piano XZ e inclinate di 45° rispetto al quadro. Riportiamo quindi la dimensione oggettiva dell'asse su una direzione X a partire dalla proiezione del vertice sul quadro prospettico. Tracciamo la direzione Z passante per la proiezione del vertice sul quadro e intersecarla con il raggio con direzione D1, D2, passante per la sua misura oggettiva sul quadro. È superfluo constatare che sia la direzione D1 che D2 individuano entrambi il medesimo punto del vertice.



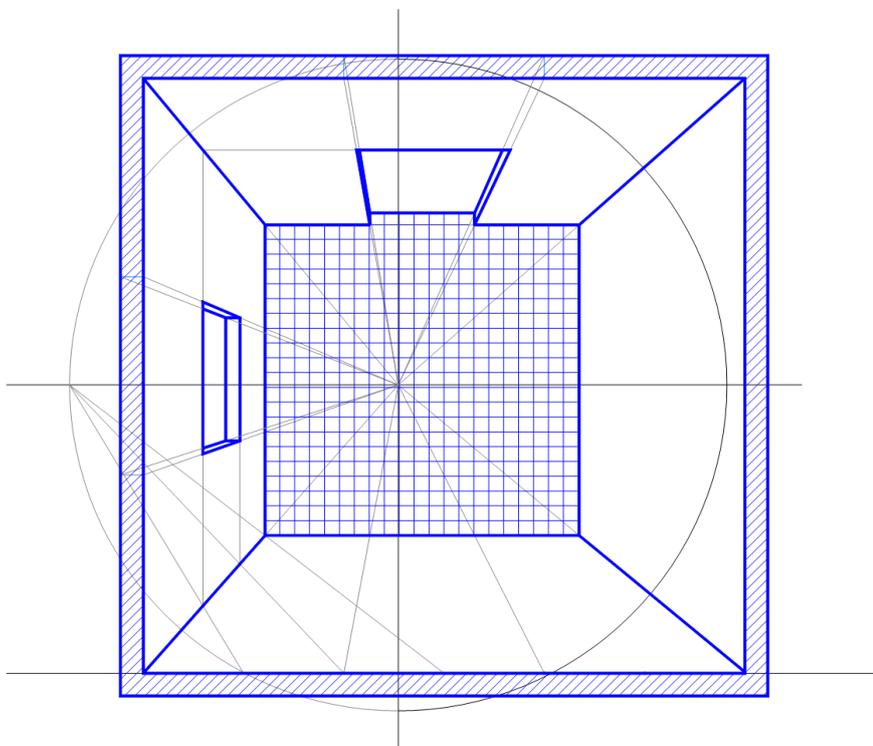
Completare la proiezione unendo il vertice con la base quadrata. Se determiniamo le giaciture dei piani ortogonali al quadro, inclinati di 45° rispetto alle X e alle Y possiamo, prolungando le rette d'appartenenza degli spigoli inclinati della piramide fino alle intersezioni con le giaciture individuarne le fughe. Poiché gli spigoli della piramide mantengono, pur nella diversità delle direzioni, la stessa inclinazione rispetto al quadro, le fughe corrispondenti lungo le giaciture si troveranno alla stessa distanza dal punto principale.



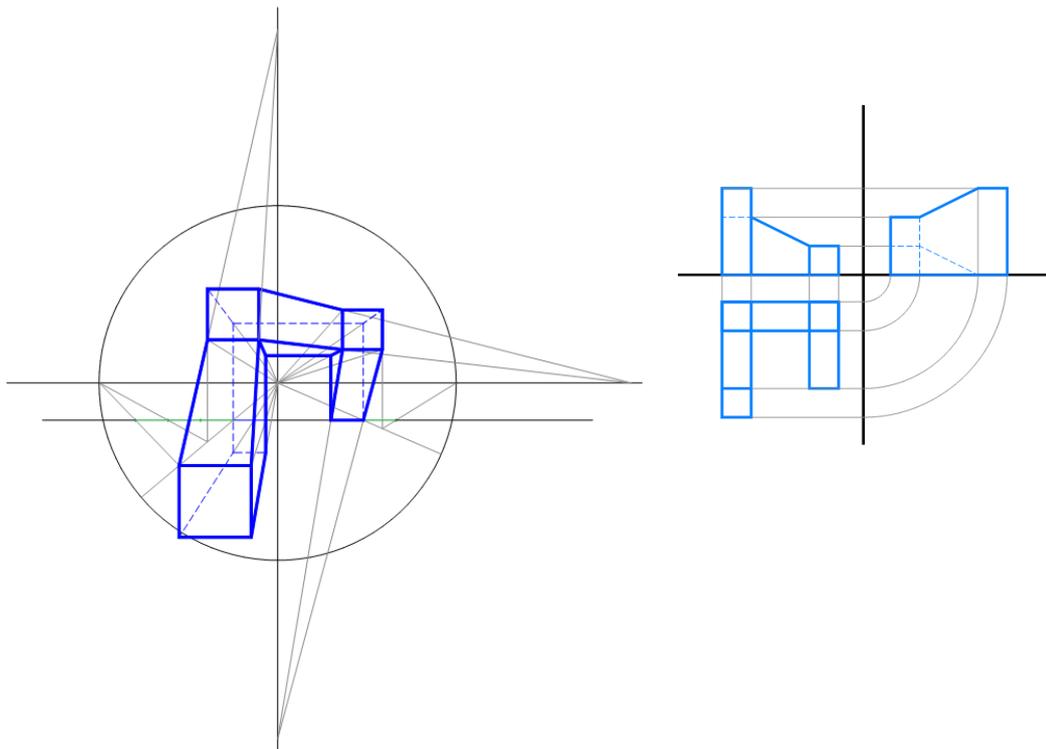
È utile talvolta ipotizzare la posizione dell'osservatore in alto rispetto all'oggetto, con il raggio principale in direzione verticale e il quadro in posizione orizzontale. La prima proiezione del solido (la pianta di un edificio nel caso dell'architettura) coinciderà con il geometrico e le parti verticali convergeranno su O° . Sono queste le condizioni proiettive della prospettiva a quadro orizzontale molto diffusa in ambito architettonico e urbanistico per rappresentare sia singoli edifici che più ampi spazi urbani visti dall'alto.



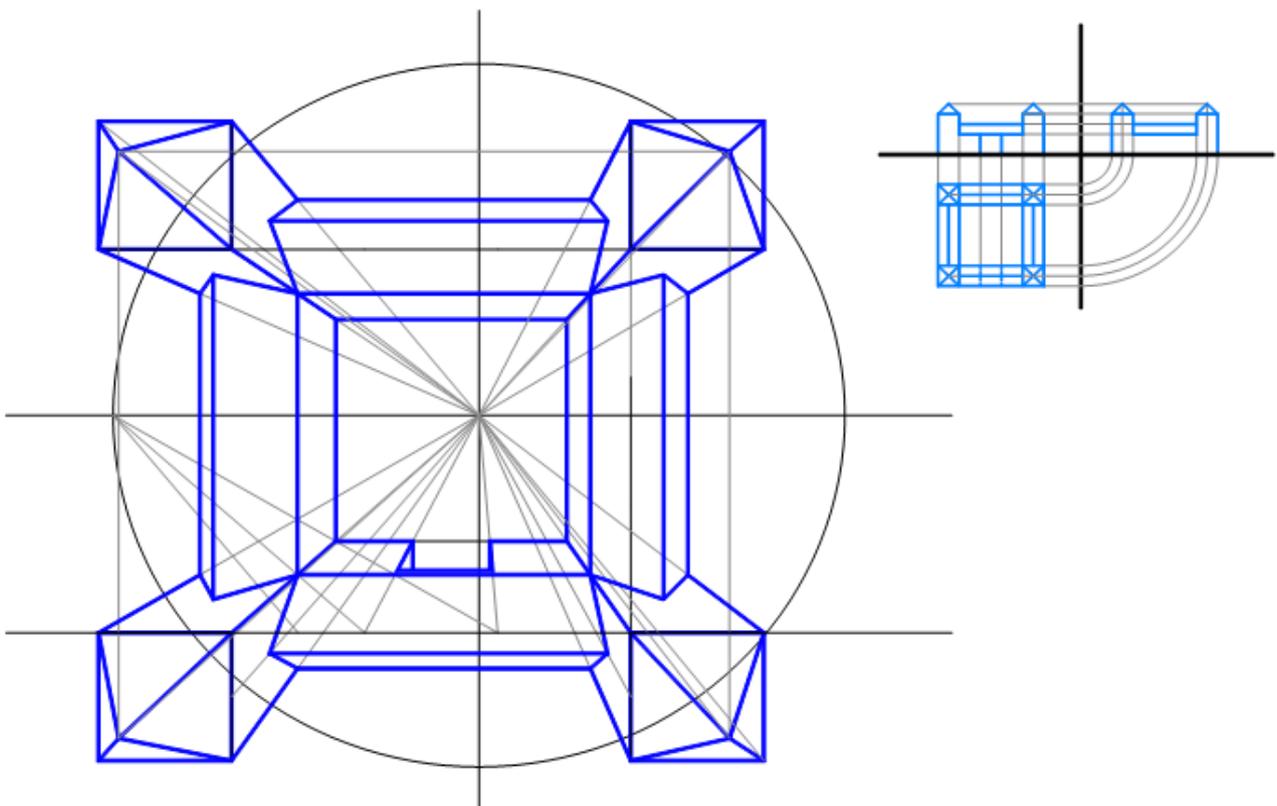
Solido composto in prospettiva a quadro orizzontale, metodo diretto dei punti di misura



Rappresentazione di una sezione prospettica orizzontale a quadro orizzontale di una stanza con due aperture

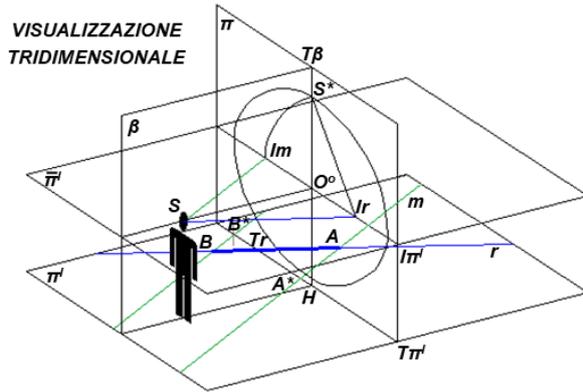


Tre rampe inclinate – rappresentazione e determinazione delle fughe.

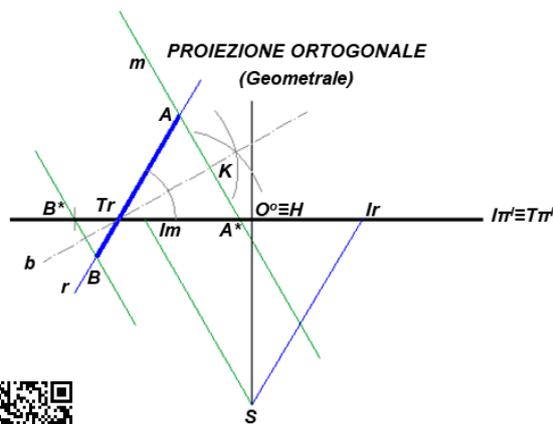
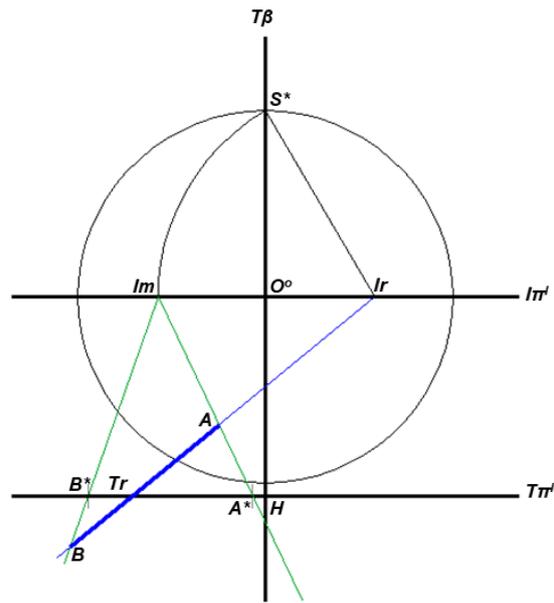


Schema volumetrico di una tipologia architettonica “a corte”.

Prospettiva | Quadro Verticale Accidentale | Teoria



QUADRO PROSPETTICO



I punti di misura: significato, determinazione e proprietà

1 – Impostazione della vista tridimensionale

Impostare la vista tridimensionale definendo: il geometrale - l'osservatore - il quadro prospettico - il piano parallelo al geometrale passante per S - il piano meridiano principale e la distanza principale S-O°.

2 – Impostazione del Quadro Prospettico e del Geometrale

Tracciare la Tπ^l (linea delle tracce o linea di terra) Tracciare la lπ^l (linea d'orizzonte). Tβ (traccia del piano meridiano principale) con individuazione di O° e H. Cerchio delle distanze (raggio uguale alla distanza principale S-O°).

3 – Rappresentazione di una retta generica r appartenente al geometrale

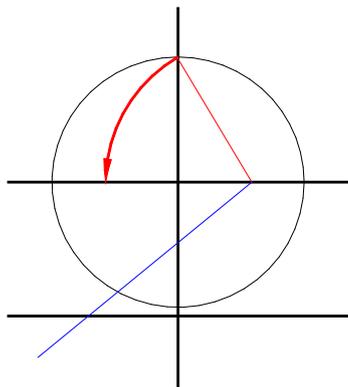
La retta r inclinata genericamente rispetto al quadro e giacente sul geometrale interseca la Tπ^l nel punto Tr. Riportare sulla Tπ^l la distanza Tr-H. Determinare la fuga di Ir determinando l'intersezione con lπ^l della retta parallela a r passante per S. Riportare sulla lπ^l la distanza Ir-O°. Tracciare la retta Ir-Tr immagine prospettica della retta r.

4 – Determinazione, sulla retta r, del segmento Tr-A Individuare sulla retta r il punto A dietro il quadro, rispetto all'osservatore S. Costruire la bisettrice dell'angolo compreso tra A-Tr e la Tπ^l. La retta m, perpendicolare alla bisettrice passante per A individua sulla Tπ^l il punto A*. I triangoli **Tr-K-A** e **Tr-K-A*** sono uguali poiché hanno Tr-K in comune e i due angoli ad esso adiacenti uguali. Sulla base di queste considerazioni possiamo affermare che **Tr-A = Tr-A***. Si deduce che m, retta d'appartenenza di A-A*, individua sulla Tπ^l e sulla retta r segmenti fra loro uguali. Si determina Im, fuga di m, nell'intersezione fra la parallela a m passante per S e lπ^l. I triangoli **Tr-A-A*** e **Im-Ir-S** avendo i tre angoli rispettivamente congruenti sono **simili**. Poiché: **Tr-A = Tr-A*** ne consegue che per la similitudine dei triangoli **Tr-A-A*** e **Im-Ir-S**, i lati **Ir-Im** e **Ir-S** sono uguali. Possiamo esprimere tale uguaglianza con la seguente regola di carattere generale: **IL PUNTO DI MISURA DISTA DALLA FUGA QUANTO LA FUGA DISTA DALL'OSSERVATORE S.**

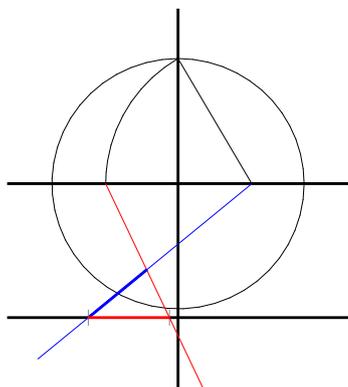
Riportare sulla lπ^l, Im alla distanza Ir-S*. Riportare sulla linea delle tracce la misura oggettiva Tr-A*. La retta m passante per A* individua sulla retta r il punto A di uguale distanza da Tr, ovvero: **Tr-A = Tr-A***.

5 – Determinazione, sulla retta r, del segmento Tr-B davanti al quadro

Riportare sulla linea delle tracce la misura oggettiva Tr-B*. La retta m passante per B* individua sulla retta r il punto B di uguale distanza da Tr, ovvero: **Tr-B = Tr-B***.

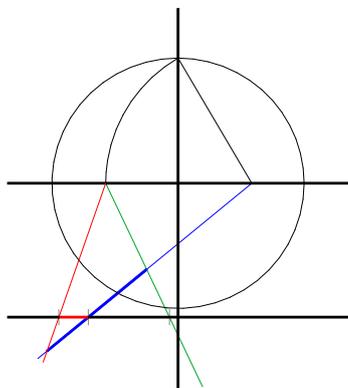


Determiniamo, nel sistema prospettico, i punti di misura cercando di approfondire il significato proiettivo e le proprietà geometriche. Dopo avere impostato linea delle tracce e linea d'orizzonte (giacitura del geometrale), tracciare il cerchio delle distanze il cui raggio definisce la distanza principale, ovvero quella dell'osservatore dal quadro. Dopo avere tracciato una retta generica appartenente al geometrale, con la fuga sulla linea d'orizzonte, determiniamo un punto di fuga che chiameremo di "misura" tale che le sue intersezioni sulla retta e sulla linea delle tracce risultino segmenti nella realtà congruenti. Il punto di misura di una retta si trova sulla relativa giacitura del piano d'appartenenza e dista dalla fuga quanto la fuga dista dall'osservatore S.



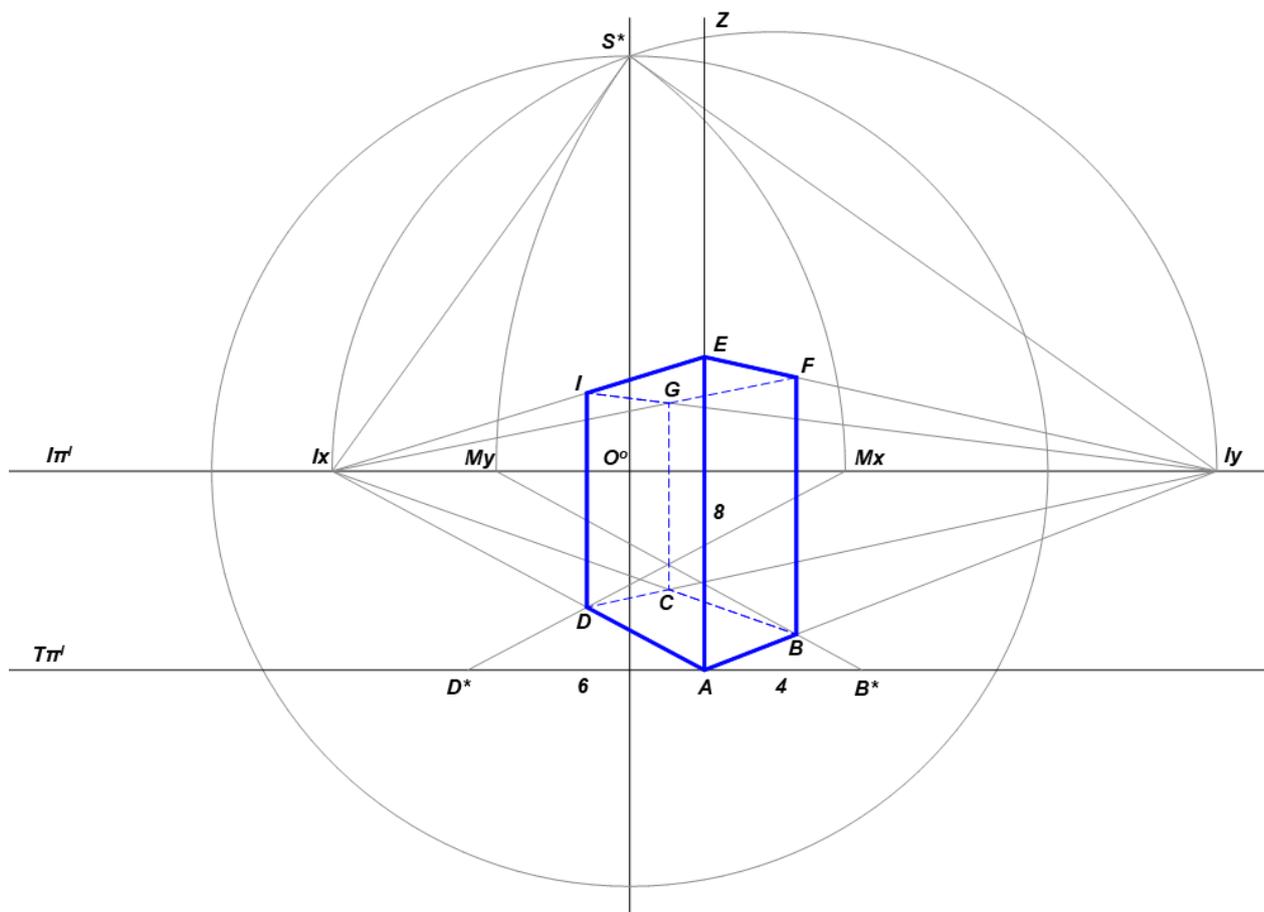
Il triangolo che ha per base il segmento intersezione sulla linea delle tracce e sulla retta, e il vertice nella traccia della retta col quadro, è un triangolo isoscele. Possiamo sfruttare questa proprietà dei punti di misura tracciando oggettivamente sulla linea delle tracce la distanza che vogliamo riportare sulla retta di riferimento.

È altresì molto interessante rilevare che questo procedimento di misura, che potremmo definire diretto poiché le quote lineari vengono riportate direttamente sul quadro, può indifferentemente essere utilizzato per quantificare la lunghezza dei segmenti sia dietro che davanti al quadro. L'unico limite è dato dal fatto che poiché tanto più ci si allontana, nella rappresentazione, dall'area del cerchio delle distanze, tanto più l'immagine subirà delle distorsioni per effetto delle cosiddette aberrazioni prospettiche e sarà quindi opportuno non allontanarsi troppo da questa area del disegno.



Indipendentemente dalle direzioni delle rette e dalle giaciture dei piani, poter quantificare misure lineari e angolari direttamente sulla prospettiva consente di rappresentare la realtà tridimensionale senza necessariamente dover passare per la definizione di ulteriori passaggi intermedi in genere costituiti dalle proiezioni ortogonali. Per chi progetta, tale potenzialità permette di modificare l'oggetto pensandolo, già nella fase iniziale della sua ideazione, in funzione della sua percezione visiva a conclusione del processo creativo.

Prospettiva | Quadro Verticale Accidentale



Metodo dei punti di misura: parallelepipedo appoggiato al geometrico

1 – Impostazione della prospettiva

Disegnare la $T\pi^1$ (Linea delle tracce). Disegnare la $l\pi^1$ (linea d'orizzonte). Scorcio prospettico: fissare a piacere A sulla $T\pi^1$ e unire con l_x e l_y . Tracciare la direzione Z a piacere e fissare la posizione di O° su $l\pi^1$. Tracciare la semicirconfenza di diametro l_x-l_y . Tracciare il rettangolo $l_x-l_y-S^*$. Puntando su O° tracciare il cerchio delle distanze di raggio $O^\circ-S^*$. Puntare su l_x con apertura l_x-S^* , tracciare un arco e individuare M_x su $l\pi^1$. Puntare su l_y con apertura l_y-S^* , tracciare un arco e individuare M_y su $l\pi^1$.

2 – Proiezione della base inferiore del solido

Riportare su $T\pi^1$ il segmento $A-D^*$ di misura 6. Unire D^* con M_x e individuare D su $A-l_x$. Riportare su $T\pi^1$ il segmento $A-B^*$ di misura 4. Unire B^* con M_y e individuare B su $A-l_y$. Unire D con l_y . Unire B con l_x e individuare C nell'intersezione con $D-l_y$. Completamento della base ABCD.

3 – Proiezione della base superiore del solido

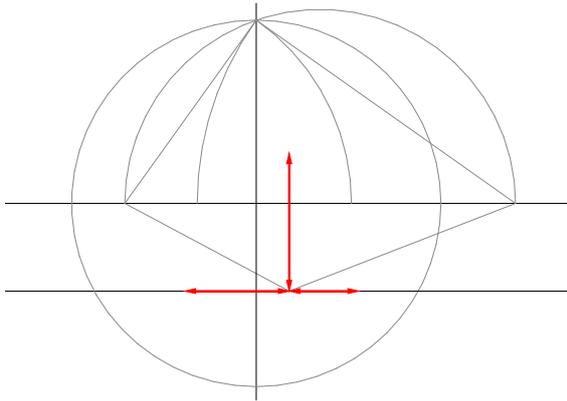
Tracciare:

- la direzione Z passante per A e riportare su Z il segmento A-E di misura 8
- il piano verticale X passante per AE di altezza 8 e lo spigolo ID
- il piano verticale Y passante per AE di altezza 8 e lo spigolo BF
- il piano verticale Y passante per ID di altezza 8 e lo spigolo CG.

Il piano verticale X passante per FB passa per CG.

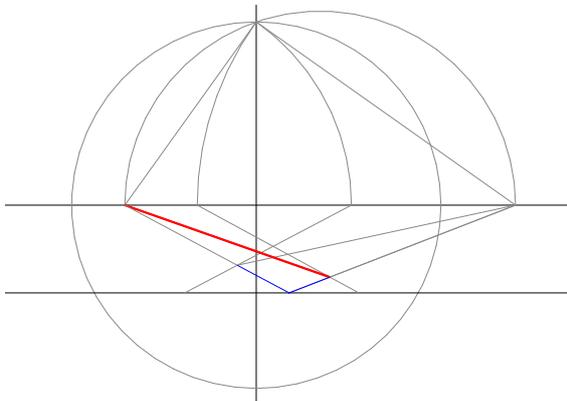
4 – Completamento grafico

Rappresentare a vista il contorno esterno del solido. Rappresentare a vista le parti interne del solido. Rappresentare le parti interne nascoste del solido con linea tratteggiata.



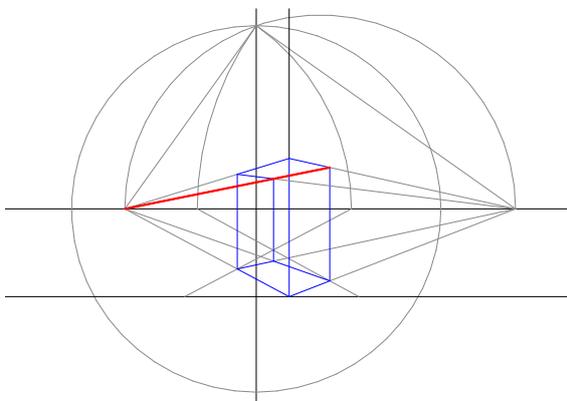
Impostare una prospettiva a quadro verticale accidentale con la direzione Z parallela al quadro determinando:

- 1) l'altezza dell'osservatore, da cui consegue la distanza fra la linea delle tracce e la linea d'orizzonte, rispettivamente intersezione col quadro del geometrale e del piano parallelo al geometrale passante per S,
- 2) il punto principale O° proiezione ortogonale del punto S sul quadro,
- 3) il cerchio delle distanze, luogo geometrico di tutti i punti distanti da O° quanto O° dista dal punto di vista S,
- 4) i punti di fuga delle rette X e Y in modo tale che il triangolo formato dalle fughe di X e Y e dal ribaltamento sul quadro di S, risulti un triangolo rettangolo, con l'angolo retto nel punto S^*
- 5) I punti di misura, distanti dalla fuga quanto la fuga dista dal punto di vista S.



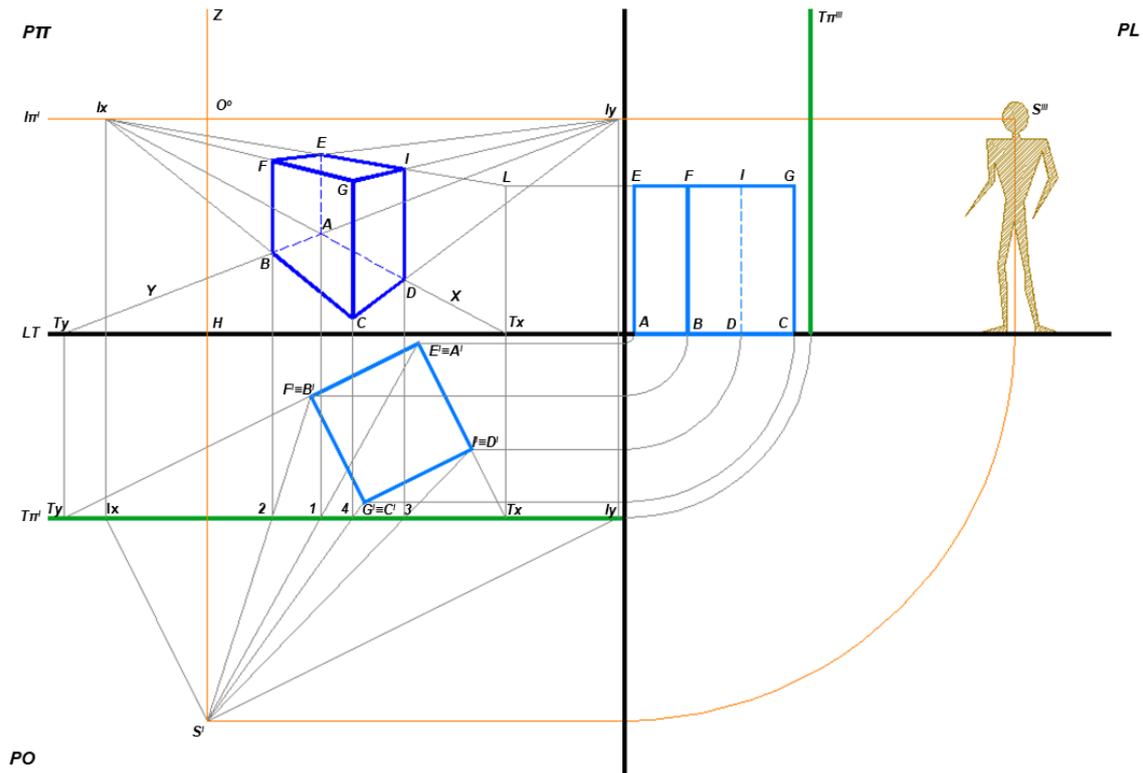
Il metodo che si intende applicare, detto appunto "metodo dei punti di misura" ci permette misurare direttamente sul quadro le misure oggettive del parallelepipedo. Per semplificare la misura delle quote del solido è opportuno, se non in presenza di eventuali specifiche indicazioni relative alla sua posizione, posizionare un punto della base inferiore del parallelepipedo sulla linea delle tracce. Misurare oggettivamente a partire da tale punto le tre misure del parallelepipedo relative ad altezza Z, larghezza X e profondità Y.

Unire la misura oggettiva del lato X con il relativo punto di misura e, sfruttandone la proprietà, individuare nella direzione corrispondente il segmento di uguale grandezza. Ripetere analogamente il procedimento anche per quanto riguarda la misura Y.



La misura delle direzioni Z presenta un procedimento più immediato poiché, dopo avere riportato le rette con direzione Z che si intende misurare, sarà sufficiente riportare la misura oggettiva sul quadro, e successivamente a partire dai suoi estremi, tracciare due rette orizzontali passanti per la retta Z che si intende misurare.

Prospettiva | Quadro Verticale Accidentale



Metodo indiretto del taglio dei raggi visuali: parallelepipedo appoggiato al geometricale

1 – Impostazione dei piani di proiezione

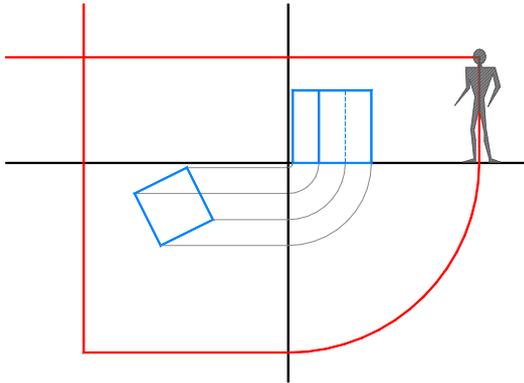
Tracciare la LT. Tracciare il piano verticale che individua PO, PL e Piano prospettico $P\pi$.

2 – Impostazione della prospettiva

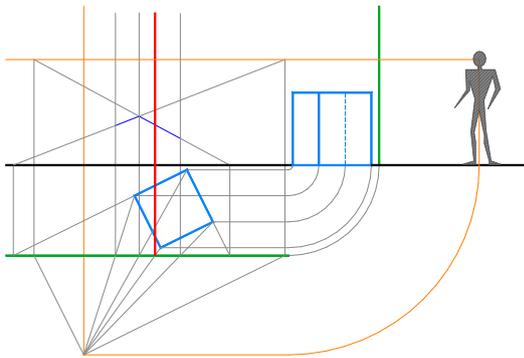
Dato il parallelepipedo appoggiato in posizione generica sul geometricale, posizionare l'osservatore S sul piano laterale. Tracciare il raggio principale parallelamente al PO individuando Tr'' sul quadro prospettico. Proiettare S sul PO. Proiettare S sul piano prospettico individuando H sulla LT e O° su Tr'' con $O^\circ H$ pari all'altezza dell'osservatore. Tracciare sul PO la Tr' . Proiettare sul PL la Tr''' . Prolungare la retta d'appartenenza di AB (Y) e determinare Ty su Tr' . Riportare Ty sulla LT. Prolungare la retta d'appartenenza di AD (X) e determinare Tx su Tr' . Riportare Tx sulla LT. Tracciare la retta con direzione X passante per S' e determinare Ix su Tr' . Proiettare ortogonalmente e individuare Ix su Tr'' . Tracciare la retta con direzione Y passante per S' e determinare Iy su Tr' . Proiettare e individuare Iy su Tr'' .

3 – Proiezione del solido

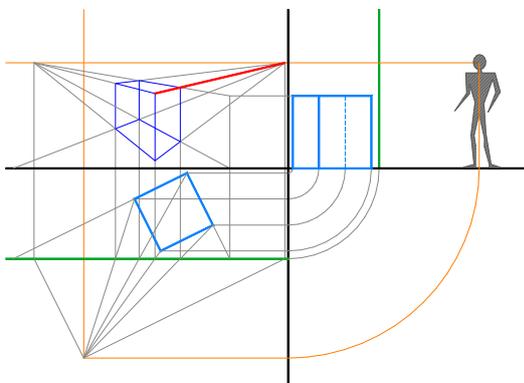
Tracciare la direzione X unendo Iy e Ty , rispettivamente Fuga e Traccia della retta Y. Tracciare la direzione X unendo Ix e Tx , (Fuga e Traccia della retta X), e determinare il punto A. Unire il punto A della base inferiore con S e determinare su Tr' l'intersezione 1. Il raggio perpendicolare passante per 1 conferma l'intersezione del punto A trovato in precedenza. Unire il punto B della base inferiore con S e determinare su Tr' l'intersezione 2. Il raggio perpendicolare passante per 2 e la Y passante per A si intersecano nel punto B. Unire il punto D della base inferiore con S e determinare su Tr' l'intersezione 3. Il raggio perpendicolare passante per 3 e la X passante per A si intersecano nel punto D. Unire il punto C della base inferiore con S e determinare su Tr' l'intersezione 4. Il raggio perpendicolare passante per 4 e la X passante per B si intersecano nel punto C. La Y passante per D passa anche per C. Tracciare un raggio pari all'altezza della base superiore del solido. A partire da Tx sulla LT proiettare un raggio ortogonale e determinare il punto L. Proiettare una X passante per L. Individuazione degli spigoli verticali AE e DI. Proiettare la Y passante per E e determinare F sulla Z passante per B. Proiettare la X passante per F e determinare G sulla Z passante per C. La Y passante per I passa per G così come determinato in precedenza.



Rappresentare in proiezione ortogonale, un parallelepipedo appoggiato genericamente sul piano orizzontale e inclinato, nelle sue componenti X e Y rispetto al piano laterale. Inseriamo sul piano laterale l'osservatore individuando in particolare la sua altezza, la distanza dal quadro e la direzione del raggio principale. Analogamente a quanto proposto nello stesso metodo del taglio dei raggi visuali nel contesto della prospettiva a quadro frontale, utilizziamo la superficie del piano verticale per rappresentare il quadro prospettico. Il punto principale O^o , proiezione ortogonale dell'osservatore sul quadro, è individuato dall'intersezione del raggio principale proiettato dai piani orizzontale e laterale.

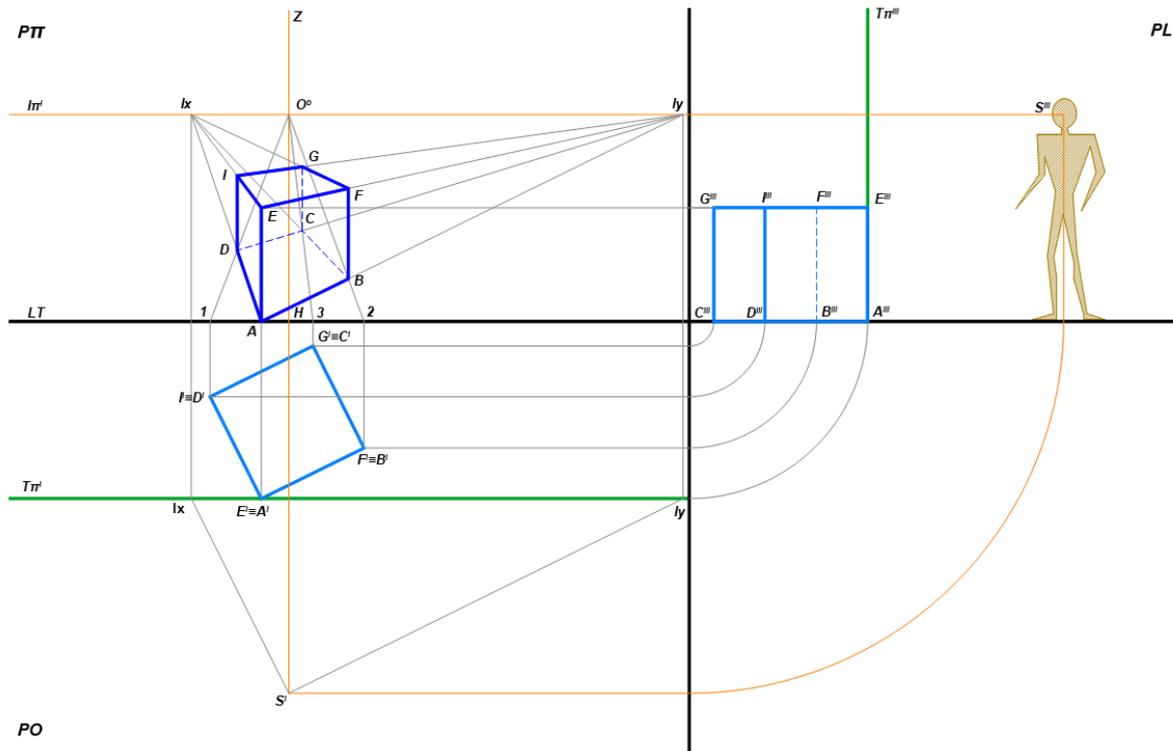


Impostiamo la posizione del quadro disponendolo in posizione ortogonale rispetto al piano orizzontale e generica rispetto alle direzioni X e Y del solido. Abbiamo più volte rimarcato che i due dati fondamentali per la rappresentazione della retta nel sistema prospettico sono la traccia e il punto di fuga. Individuato sul geometrale il punto A prolungare le direzioni X e Y passanti per tale punto e determinare le tracce delle due rette. Per determinare le fughe tracciare le direzioni parallele a X e Y passanti per l'osservatore S e individuare le intersezioni sul quadro. Tracciare quindi sul quadro prospettico le direzioni X e Y passanti per il punto A. Tracciamo adesso sul geometrale (piano orizzontale della proiezione ortogonale), i raggi proiettanti unendo i punti della proiezione con l'osservatore S. Proiettiamo quindi le intersezioni dei raggi ortogonalmente alla linea delle tracce e determiniamo i restanti punti nell'intersezione con le rispettive rette d'appartenenza.



Dopo avere tracciato le rette con direzione Z in condizione di parallelismo rispetto al quadro, passanti per i punti della proiezione prospettica della base, riportare l'altezza oggettiva del solido riportandola dal piano laterale sul quadro nella traccia della retta d'appartenenza di un lato del solido. Utilizzare una retta parallela, con l'ausilio del punto di fuga corrispondente, per riportare tale altezza oggettiva sul quadro prospettico. Utilizzare le fughe di X e Y per completare il disegno prospettico.

Prospettiva | Quadro Verticale Accidentale



Metodo indiretto delle ortogonali al quadro: parallelepipedo appoggiato al geometricale

1 – Impostazione dei piani di proiezione

Tracciare la LT. Tracciare il piano verticale che individua PO, PL e Piano prospettico $P\pi$.

2 – Proiezione ortogonale del solido

Rappresentare la proiezione sul PO: $E' \equiv A'$ - $F' \equiv B'$ - $G' \equiv C'$ - $I' \equiv D'$. Tracciare il raggio orizzontale r pari all'altezza del solido.

2 – Proiezione ortogonale del solido

Proiettare i punti sul piano laterale: $G'''C'''$ - $E'''A'''$ - $I'''D'''$ - $F'''B'''$. Ripassare il contorno del solido. Ripassare le parti a vista interne. Ripassare con segno tratteggiato le parti nascoste interne al solido.

3 – Impostazione della prospettiva

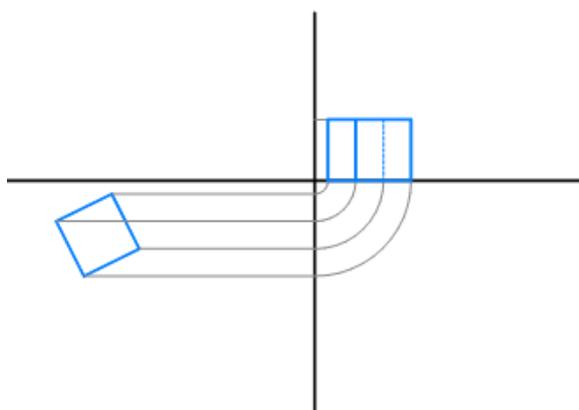
Tracciare sul PO la $T\pi'$ passante per A. Proiettare sul PL la $T\pi''$. Posizionare l'osservatore S sul piano laterale. Tracciare il raggio principale parallelamente al PO individuando $I\pi'$ sul quadro prospettico. Proiettare S sul PO. Proiettare S sul piano prospettico individuando H sulla LT e O° su $I\pi'$ con $O^\circ H$ pari all'altezza dell'osservatore. Tracciare la retta con direzione X passante per S' e determinare I_x su $T\pi'$. Proiettare ortogonalmente e individuare I_x su $I\pi'$. Tracciare la retta con direzione Y passante per S' e determinare I_y su $T\pi''$. Proiettare ortogonalmente e individuare I_y su $I\pi'$.

4 – Proiezione della base inferiore del solido

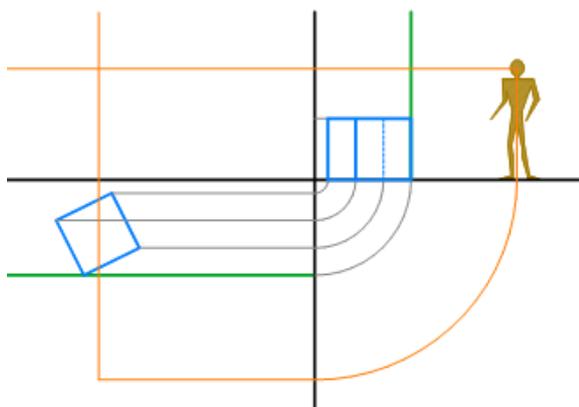
Proiettare ortogonalmente A' e individuare A sulla linea delle tracce. Unire A con I_x e I_y . Proiettare ortogonalmente D' e individuare 1 sulla linea delle tracce. Tracciare il raggio 1- O° ortogonale al quadro e individuare D nell'intersezione con A- I_x . Proiettare ortogonalmente B' e individuare 2 sulla linea delle tracce. Tracciare il raggio 2- O° ortogonale al quadro e individuare B nell'intersezione con A- I_y . Proiettare ortogonalmente C' e individuare 3 sulla linea delle tracce. Unire il punto 3 con O° . La retta X passante per B, la retta Y passante per D e il raggio 3- O° individuano il punto C.

5 – Proiezione della base superiore del solido

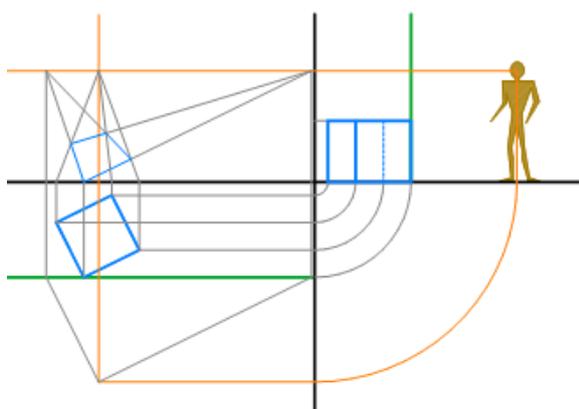
Tracciare il raggio Z passante per A sulla linea delle tracce, riportare sul quadro l'altezza del solido tracciando dal PL un raggio orizzontale e individuare il punto E. Unire E con I_x e I_y . Tracciare la Z passante per D e individuare I nell'intersezione con E- I_x . Tracciare la Z passante per B e individuare F nell'intersezione con E- I_y . Tracciare la Y passante per I e la X passante per F e individuare G nella loro intersezione. Unire CG con direzione Z. Ripassare a vista il contorno e le parti a vista interne della figura. Ripassare le parti nascoste interne della figura con segno di linea tratteggiata.



Dopo avere rappresentato, in proiezione ortogonale, sul piano orizzontale e sul piano laterale, un cubo in posizione generica appoggiato al geometrico, impostiamo, al posto della proiezione sul piano verticale, il quadro prospettico derivando l'immagine con metodo indiretto dalle proiezioni ortogonali.



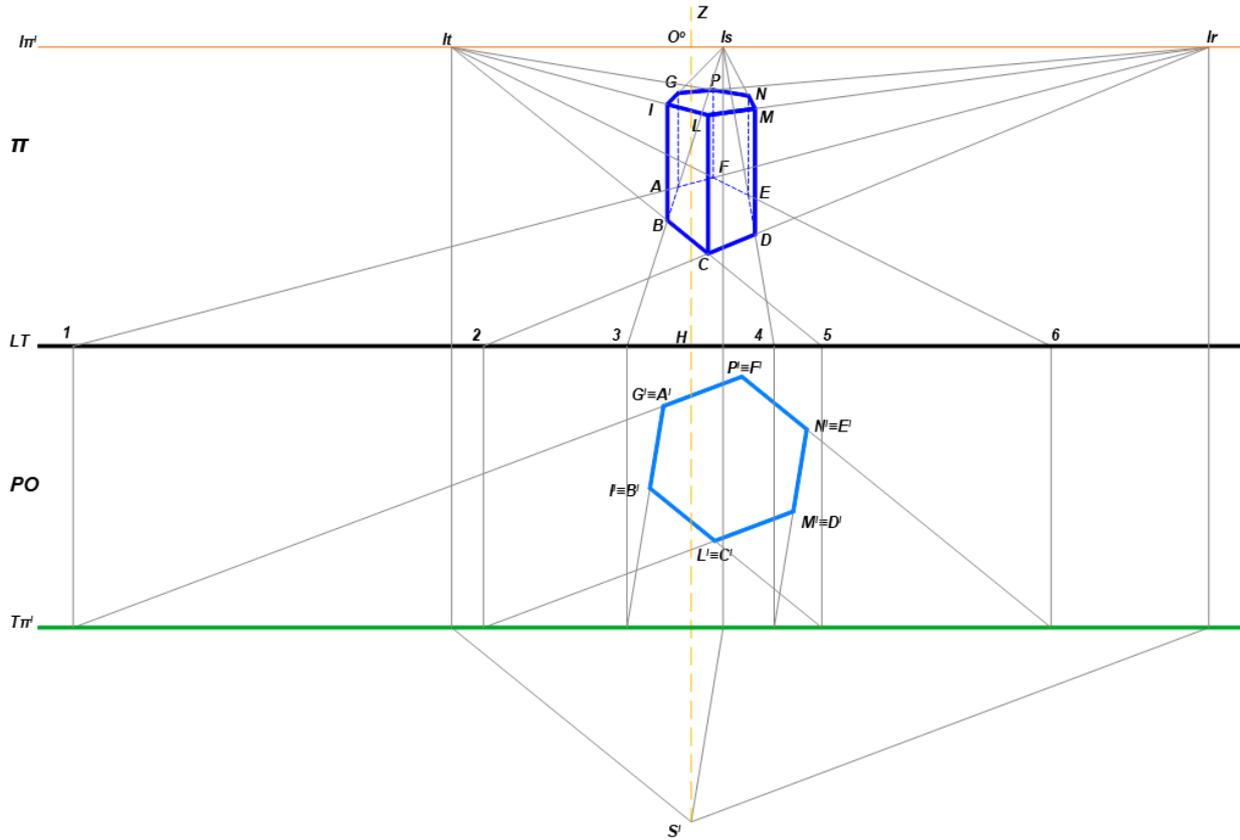
Impostiamo in seguito sui piani orizzontale e laterale la posizione dell'osservatore individuando in particolare la sua altezza, la distanza dal quadro e la direzione del raggio principale. Determiniamo la posizione del punto principale, intersezione col quadro del raggio principale, proiezione ortogonale dell'osservatore S sul quadro. Ricordiamo che il punto principale, oltre a definire l'immagine dell'osservatore sul quadro, rappresenta anche il punto di fuga delle rette ortogonali al quadro. Il metodo prospettico delle perpendicolari al quadro, sfrutta appunto la peculiarità del punto principale come punto di fuga per determinare le proiezioni sul geometrico.



Dopo avere opportunamente impostato il punto A sulla linea delle tracce, al fine di semplificare le operazioni di misura, e tracciato le rette d'appartenenza degli spigoli AD e AB, rispettivamente con direzioni X e Y, proiettiamo sul piano orizzontale i raggi ortogonali al quadro passanti per i punti della base B, C e D. Uniamo l'intersezione di questi raggi sulla linea delle tracce, con il punto principale come si è detto fuga delle perpendicolari al quadro. I punti della base saranno agevolmente identificati, nell'immagine prospettica, dall'intersezione dei raggi perpendicolari con le rette X e Y rette d'appartenenza dei lati della base. Di particolare interesse proiettivo il punto C definito dall'intersezione del raggio perpendicolare al quadro passante per la proiezione di C sulla traccia, con la retta X passante per B e la Y passante per D.

Nel "metodo indiretto delle rette ortogonali al quadro", il punto di misura utilizzato è il punto principale O° , il quale oltre ad essere il centro del cerchio delle distanze, individua la fuga delle direzioni da cui prende il nome il procedimento. I punti della figura sono individuati nell'intersezione fra le direzioni dei punti di fuga della figura e le direzioni ortogonali al quadro convergenti su O° .

Prospettiva | Quadro Verticale Accidentale



Metodo indiretto del prolungamento dei lati: prisma a base esagonale

1 – Impostazione dei piani e proiezione sul piano orizzontale

Tracciare:

la LT e π^l parallela alla linea di terra che individua il PO

$l\pi^l$ parallela alla linea di terra che individua il quadro π

il piano Z ortogonale sia al quadro π che al piano orizzontale PO e individuare O° sulla $l\pi^l$ e H sulla LT

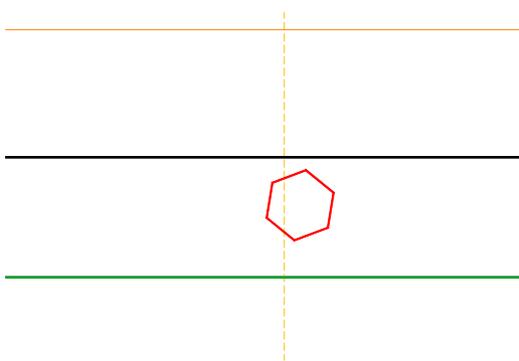
la proiezione ortogonale del prisma sul PO.

2 – Base inferiore: AF e CD; AB e DE; BC e FE

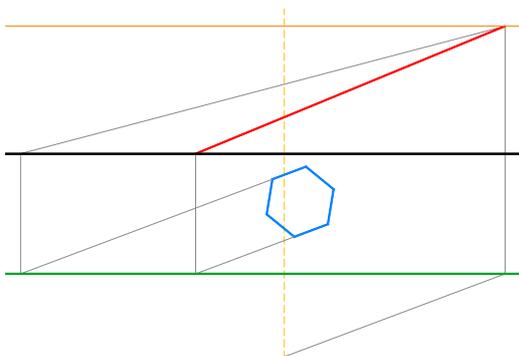
Prolungare AF e CD fino ad intercettare π^l . Il raggio ortogonale a π^l determina su LT 1 e 2. Tracciare la parallela ad AF e CD passante per S^l . Proiettare l'intersezione con π^l su $l\pi^l$ e determinare Ir fuga dei lati AF e CD. Unire la fuga Ir con le tracce 1 e 2. Prolungare AB e DE fino ad intercettare π^l . Il raggio ortogonale a π^l determina su LT 3 e 4. Tracciare la parallela ad AB e DE passante per S^l . Proiettare l'intersezione con π^l su $l\pi^l$ e determinare Is fuga dei lati AB e DE. Unire la fuga Is con le tracce 3 e 4. Prolungare BC e FE fino ad intercettare π^l . Il raggio ortogonale a π^l determina su LT 5 e 6. Tracciare la parallela a BC e FE passante per S^l . Proiettare l'intersezione con π^l su $l\pi^l$ e determinare It fuga dei lati BC e FE. Unire la fuga Is con le tracce 5 e 6.

3 – Determinazione delle basi inferiore e superiore

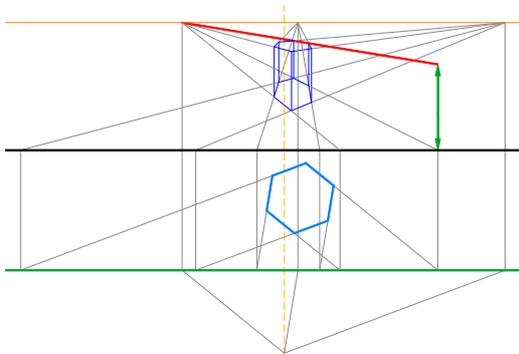
Unire i punti A-B-C-D-E-F della base inferiore del prisma. Tracciare le direzioni Z passanti per: F – A. Tracciare h pari all'altezza del prisma, sulla verticale passante per 1. Individuare sul piano verticale di altezza h e direzione Ir i punti G e P. Per la traccia 3 individuare il piano verticale di altezza h e direzione Is. La verticale passante per B intercetta il piano nel punto I. Per la traccia 5 individuare il piano verticale di altezza h e direzione It. La verticale passante per C intercetta il piano nel punto L. Per la traccia 2 individuare il piano verticale di altezza h e direzione Ir. La verticale passante per D intercetta il piano nel punto M. Per la traccia 4 individuare il piano verticale di altezza h e direzione Is. La verticale passante per E intercetta il piano nel punto N. Il piano verticale di altezza h e direzione It passante per la traccia 6 conferma l'altezza dei punti N e P in precedenza determinati.



Il metodo prospettico del prolungamento dei lati può essere opportunamente utilizzato per rappresentare un solido, come il prisma a base esagonale, in cui sono presenti tre o più direzioni orizzontali non riferibili alle consuete direzioni X e Y. Il metodo si presenta nella forma indiretta per cui è necessario, dopo avere fissato la posizione del quadro e dell'osservatore, rappresentare la proiezione ortogonale del solido giacente in posizione generica sul piano orizzontale.

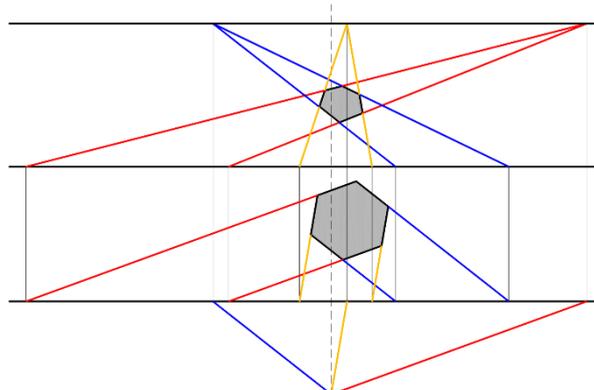


Il solido composto da due basi esagonali presenta quindi dodici lati, fra loro paralleli in tre gruppi di quattro lati ciascuno, due nella base inferiore e due nella base superiore. A loro volta i tre gruppi di lati paralleli individuano le tre direzioni o punti di fuga corrispondenti. La rappresentazione della proiezione della base procederà attraverso la determinazione delle rette d'appartenenza dei lati e della successiva individuazione dei vertici nell'intersezione fra tali rette. Si procederà quindi al prolungamento dei lati fino all'intersezione con il quadro al fine di determinare la traccia delle rette. Si passerà poi alla individuazione dei punti di fuga nell'intersezione col quadro una retta parallela alla retta data passante per l'osservatore S, e ripetendo il procedimento per le tre direzioni. Unendo le tracce del prolungamento dei lati con le rispettive fughe si otterrà, nell'intersezione la base inferiore del prisma in cui si tracciano i raggi con direzione Z.

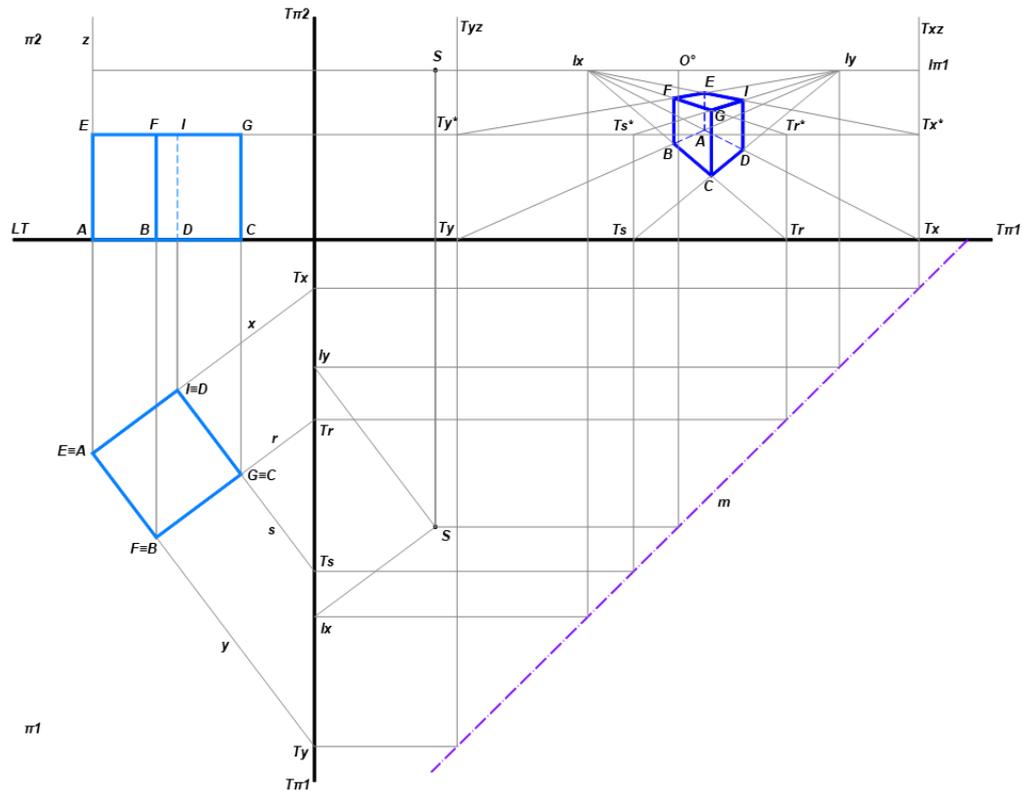


Dopo avere fissato l'altezza oggettiva sul quadro a partire da una qualsiasi delle tracce individuare la base superiore utilizzando le fughe e tenendo conto del parallelismo fra i lati delle due basi.

Schema delle proiezioni e fughe



Prospettiva | Quadro Verticale Accidentale



Metodo indiretto del prolungamento dei lati: parallelepipedo appoggiato al geometricale

1 – Proiezione ortogonale

Tracciare la linea di terra LT. Ortogonalmente rispetto alla LT tracciare la π_1 e π_2 . Rappresentare la prima proiezione del solido, genericamente appoggiato sul PO. Tracciare un raggio di altezza h pari alla base superiore del solido. Proiettare sul PV. Definire il contorno esterno della figura. Rappresentare le parti a vista interne. Rappresentare, con segno di linea tratteggiata, le parti nascoste interne. Completamento della doppia proiezione

2 – Determinazione delle tracce, fughe e giacitura

Prolungare le rette d'appartenenza dei lati e determinare le tracce: Ty, Tx, Tr, Ts. Direzione Z con origine in A. Rappresentare l'osservatore S, sul PO. Tracciare la parallela a x passante per S e determinare la fuga lx. Tracciare la parallela a y passante per S e determinare la fuga ly. Proiettare S su π_2 . Tracciare ortogonalmente a π_2 il raggio passante per S, ovvero la giacitura l_{π_1} .

3 – Asse del ribaltamento e proiezioni sul quadro prospettico

Tracciare con angolazione a 45° rispetto alla linea di terra l'asse del ribaltamento m. Proiettare: O°, ly, lx, Tx, Ty, Tr, Ts.

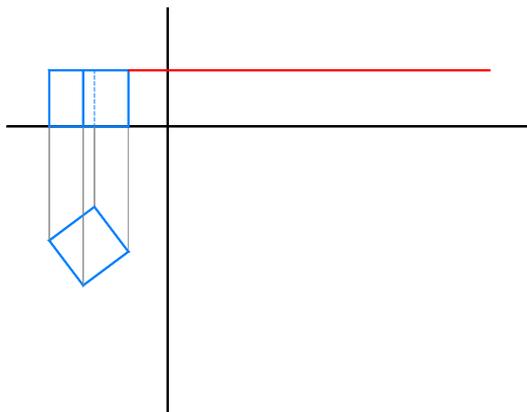
4 – Proiezioni delle basi ABCD (inferiore), EFGI (superiore) e gli spigoli verticali

Tracciare:

- ly-Ty, lx-Tx e determinare il punto A
- ly-Ts e determinare D su lx-Tx
- lx-Tr e determinare B su ly-Ty e C su ly-Ts
- ly-Ty*, lx-Tx* e determinare il punto E
- ly-Ts* e determinare I su lx-Tx*
- lx-Tr* e determinare F su ly-Ty* e G su ly-Ts*.

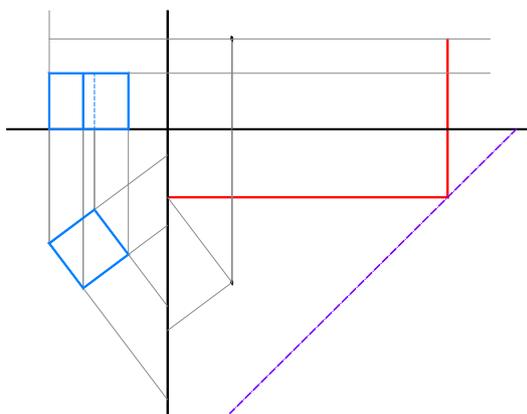
6 – Completamento grafico

Completare tracciando gli spigoli verticali FB, GC, ID, EA. Ripassare con linea continua il contorno della figura, le parti interne a vista, e con segno di linea tratteggiata le parti interne nascoste.

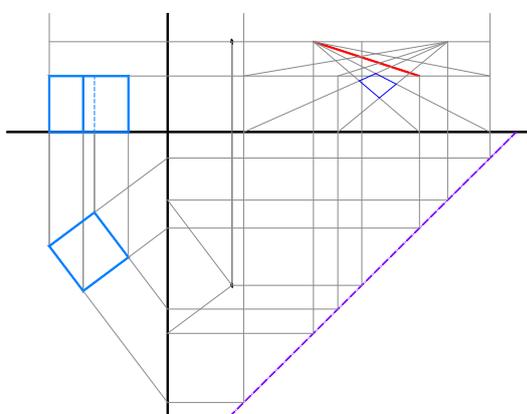


Il parallelepipedo rappresentato in doppia proiezione ortogonale appoggiato sul piano orizzontale è disposto rispetto al quadro verticale in modo accidentale. Le sue direzioni Z risultano parallele al quadro e avranno la fuga in un punto improprio mantenendo di conseguenza, la condizione di parallelismo.

Dopo avere impostato le tracce del quadro, rappresentiamo il piano orizzontale passante per la base superiore del parallelepipedo individuando la corrispondente traccia sul quadro prospettico. La scelta della posizione dell'osservatore S, in prima e seconda proiezione, determina invece le fughe di X e Y, orizzontali e inclinate rispetto al quadro, nell'intersezione con il quadro delle rette X e Y passanti per l'osservatore S. Per riportare le proiezioni sul quadro prospettico utilizzeremo un asse di ribaltamento orientato di 45° rispetto alla traccia $\pi\pi_1$ del quadro sul geometrico.

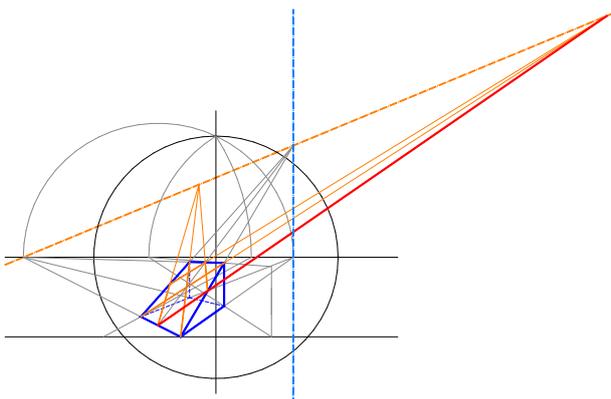
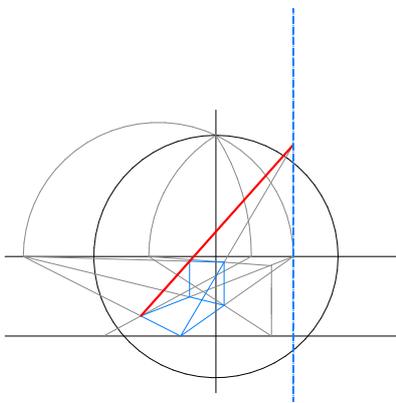
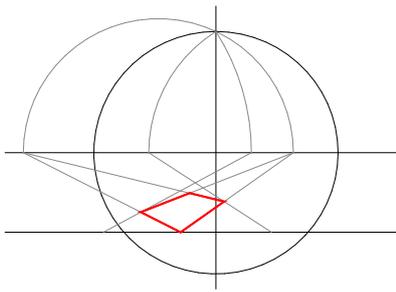


La figura può essere interpretata, analogamente a quanto proposto nei metodi presentati in precedenza, come intersezione fra raggi X, Y, Z, individuando prima nelle proiezioni ortogonali, e successivamente riportando sul quadro, la fuga e la traccia di ogni retta che concorre alla rappresentazione del solido. È comunque possibile concepire il volume, come determinato dall'intersezione di piani fra loro ortogonali. Il metodo indiretto, che presenta dal punto di vista operativo una complessità maggiore rispetto ai metodi diretti, che non necessitano della rappresentazione in proiezione ortogonale del solido, offre la possibilità di chiarire ed evidenziare le relazioni geometrico proiettive di tutti gli elementi che concorrono alla definizione del metodo.



Gli elementi della percezione dello spazio:

1. *Linee convergenti in un punto generano una forte sensazione di profondità.*
2. *Un volume lontano appare più piccolo di uno di uguali dimensioni ma più vicino all'osservatore.*
3. *L'infittimento delle immagini, che si accentua all'aumentare della distanza dell'osservatore.*
4. *In una rappresentazione oggetti sovrapposti vengono percepiti più vicini all'osservatore.*
5. *La distribuzione dell'ombra, propria e portata, e del chiaroscuro che dipende dall'angolazione del raggio luminoso rispetto alla superficie, è un indicatore fondamentale per la percezione della profondità.*



Rappresentiamo un piano inclinato in un sistema prospettico a quadro verticale accidentale impostando il metodo diretto dei punti di misura e definendo:

π^l (Linea di Terra) traccia del geometrale sul quadro;

$l\pi^l$ (Linea d'orizzonte o giacitura dei piani orizzontali) intersezione col quadro del piano parallelo al geometrale passante per S;

La traccia verticale del piano meridiano principale che interseca la linea di terra nel punto H e la linea d'orizzonte in O° proiezione ortogonale del punto di vista S sul quadro detto punto principale;

$H-O^\circ$ altezza dell'osservatore; il cerchio delle distanze di centro O° il cui raggio rappresenta la distanza dell'osservatore dal quadro;

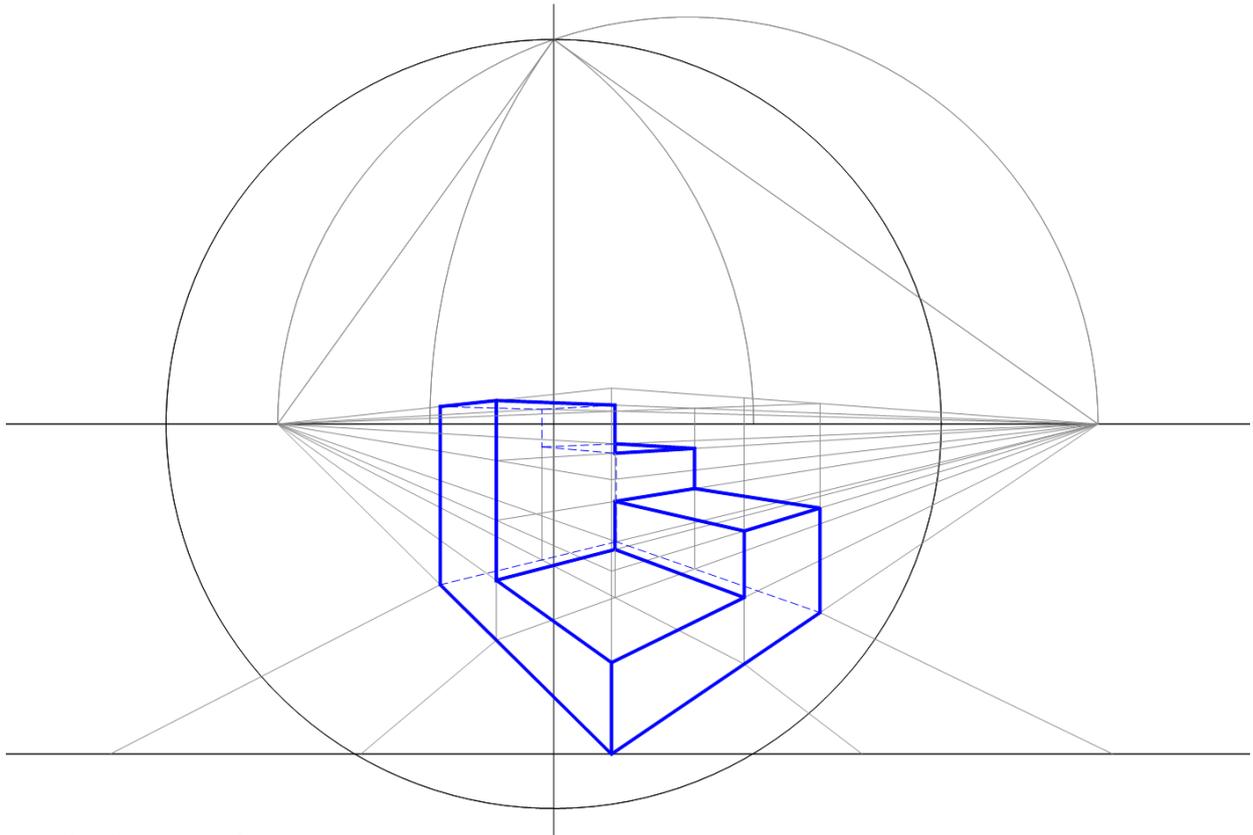
I punti di misura di M_x e M_y che distano dalle rispettive fughe quanto le fughe distano dall'osservatore S.

Dopo avere riportato le dimensioni oggettive sulla linea delle tracce a partire dal punto A riportare utilizzando i punti di misura le dimensioni scorciate sulle rispettive proiezioni X e Y.

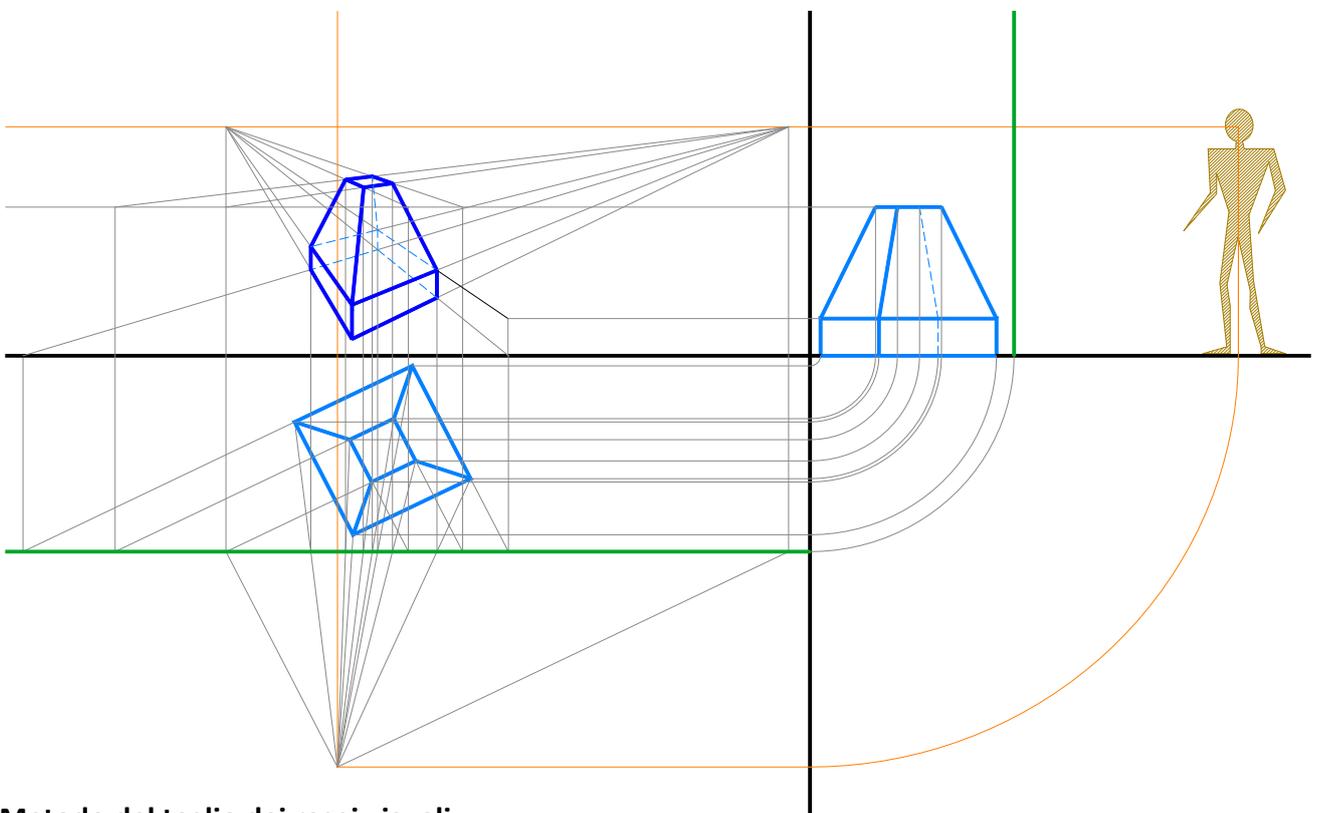
Impostiamo quindi un piano inclinato rappresentato da un rettangolo di cui due lati compreso quello coincidente con il geometrale, con direzione X, mentre gli altri due lati inclinati appartengono, oltre che al rettangolo inclinato, a triangoli aventi direzione Y e Z. Per questo motivo la fuga degli spigoli inclinati apparterrà alla giacitura YZ, rappresentata dalla retta verticale passante per $l\pi$, poiché per la condizione d'appartenenza di una retta ad un piano nel sistema prospettico, una retta appartiene ad un piano se il suo punto di fuga appartiene alla giacitura del piano. Prolungando quindi i lati inclinati questi si incontrano nel punto l_r della giacitura YZ.

Estendendo il ragionamento all'intero piano inclinato potremo affermare che la retta giacitura di tale piano, passerà per la fuga delle due direzioni ad esso appartenenti, nel nostro caso la direzione l_x e l_r . Per determinare la fuga di rette appartenenti al rettangolo inclinato, ad esempio le sue diagonali sarà sufficiente prolungarle fino ad intercettare la giacitura l_x-l_r .

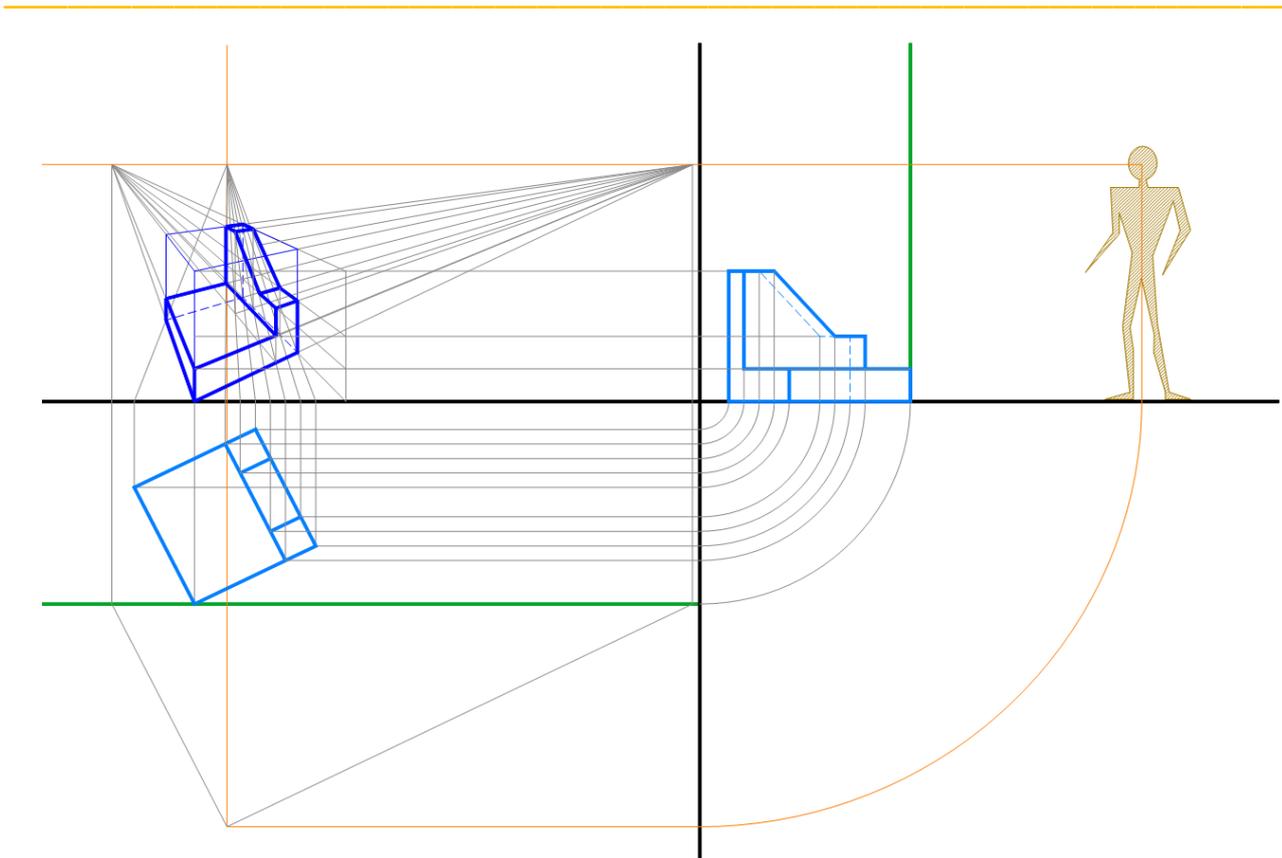
Prospettiva | Quadro Verticale | Approfondimenti



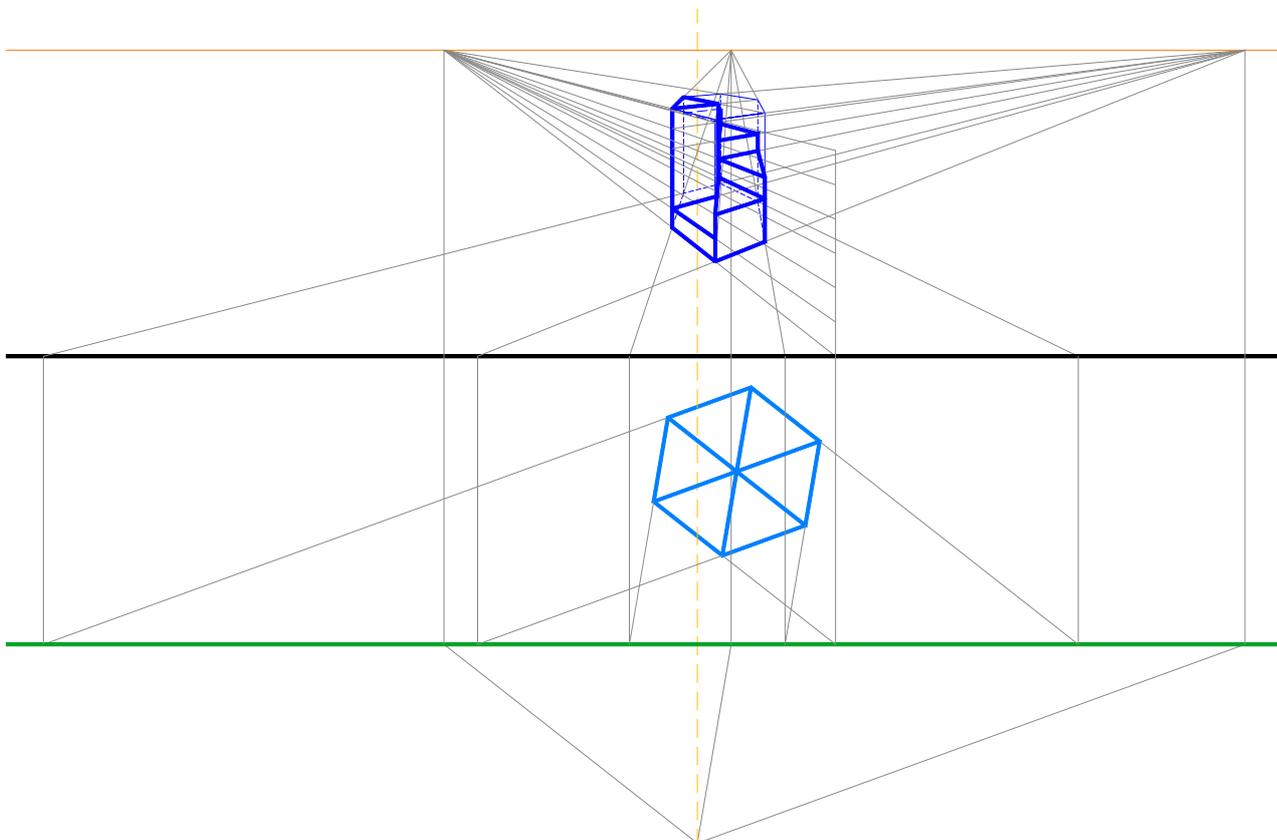
Metodo dei punti di misura



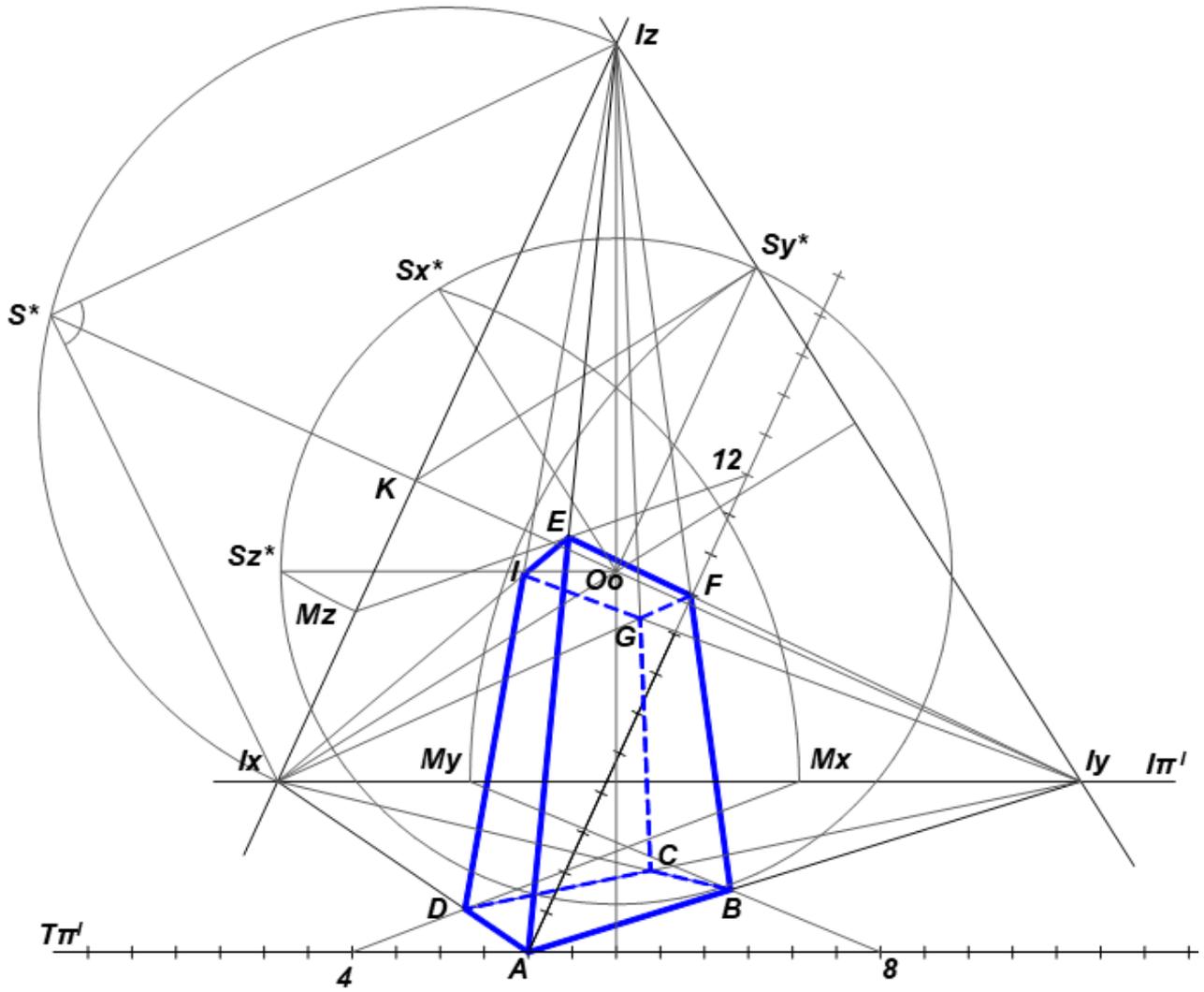
Metodo del taglio dei raggi visuali



Metodo delle ortogonali al quadro



Metodo del prolungamento dei lati





Prospettiva a quadro inclinato di un parallelepipedo appoggiato al geometrale Metodo diretto dei punti di misura (vista dal basso)

1 – Il triangolo delle fughe

Tracciare a piacere un triangolo scaleno di vertici I_x , I_y e I_z , fughe della prospettiva a quadro inclinato.

2 – L'ortocentro del triangolo delle fughe e il cerchio delle distanze.

Tracciare le altezze del triangolo e determinare O° . Tracciare la semicirconferenza di diametro $I_x I_z$. Prolungare l'altezza passante per il vertice I_y determinando K su $I_z I_x$ e S^* sulla semicirconferenza. Inscrivere nella semicirconferenza il triangolo rettangolo $I_x I_z S^*$. Tracciare la perpendicolare a $K-O^\circ$, passante per O° . Con apertura di compasso $K S^*$ puntare su K e tracciare l'arco che individua il punto S_y^* sulla perpendicolare passante per O° . $O^\circ S_y^*$ è il raggio del cerchio delle distanze. Puntare in O° e tracciare il cerchio.

3 – La linea delle tracce xy e la determinazione dello scorcio prospettico

Impostare in modo parallelo alla $I\pi^l$ la retta $T\pi^l$. Fissare a piacere la posizione del punto A del solido, sulla $T\pi^l$. Unire A con I_x , I_y e I_z .

4 – I punti di misura

Tracciare la perpendicolare a $I_x O^\circ$ passante per O° e determinare sul cerchio delle distanze il punto S_x^* . Con apertura di compasso $I_x S_x^*$ puntare su I_x e tracciare l'arco che interseca la $I\pi^l$ nel punto M_x . Con apertura di compasso $I_y S_y^*$ puntare su I_y e tracciare l'arco che interseca la $I\pi^l$ nel punto M_y . Tracciare la perpendicolare a $I_z O^\circ$ passante per O° e determinare sul cerchio delle distanze il punto S_z^* . Con apertura di compasso $I_z S_z^*$ puntare su I_z e tracciare l'arco che interseca la $I_x I_z$ nel punto M_z .

5 – Le misure oggettive

Inserire nella $T\pi^l$ una scala numerica per le direzioni X e Y , a partire dal punto A . Tracciare una direzione parallela a $I_x I_z$ in cui inserire una scala numerica per le direzioni Z a partire dal punto A .

8 – Determinazione della base inferiore ABCD

Unire il punto 4, alla sinistra di A , con il punto M_x e determinare D nell'intersezione con $A I_x$. Unire il punto 8, alla destra di A , con il punto M_y e determinare B nell'intersezione con $A I_y$. Unire il punto D , con il punto I_y e B con il punto I_x : nell'intersezione determinare il punto C .

9 – Determinazione della base superiore EFGI

Tracciare le direzioni Z passanti per i punti B , C e D della base inferiore. Unire il punto E , con il punto I_x e determinare I nell'intersezione con $D I_z$. Unire il punto E , con il punto I_y e determinare F nell'intersezione con $B I_z$. Unire il punto I , con il punto I_y e F con il punto I_x : nell'intersezione determinare il punto G . Ripassare con segno di linea continua le parti a vista partendo dal contorno della figura e le parti nascoste con segno di linea tratteggiata

Definizioni - Regole - Indicazioni

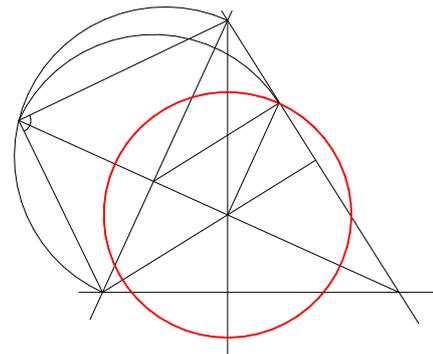
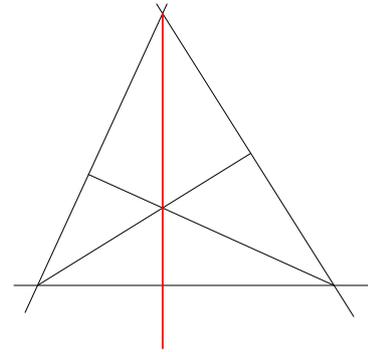
La giacitura di un piano è l'intersezione col quadro del piano parallelo al piano dato, passante per S (Osservatore). Le rette $I_z I_x$, $I_x I_y$ e $I_x I_z$ rappresentano le giaciture dei piani zx , xy e yz . L'ortocentro del triangolo delle fughe, O° , rappresenta la proiezione ortogonale di S (Osservatore) sul quadro. $O^\circ S_y^*$ raggio del cerchio delle distanze è la distanza principale, ovvero la distanza minima fra osservatore e quadro. Il cerchio delle distanze è il luogo geometrico di tutti i punti che distano da O° quanto O° dista da S . Tra giacitura e traccia c'è necessariamente condizione di parallelismo in quanto intersezione col quadro di due piani fra loro paralleli. Lo scorcio prospettico deve essere impostato tenendo conto che tanto più ci si allontana dal cerchio delle distanze, tanto più l'immagine sarà deformata dalle aberrazioni prospettiche. I punti di misura distano dalla fuga quanto la fuga dista da S . Le misure, per essere determinate in modo oggettivo, devono essere sempre riportate sul quadro (Linee delle tracce). Determinati tutti i punti della figura, ripassare gli spigoli tenendo conto che la grossezza delle linee a vista continue deve essere doppia rispetto alle parti nascoste tratteggiate.

La posizione generica della terna triortogonale X, Y e Z rispetto al quadro determina sul quadro un triangolo, detto delle fughe, in cui i tre vertici rappresentano il punto di fuga di ognuna delle tre direzioni fondamentali mentre le tre rette passanti per i vertici definiscono le giaciture dei piani corrispondenti XY, XZ e YZ. L'ortocentro del triangolo delle fughe determina il punto principale O° , proiezione dell'osservatore S sul quadro.

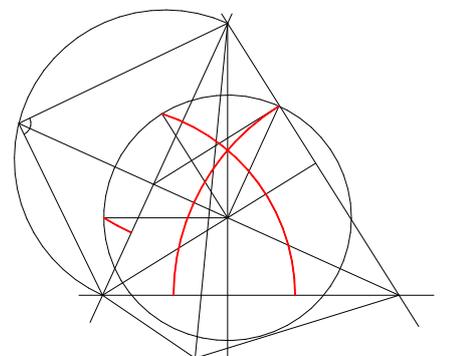
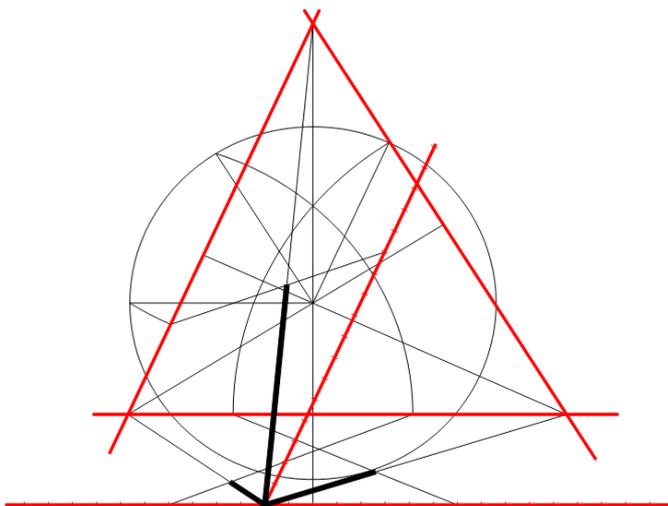
Per determinare il raggio del cerchio delle distanze, luogo geometrico di tutti i punti che distano da O° quanto O° dista da S, ribaltiamo innanzitutto il triangolo rettangolo, inscrivendolo in una semicirconferenza di diametro l_x-l_z e vertice nella direzione del prolungamento di l_y-O° che determina il punto K sul lato l_x-l_z . Riportando l'altezza del triangolo sulla direzione ortogonale ad essa passante per O° si ottiene il ribaltamento del triangolo $O^\circ-K-S$ il cui lato $O^\circ-S$ rappresenta la distanza dell'osservatore dal quadro ovvero il raggio del cerchio delle distanze.

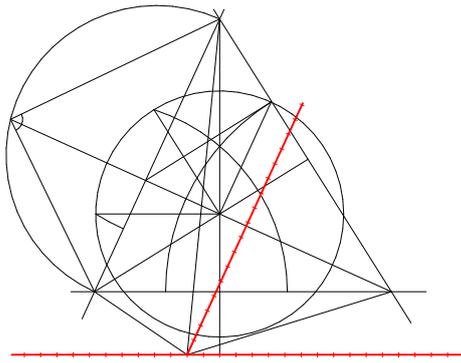
Sapendo che i punti di misura distano dalla fuga quanto la fuga dista da S, riportare sulla giacitura XY la distanza l_x-S^* opportunamente ribaltata sul quadro, e determinare M_x punto di misura delle rette orizzontali con direzione X. Riportare, analogamente a quanto fatto per M_x , i punti di misura M_y delle rette orizzontali Y e M_z delle rette verticali Z.

Riportare le quote Z dopo avere riportato la misura oggettiva sulla traccia, parallela a l_x-l_z , e successivamente unire con il punto di misura delle Z e riportare la misura scorcziata sulla direzione A- l_z . Dopo avere tracciato le direzioni Z passanti per la base del solido sul geometricale individuare nelle intersezioni corrispondenti i punti della base maggiore.



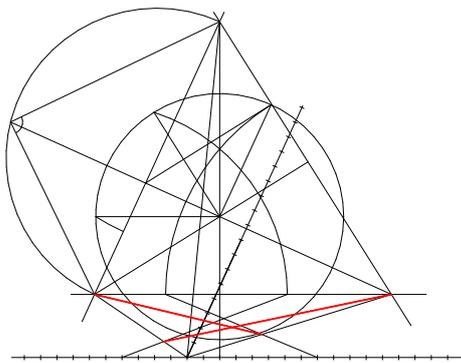
Giaciture e tracce





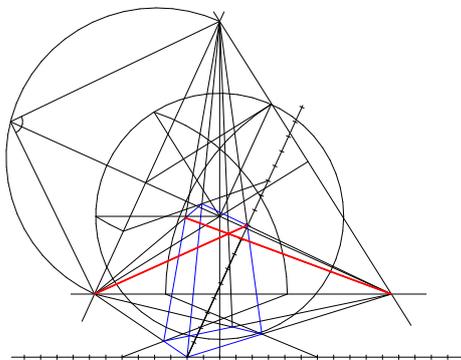
Dopo avere proceduto a rappresentare i punti di misura riportiamo sul quadro le tracce e individuiamo le misure oggettive sul quadro. Infatti è solamente sul quadro che le misure dell'oggetto si presentano nelle dimensioni reali in vera forma e grandezza. L'unico aspetto che dobbiamo considerare è che fra la giacitura dove abbiamo individuato i punti di misura e tracce sul quadro deve esserci condizione di parallelismo. Questo perché le due linee, traccia e giacitura, rappresentano le intersezioni col quadro di due piani fra loro paralleli. In considerazione di ciò la traccia su cui riportare oggettivamente le misure Z dovrà essere parallela alla giacitura XZ.

Riportare quindi le misure oggettive sulle tracce e unire con i punti di misura. Le intersezioni sulle corrispondenti direzioni individuano i punti sul quadro prospettico. Riportando i punti ottenuti sulle fughe si ottiene la proiezione della base sul geometrico.

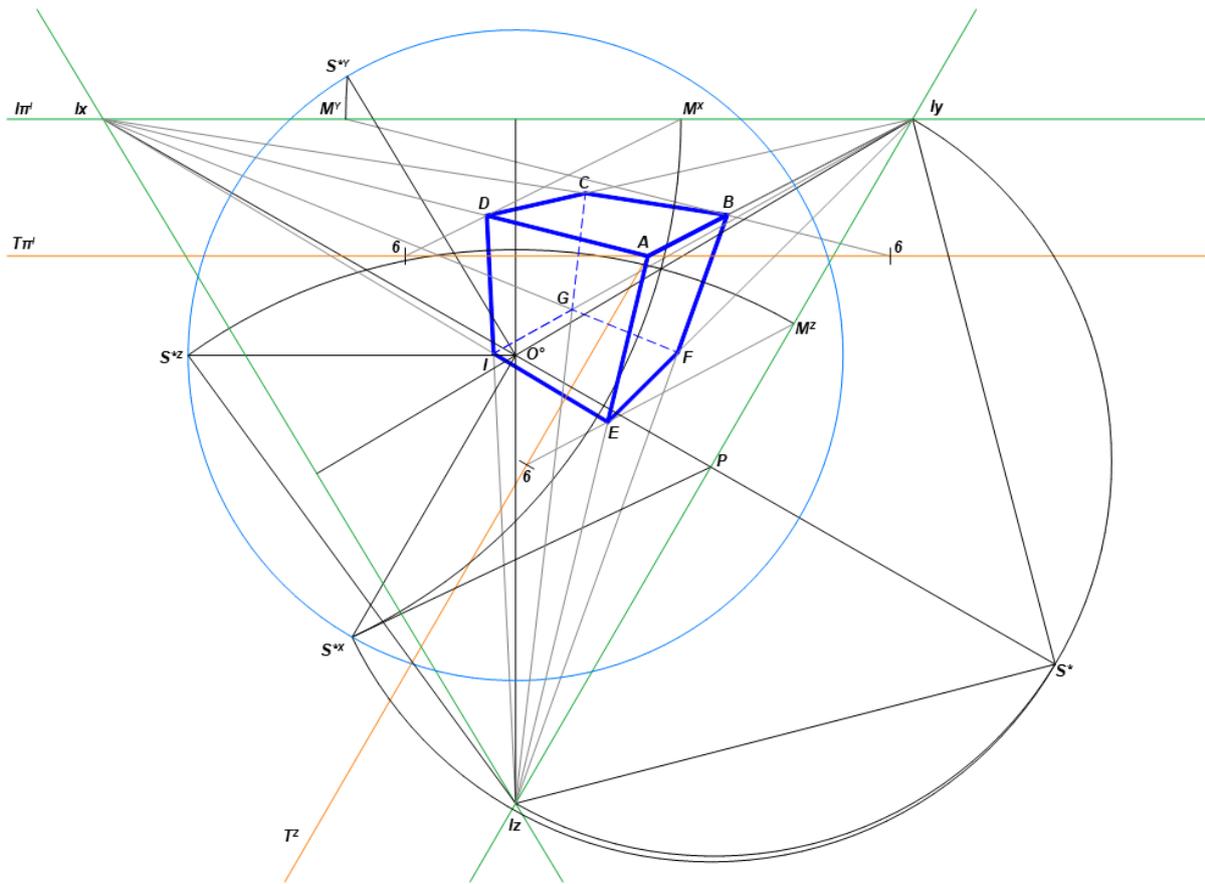


Il risultato di una rappresentazione prospettica dipende, come più volte evidenziato, da una serie di fattori correlati all'esito finale che si vuole ottenere. Sicuramente la relazione fra oggetto, quadro e punto di vista condiziona e determina il risultato complessivo. In particolare per quanto riguarda il punto di vista, al fine di non andare incontro a forti aberrazioni prospettiche, sarebbe opportuno evitare alcune posizioni limite:

1. la posizione dell'osservatore troppo vicino all'oggetto che determina l'immagine dell'oggetto non compresa, come limite massimo, all'interno del cerchio delle distanze, da cui deriva una forte differenza dimensionale fra oggetti vicini e lontani.
2. Il piano meridiano principale, non deve coincidere con parti strutturali dell'oggetto poiché la percezione del volume ne risulterebbe fortemente compromessa con elementi dello stesso piano che risulterebbero allineati sulla stessa retta.
3. L'altezza dell'osservatore, determina la linea d'orizzonte che a sua volta ci permette di realizzare pur all'interno delle varie tipologie di prospettiva la vista dall'alto rispetto al solido detta "a volo d'uccello", ad "altezza d'uomo" tra 150-180 cm dal geometrico, "rasoterra" con la linea d'orizzonte che coincide con la linea delle tracce.



Prospettiva | Quadro Inclinato





Prospettiva a quadro inclinato di un cubo con la base superiore appoggiata al geometricale. Metodo diretto dei punti di misura (vista dall'alto)

1 – Impostazione del triangolo delle fughe

Impostare a piacere il triangolo delle fughe $lx-ly-lz$ in funzione dello scorcio prospettico che si vuole determinare.

2 – Impostazione della $T\pi^l$

Impostare la traccia $T\pi^l$ (Intersezione del geometricale con il quadro) parallela alla $l\pi^l$ ($lx-ly$).

3 – Il cerchio delle distanze

Tracciare:

- le altezze del triangolo $lx-ly-lz$ e determinare l'ortocentro O° (proiezione ortogonale dell'osservatore sul quadro)
- la semicirconferenza di diametro $ly-lz$
- il prolungamento di $lx-O^\circ$ e individuare P su
- $ly-lz$ e S^* sulla semicirconferenza e impostare il triangolo rettangolo $ly-S^*-lz$.
- la retta ortogonale a $O^\circ-lx$ passante per O° e ribaltando S^* , facendo perno su P, determinare S^{*x} sulla retta ortogonale.
- il cerchio delle distanze di raggio pari a $O^\circ-S^{*x}$ (distanza principale).

4 – I punti di misura

Considerando che: «IL PUNTO DI MISURA DISTA DALLA FUGA QUANTO LA FUGA DISTA DALL'OSSERVATORE S»

procedere nel modo seguente. Puntare su lx con apertura $lx-S^{*x}$ e determinare M^x sulla giacitura $lx-ly$. Tracciare la retta ortogonale a $O^\circ-ly$ passante per O° . Puntare su ly con apertura $ly-S^{*y}$ e determinare M^y sulla giacitura $lx-ly$. Tracciare la retta ortogonale a $O^\circ-lz$ passante per O° e determinare S^{*z} nell'intersezione con il cerchio delle distanze. Puntare su lz con apertura $lz-S^{*z}$ e determinare M^z sulla giacitura $lz-ly$.

5 – Tracce e misure reali

Fissare a piacere il punto A della base superiore del cubo sulla $T\pi^l$ e unire con le fughe lx , ly e lz . Impostare, con origine in A, T^z , traccia delle Z parallela alla giacitura $lz-ly$. Impostare sulle tracce $T\pi^l$

(X e Y) e T^z a partire da A, una scala numerica graduata e fissare su di esse la lunghezza del lato del cubo pari a 6.

6 – Proiezione dei punti

Unire 6 (Y) con il punto di misura M^y e determinare B nell'intersezione con A- ly . Unire 6 (X) con il punto di misura M^x e determinare D nell'intersezione con A- lx . Unire 6 (Z) con il punto di misura M^z e determinare E nell'intersezione con A- lz .

Determinare:

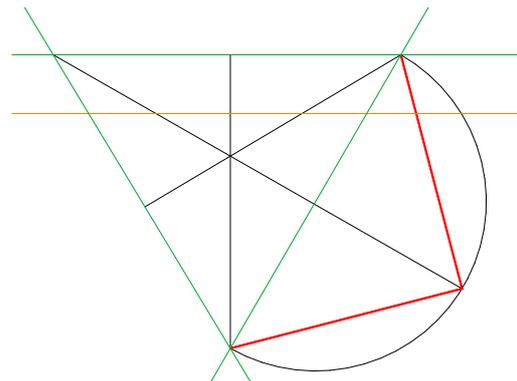
- C nell'intersezione fra la X passante per B e la Y passante per D.
- I nell'intersezione fra la X passante per E e la Z passante per D.
- F nell'intersezione fra la Y passante per E e la Z passante per B.

La X passante per F, la Y passante per I e la Z passante per C, individuano G.

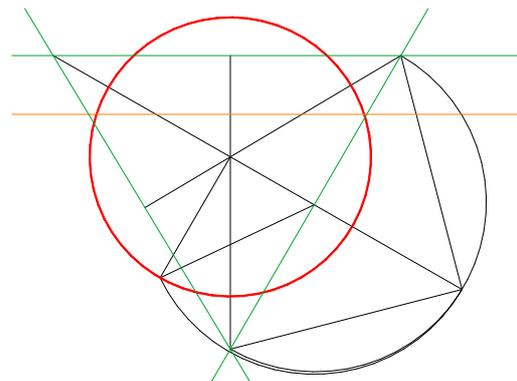
7 – Completamento grafico della proiezione

Rappresentare con segno di linea continua a vista il contorno del solido. Rappresentare le parti interne a vista. Rappresentare con linea tratteggiata le parti interne nascoste.

Impostiamo una prospettiva a quadro inclinato col metodo dei punti di misura, di un cubo visto dall'alto, con la base superiore coincidente con il geometrale. La principale differenza rispetto alla vista dal basso verso l'alto è la posizione della fuga delle direzioni Z che si trova al di sotto della giacitura del geometrale. Il triangolo delle fughe risulta quindi scaleno, in ragione della genericità delle direzioni di X, Y e Z rispetto al quadro, e con il vertice I_z rivolto verso il basso. Dopo avere fissato il punto principale O° nell'ortocentro del triangolo delle fughe, si può procedere alla determinazione del raggio del cerchio delle distanze, ribaltando in una semicirconfenza di diametro I_y-I_z , il triangolo $S-I_y-I_z$.

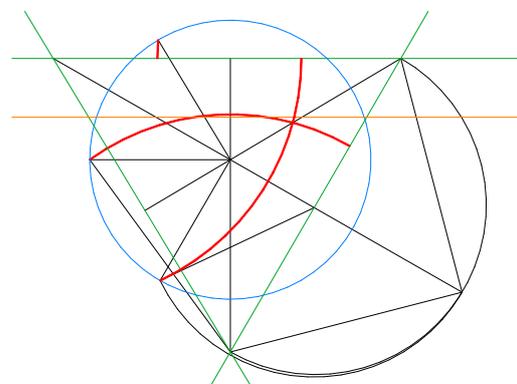
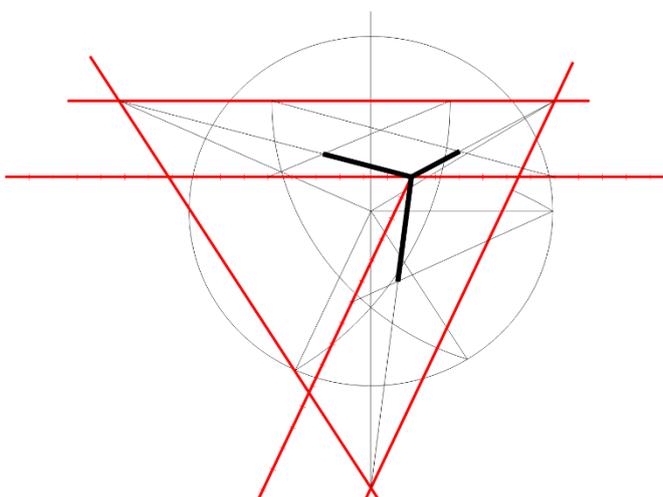


Dopo avere individuato la direzione passante per O° ortogonale alla perpendicolare della giacitura YZ e individuato il punto di intersezione P , ribaltare il triangolo rettangolo $S-O^\circ-P$ in cui $S-O^\circ$, distanza dell'osservatore dal quadro, è il raggio del cerchio delle distanze.

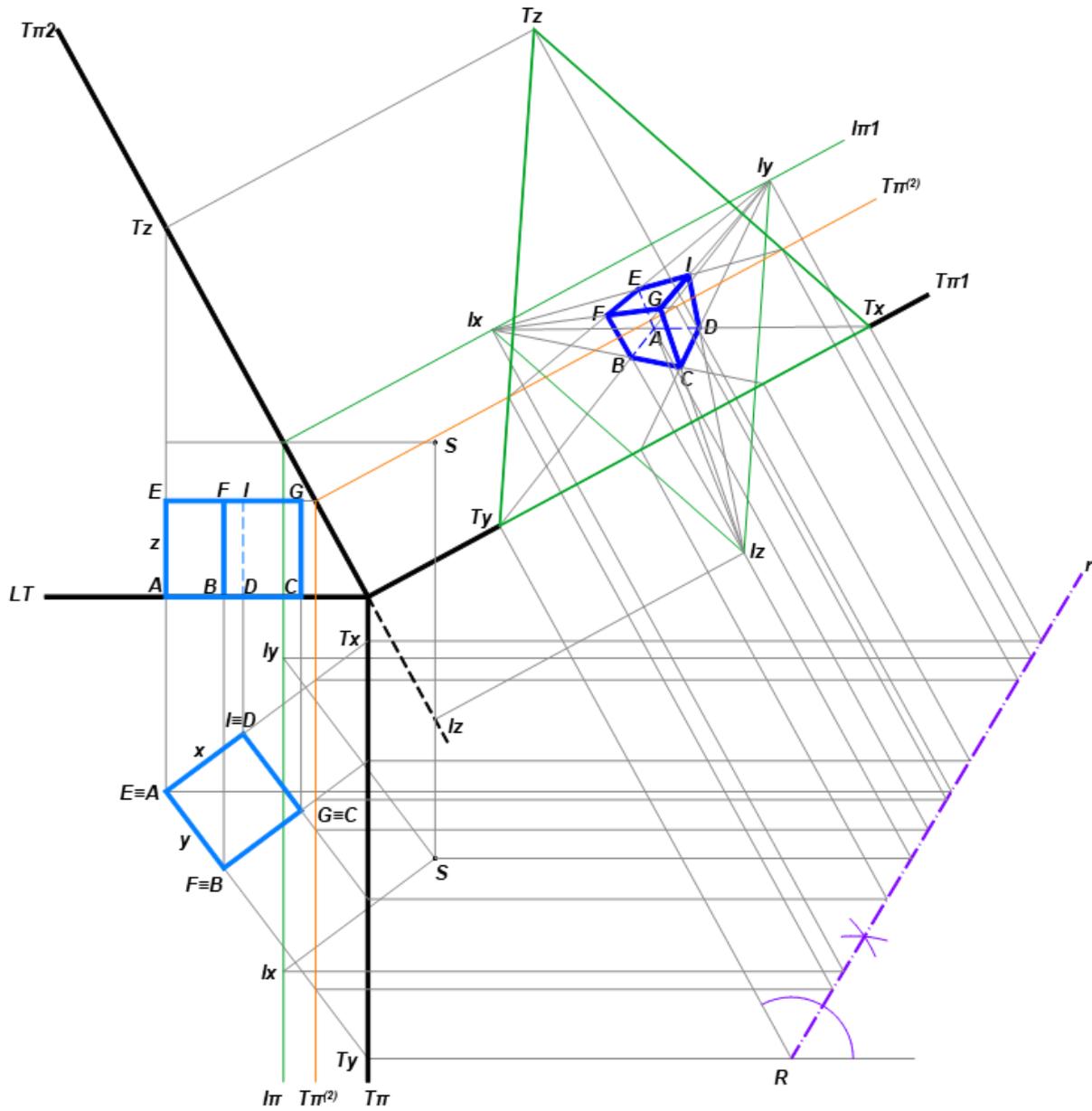


Riportare sulla giacitura XY la distanza I_x-S^* opportunamente ribaltata sul quadro, e determinare M_x punto di misura delle rette orizzontali con direzione X in considerazione del fatto che i punti di misura distano dalla fuga quanto la fuga dista dall'osservatore S. I punti di misura M_y delle rette orizzontali Y e M_z delle rette verticali Z saranno determinati allo stesso modo riportando sulla giacitura la distanza fra la fuga e l'osservatore.

Giaciture e tracce



Prospettiva | Quadro Inclinato





Prospettiva a quadro inclinato di un cubo appoggiato al geometricale – Metodo indiretto del prolungamento dei lati (vista dall'alto)

1 – Impostazione dei piani di proiezione

Tracciare la linea di terra LT. Ortogonalmente rispetto alla LT tracciare la π_1 . Genericamente inclinata rispetto all'origine della LT tracciare la π_2 . Ortogonalmente rispetto alla π_2 , tracciare π_1 .

2 – Proiezione ortogonale

Rappresentare la prima proiezione del solido, genericamente appoggiato sul PO. Proiettare sul PV. Tracciare un raggio di altezza pari alla base superiore del solido. Definire il contorno esterno della figura. Rappresentare le parti a vista interne. Rappresentare, con segno di linea tratteggiata, le parti nascoste interne.

3 – Impostazione: la posizione dell'osservatore

Rappresentare l'osservatore S, sul PO e sul PV.

4 – Impostazione: il triangolo delle tracce

Prolungare la retta Y passante per AB e determinare Ty su π_1 . Prolungare la retta X passante per AD e determinare Tx su π_1 . Tracciare il raggio orizzontale passante per Ty. Fissare a piacere Ty su π_1 , tracciare la retta ortogonale e individuare R. Tracciare la bisettrice r dell'angolo in R. Utilizzando la bisettrice r come asse di ribaltamento, riportare Tx su π_1 . Prolungare la retta Z passante per AE e determinare Tz su π_2 . Tracciare il raggio ortogonale alla π_2 per Tz. Riportare la Tz dal piano orizzontale al quadro prospettico (π_1 - π_2). Determinare il triangolo delle tracce unendo Tx, Ty e Tz.

5 – Impostazione: il triangolo delle fughe

Tracciare il piano parallelo al PO passante per S.

Riportare:

- l'intersezione l_π sul PO. Riportare l'intersezione $l_{\pi 1}$ sul quadro prospettico. Prolungare π_2 . Individuare Iz nell'intersezione con il raggio verticale passante per S. Proiettare Iz con direzione parallela a π_1
- Iz sul quadro prospettico utilizzando l'asse del ribaltamento r. Tracciare le parallele a x e y passanti per S e determinare lx e ly sulla l_π
- lx e ly sulla $l_{\pi 1}$ del quadro prospettico e determinare il triangolo delle fughe unendo lx, ly e Iz.

6 – Proiezione prospettica della base inferiore ABCD

Determinare 1 e 2 prolungando le rette x e y passanti per DC e BC. Utilizzando l'asse di ribaltamento r, proiettare su π_1 : 2 e 1. Proiettare ly-Ty e ly-2. Proiettare lx-Tx e lx-1. Individuare nelle intersezioni la base inferiore ABCD.

7 – Proiezione prospettica della base superiore EFGI

Proiettare sul PO, $\pi_1^{(2)}$ intersezione col quadro del piano d'appartenenza della base superiore. Riportare $\pi_1^{(2)}$ sul quadro prospettico. Determinare sul PO e riportare sul quadro prospettico, le intersezioni dei prolungamenti dei lati della base superiore: 3 – 4 – 5 – 6. Proiettare lx-3 e lx-4. Proiettare ly-5 e ly-6. Individuare nelle intersezioni la base superiore EFGI.

8 – Spigoli verticali

Tracciare i raggi proiettanti con direzione Z passanti per: BF – CG – DI – AE. Completamento della proiezione dei punti.

9 – Completamento grafico

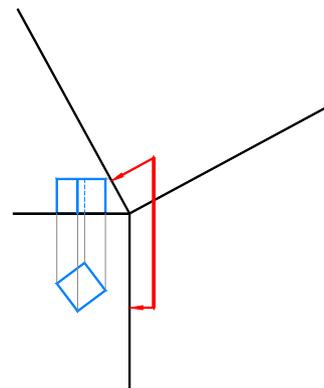
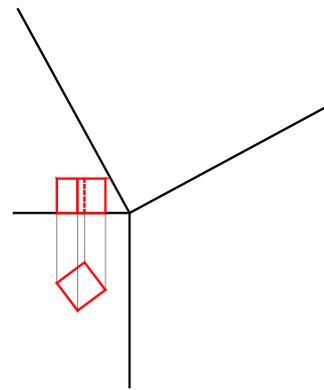
Ripassare a vista il contorno della figura. Ripassare le parti interne a vista. Ripassare con linea tratteggiata le parti nascoste della figura.

Rappresentiamolo in prima e seconda proiezione un cubo genericamente appoggiato al piano orizzontale, facendo coincidere le direzioni dei lati con gli assi X, Y e Z mentre il punto

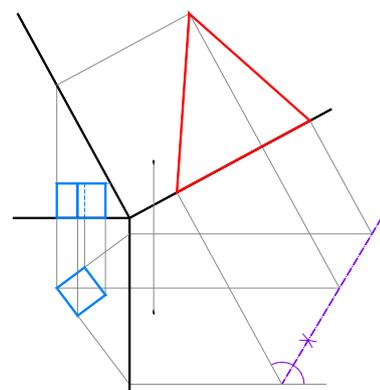
A della base inferiore sarà assunto come origine degli stessi assi. Impostiamo adesso il quadro prospettico in posizione genericamente inclinata rispetto alle direzioni degli assi X, Y e Z definendo le tracce nella proiezione ortogonale e avendo cura di rappresentare la prima traccia sul PO (π_1) ortogonalmente alla linea di terra. Riportando ortogonalmente la π_1 rispetto alla π_2 sul PV, si ottiene il ribaltamento del quadro prospettico.

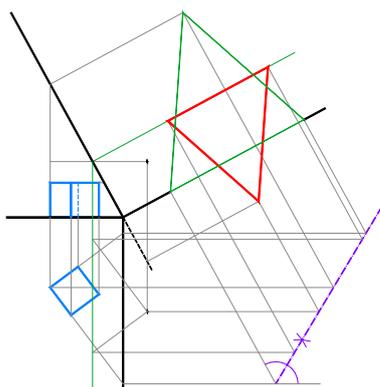
È necessario fissare la posizione dell'osservatore S posizionandolo a piacere in modo tale che il raggio principale, perpendicolare rispetto al quadro, sia diretto indicativamente verso l'oggetto. È opportuno non allontanare troppo la direzione del raggio principale dall'oggetto, al fine di non incorrere in eccessive deformazioni dell'immagine determinate dalle aberrazioni prospettiche, tanto maggiori quanto più l'immagine fuoriesce dal cerchio delle distanze.

Una volta determinati la posizione del quadro e dell'osservatore S, impostiamo l'asse del ribaltamento dei raggi proiettanti, secondo lo schema descritto precedentemente nel procedimento esecutivo. Si passa ora al prolungamento, a partire dall'origine in A delle rette d'appartenenza dei lati, coincidenti con gli assi X, Y e Z, e alla conseguente determinazione delle relative tracce. Si determini, unendo le tre intersezioni il triangolo delle tracce, considerando che tali punti devono essere sempre proiettati perpendicolarmente rispetto alle tracce del quadro.



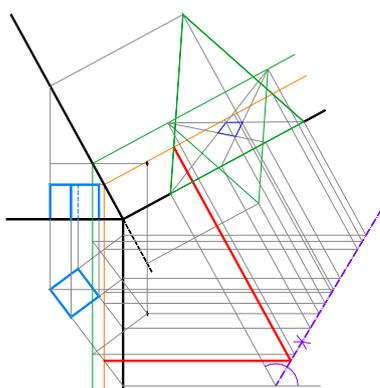
La fuga di una retta, immagine del punto improprio, è data dall'intersezione col quadro di una retta parallela alla retta data passante per il punto dell'osservatore S, e analogamente la giacitura di un piano è data dall'intersezione col quadro di un piano parallelo al piano dato passante per il punto dell'osservatore S. Possiamo cogliere tra queste due entità grafiche alcune importanti analogie. Infatti, per le ben note condizioni di appartenenza, così come una retta appartiene a un piano se le tracce della retta appartengono alle rispettive tracce del piano, così pure una retta appartiene (o è parallela) ad un piano dato se la fuga della retta appartiene alla giacitura del piano.





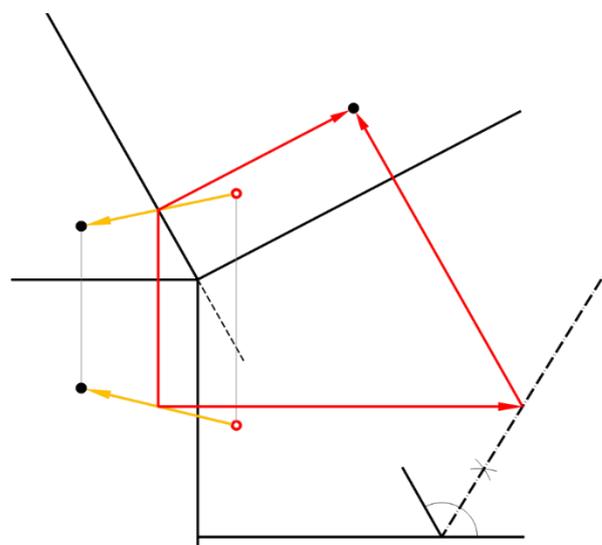
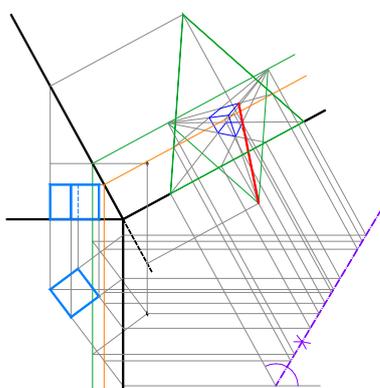
Impostiamo sul piano verticale la traccia del piano parallelo al geometrale passante per S individuando l'intersezione con il quadro e successivamente proiettiamo sul PO (geometrale) e sul quadro prospettico la retta $l\pi 1$ che rappresenta la giacitura dei piani orizzontali. Tracciamo le parallele a X, Y e Z passanti per l'osservatore S, e determiniamo sulla giacitura $l\pi 1$ i punti di fuga corrispondenti, che formano il cosiddetto Triangolo delle fughe.

Per rappresentare la base inferiore si procede individuando le rette d'appartenenza X e Y dei lati e unendo le fughe con le relative tracce ottenute in prima proiezione prolungando i lati della base. Si può procedere per la rappresentazione della base superiore riportando le tracce dal piano orizzontale passante per essa e utilizzando ovviamente gli stessi punti di fuga.

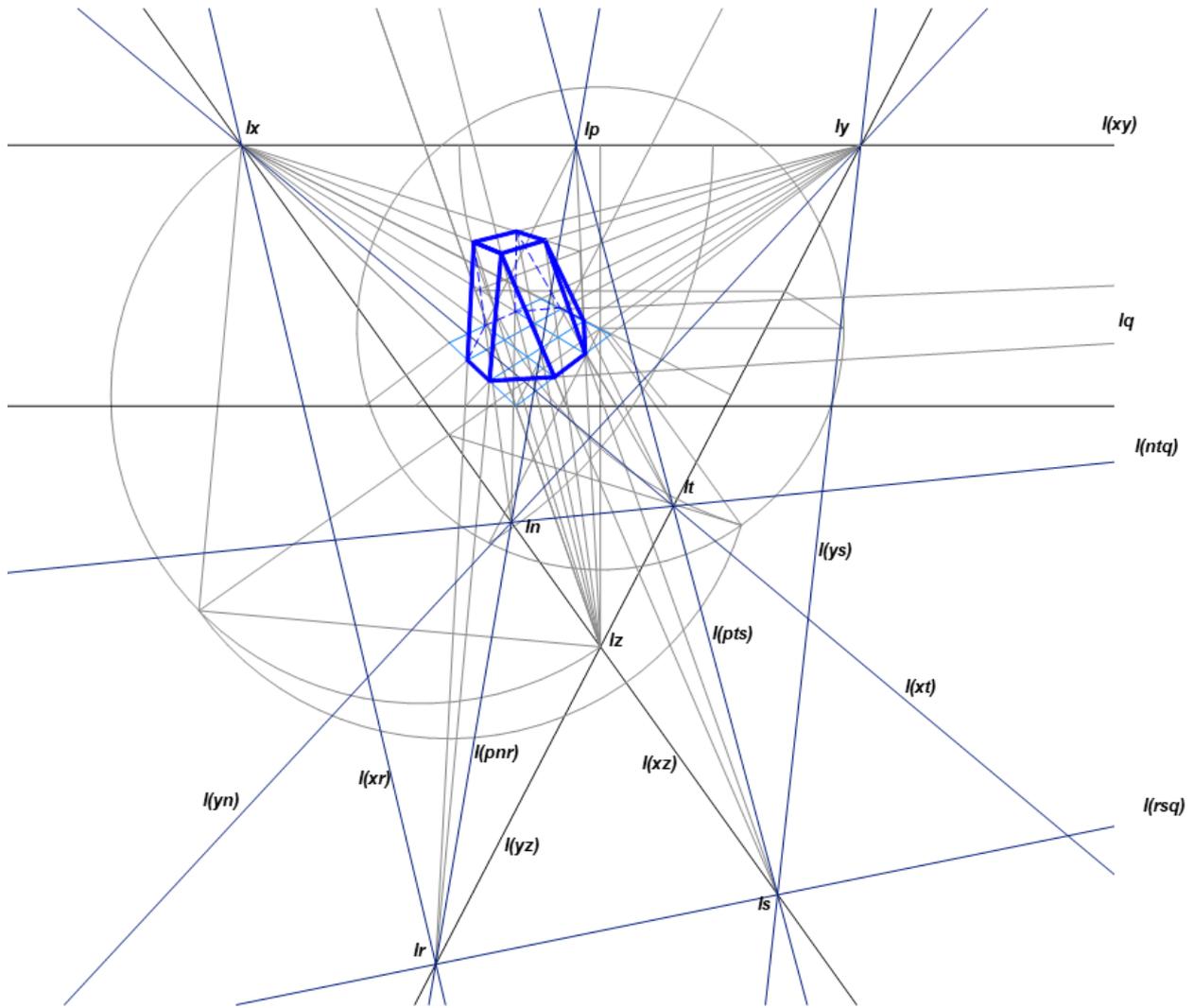


Una volta determinate le due basi del cubo, completeremo la proiezione tracciando gli spigoli verticali tracciando dalla fuga le direzioni verticali. Poiché i raggi con direzione Z devono necessariamente passare per due spigoli delle basi inferiore e superiore, possiamo utilizzare la loro rappresentazione come parametro di verifica del lavoro svolto.

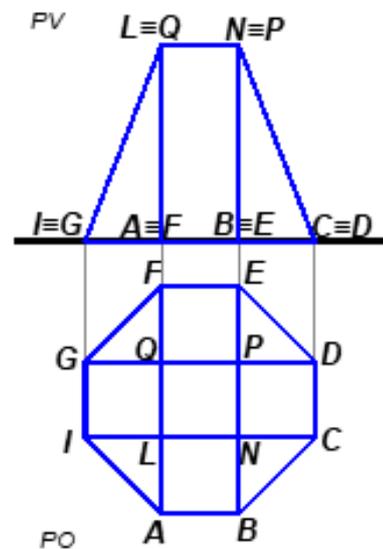
Raggi visuali e schema delle proiezioni



Prospettiva | Quadro Inclinato



PROIEZIONE ORTOGONALE





Prospettiva a quadro inclinato – Fughe e giaciture di rette e piani inclinati

1 – Impostazione del triangolo delle fughe

Impostare a piacere il triangolo delle fughe $lx-ly-lz$ e le rispettive giaciture $l(xy)$, $l(xz)$ e $l(yz)$, in funzione dello scorcio prospettico che si vuole determinare.

2 – Il cerchio delle distanze

Tracciare le altezze del triangolo $lx-ly-lz$ e determinare l'ortocentro O° (Proiezione ortogonale dell'osservatore sul quadro). Tracciare la semicirconferenza di diametro $lx-lz$. Tracciare il prolungamento di $ly-O^\circ$ e individuare K su $lx-lz$ e S^* sulla semicirconferenza. Impostare il triangolo rettangolo $lx-S^*-lz$. Tracciare la retta ortogonale a $O^\circ-ly$ passante per O° . Ribaltare S^* facendo perno su K e determinare S^{*Y} sulla retta ortogonale. $S^{*Y}-O^\circ$ rappresenta la distanza dell'osservatore dal quadro. Tracciare il cerchio delle distanze di raggio pari a $O^\circ-S^{*X}$ (Distanza principale)

3 – Impostazione della $T\pi^l$

Impostare la traccia $T\pi^l$ (Intersezione del geometrale con il quadro) parallela alla giacitura $l(xy)$.

4 – I punti di misura

Puntare su ly con apertura $ly-S^{*Y}$ e determinare My sulla giacitura $l(xy)$. Tracciare la retta ortogonale a $O^\circ-lx$ passante per O° fino ad intercettare il cerchio delle distanze nel punto S^{*X} . Puntare su lx con apertura $lx-S^{*X}$ e determinare Mx sulla giacitura $l(xy)$. Tracciare la retta ortogonale a $O^\circ-lz$ passante per O° e determinare S^{*Z} nell'intersezione con il cerchio delle distanze. Puntare su lz con apertura $lz-S^{*Z}$ e determinare M^Z sulla giacitura $l(yz)$.

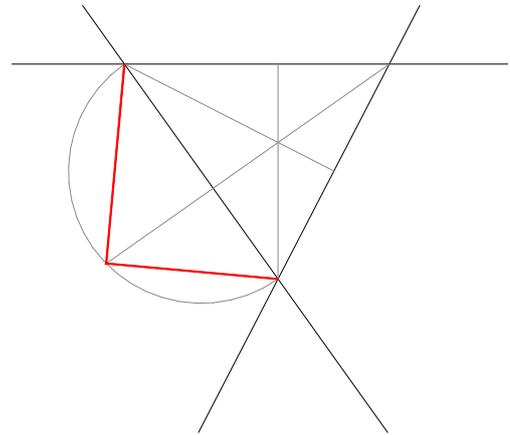
5 – Tracce e misure reali

Fissare a piacere il punto O $T\pi^l$ e unire con le fughe lx e ly . Impostare, con origine in O , T^Z , traccia delle Z parallela alla giacitura $lz-ly$. Rappresentare il solido in doppia proiezione ortogonale. Riportare le misure reali X sulla traccia $T\pi^l$. Unire le misure 1, 2, 3, con Mx e determinare i punti A e B su $O-lx$. Riportare le misure reali Y sulla traccia $T\pi^l$. Unire le misure 1, 2, 3, con My e determinare i punti C e D su $O-ly$. Tracciare le direzioni Y passanti per B , A e l'intersezione della misura 3 su $O-lx$. Tracciare le direzioni Y passanti per C , D e l'intersezione della misura 3 su $O-ly$. Individuare i punti della base inferiore: $A-B-C-D-E-F-G-I$. Tracciare la direzione Z passante per O . Riportare sulla direzione Z , 3 dal punto di misura Mz . Tracciare il piano Y di altezza pari a 3. Riportare la quota 3 passante per D . Tracciare il piano X di altezza 3 passante per D . Tracciare i raggi Z nelle intersezioni di DG con BE ed AF e individuare i punti P e Q . Tracciare il raggio Z nell'intersezione di IC con AF . Determinare il punto L nell'intersezione con il raggio Y passante per Q . Tracciare il raggio Z passante nell'intersezione di IC con BE . Determinare il punto N nell'intersezione con il raggio X passante per L .

6 – Fughe e giaciture di rette e piani inclinati

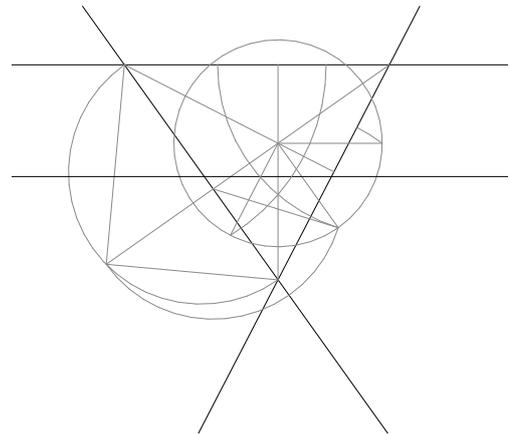
Prolungare le direzioni dei lati paralleli $L-A$ e $B-N$ e determinare la fuga l_r sulla $l(yz)$. La direzione $l(xr)$ individua la giacitura del piano d'appartenenza del rettangolo $ABNL$. Prolungare le direzioni dei lati paralleli $N-C$ e $P-D$ e determinare la fuga l_s sulla $l(xz)$. La direzione $l(ys)$ individua la giacitura del piano d'appartenenza del rettangolo $CDPN$. Prolungare le direzioni dei lati paralleli $P-E$ e $Q-F$ e determinare la fuga l_t sulla $l(yz)$. La direzione $l(xt)$ individua la giacitura del piano d'appartenenza del rettangolo $EFQP$. Prolungare le direzioni dei lati paralleli $Q-G$ e $L-I$ e determinare la fuga l_n sulla $l(xz)$. La direzione $l(yn)$ individua la giacitura del piano d'appartenenza del rettangolo $GILQ$. Prolungare la direzione del lato orizzontale $D-E$ e determinare la fuga l_p sulla giacitura $l(xy)$. La direzione $l(pts)$ individua la giacitura del piano d'appartenenza del triangolo DEP . Prolungare la direzione del lato orizzontale $A-I$ convergente sulla fuga l_p , della giacitura $l(xy)$. La direzione $l(pnr)$ individua la giacitura del piano d'appartenenza del triangolo AIL . Prolungare la direzione del lato orizzontale $B-C$ convergente sulla fuga l_q (fuori dai limiti visibili). La direzione $l(rsq)$ individua la giacitura del piano d'appartenenza del triangolo BCN . Prolungare la direzione del lato orizzontale $G-F$ convergente sulla fuga l_q (fuori dai limiti visibili). La direzione $l(nts)$ individua la giacitura del piano d'appartenenza del triangolo GFO .

Impostiamo una prospettiva a quadro inclinato col metodo dei punti di misura, di un solido articolato visto dall'alto, con la base inferiore coincidente con il geometrale. Poiché le direzioni X, Y e Z risultano genericamente inclinate rispetto al quadro, il triangolo delle fughe risulta scaleno, e con il vertice I_z rivolto verso il basso. Determiniamo il punto principale O° nell'ortocentro del triangolo delle fughe, e a seguire si può procedere alla determinazione del raggio del cerchio delle distanze seguendo lo stesso metodo descritto in precedenza.

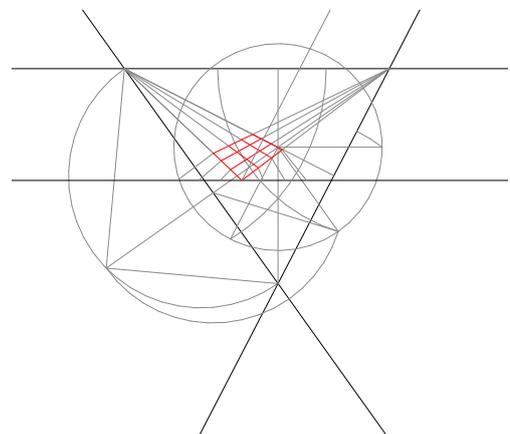


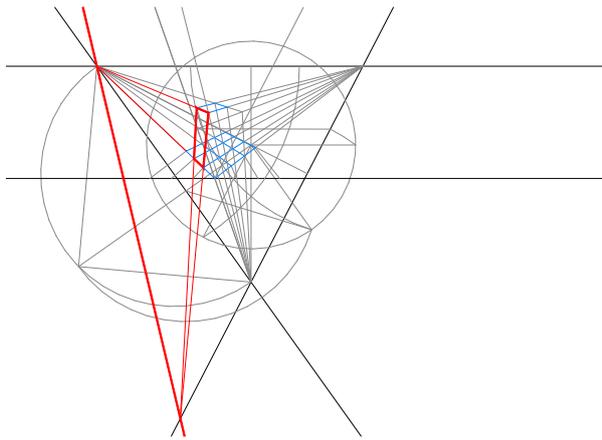
Determinare i punti di misura di una retta tenendo conto che tali punti distano dalle rispettive fughe quanto queste distano dall'osservatore S.

In seguito per quanto riguarda il problema della misura rappresentiamo le linee delle tracce in cui rappresentare le varie grandezze oggettive. Nel procedere in questa determinazione dobbiamo ricordare che fra la linea delle tracce e la giacitura corrispondente esiste sempre condizione di parallelismo in quanto intersezioni col quadro determinate entrambe da piani fra loro paralleli. Un altro aspetto importante per la semplificazione del problema della misura è la scelta del punto origine delle tracce che è sempre opportuno, quando possibile far coincidere con un punto significativo della costruzione del solido, anche se come in questo caso non necessariamente appartenente ad esso.

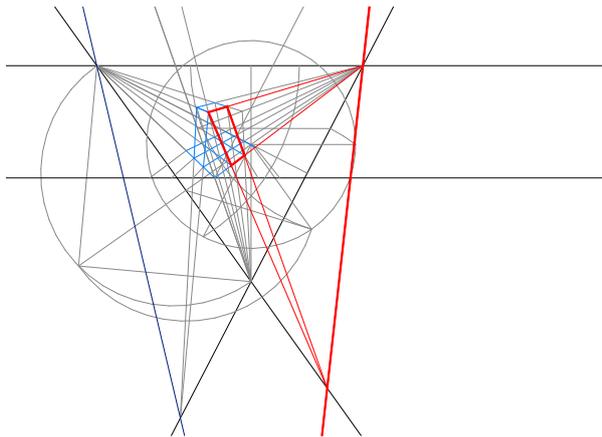


Il solido presenta, oltre all'ottagono irregolare che costituisce la base inferiore e al quadrato della base superiore, quattro rettangoli e altrettanti triangoli tutti fra loro diversamente inclinati che ne compongono la superficie laterale. È di grande interesse utilizzare l'esercizio per approfondire ulteriormente il concetto di appartenenza di un punto di fuga alla sua giacitura. Prendiamo ad esempio il rettangolo GILQ e determiniamone la giacitura, ovvero l'intersezione col quadro di un piano parallelo al rettangolo dato passante per l'osservatore S. Il rettangolo è composto da GI e QL aventi direzione I_x mentre i lati inclinati GQ e IL appartengono a piani YZ e di conseguenza avranno la fuga nell'intersezione del loro prolungamento con la giacitura YZ. La retta passante per la fuga I_x e per la fuga dei lati inclinati GQ e IL rappresenta la giacitura del rettangolo GILQ.

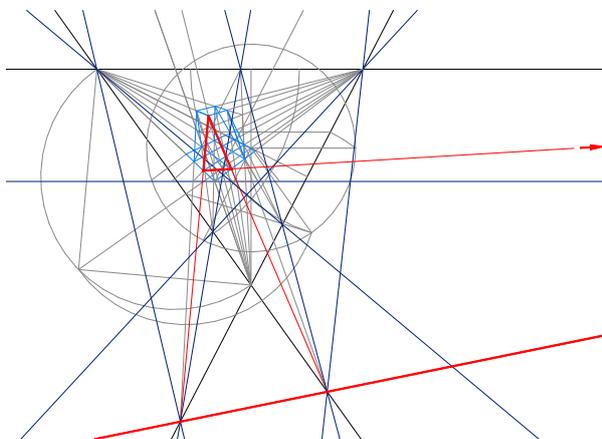




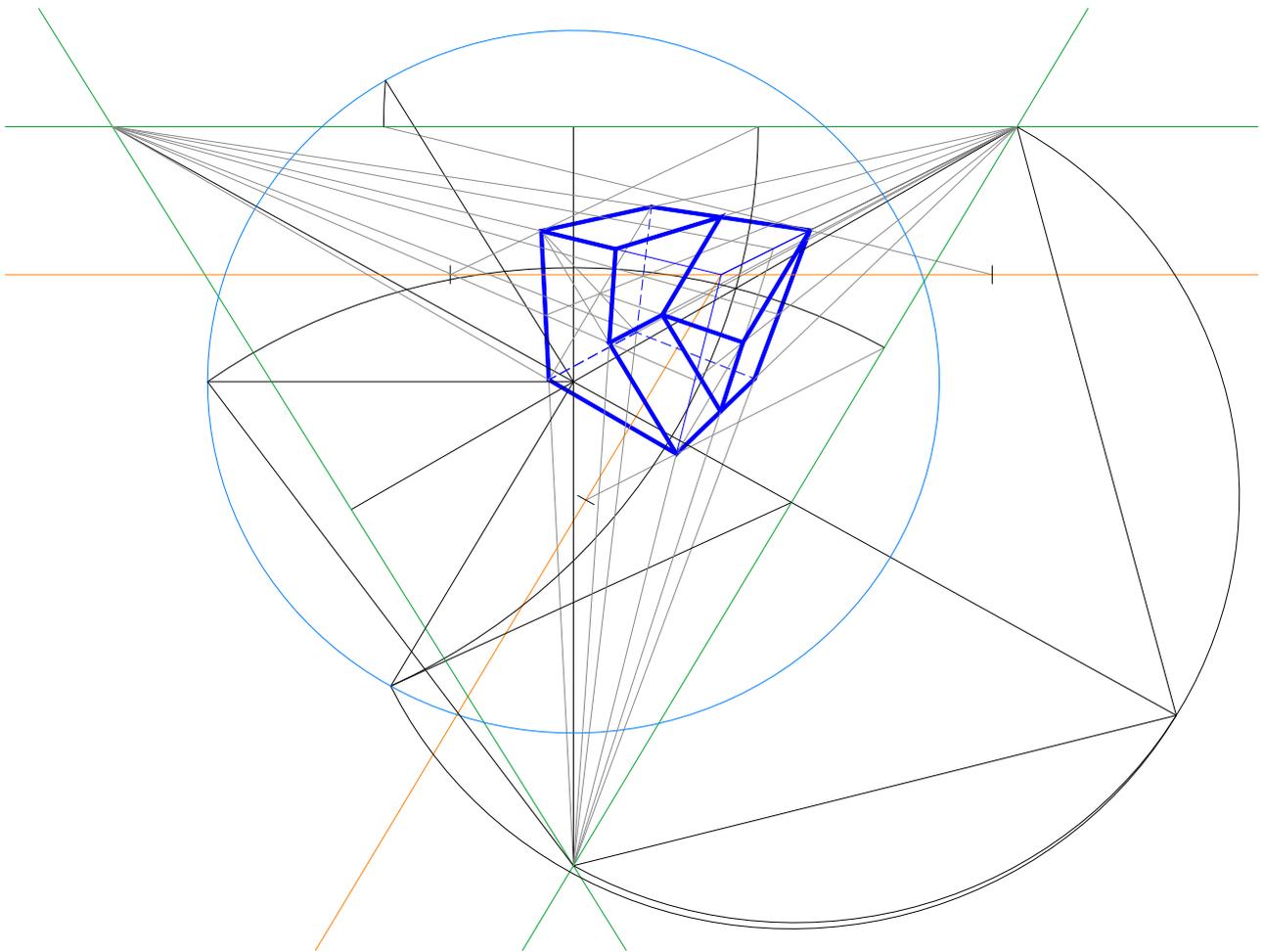
Determiniamo adesso la giacitura del rettangolo inclinato ABNL composto in questo caso da AB e LN aventi direzione l_y mentre i lati inclinati AL e BN appartengono a piani XZ per cui, analogamente a quanto determinato in precedenza avranno la fuga nell'intersezione del loro prolungamento con la giacitura XZ. La retta passante per la fuga l_y e per la fuga dei lati inclinati AL e BN rappresenta la giacitura del rettangolo ABNL.



Per completare determiniamo la giacitura del triangolo IAL di cui sono note le fughe, in precedenza determinate dei lati IL e AL, rispettivamente appartenenti ai rettangoli GILQ e ABNL. Per determinare la giacitura del triangolo IAL sarà sufficiente tracciare la retta passante per le fughe di IL e AL, mentre per il terzo lato del triangolo, il lato orizzontale IA, la sua fuga si trova nell'intersezione fra la giacitura XY (Linea d'orizzonte), il prolungamento del lato IA e la giacitura del triangolo IAL. In particolare notiamo che tale punto, seppur corretto dal punto di vista teorico, risulta di fatto, nel caso specifico inaccessibile per cui si provvede ad indicarne con una freccia la direzione dell'intersezione.



Ad ogni rappresentazione prospettica corrisponde nello spazio una posizione "S" unica e definita dell'osservatore, che si troverà ad una distanza pari al raggio del cerchio delle distanze sulla perpendicolare al quadro passante per O° . Questa posizione dell'occhio dell'osservatore è detta "vista vincolata" ed è l'unica che corrisponde alla immagine rappresentata. Tutte le altre posizioni dell'osservatore rispetto al quadro connotano una diversa impostazione della prospettiva in modo che possiamo definire queste immagini da punti di vista diversi da S "prospettive della prospettiva". È a partire da queste considerazioni che nascono a partire dal '500 particolari trasformazioni proiettive dette distorsioni anamorfiche. Queste immagini, incomprensibili se viste dalla posizione vincolata S, risultano riconoscibili solo se viste dal centro di proiezione da cui sono state generate, in genere un punto a lato del quadro. Nel quadro di Hans Holbein "Gli ambasciatori" del 1533, l'incomprensibile macchia in primo piano si trasforma in un teschio se opportunamente visto dal lato sinistro dell'opera.

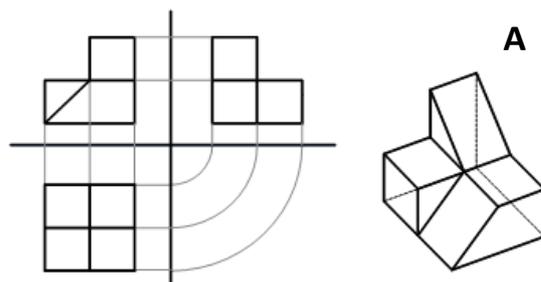


Prospettiva a quadro inclinato: Metodo diretto dei punti di misura, vista dall'alto

Prospettiva | Proposte operative

Esercizio 1

Rappresentare in prospettiva a quadro frontale, metodo diretto dei punti di distanza, il solido (fig. A). (esempio pag. 56)

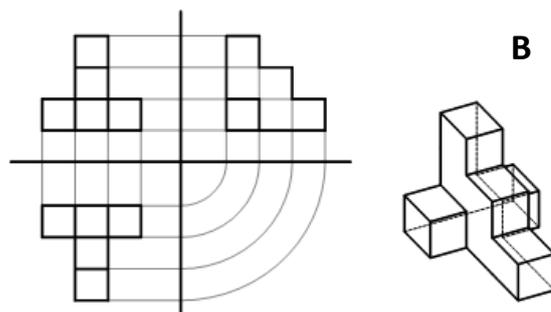


Esercizio 2

Rappresentare in prospettiva a quadro frontale, metodo diretto dei punti di distanza, il solido (fig. A). (esempio pag. 60)

Esercizio 3

Rappresentare in prospettiva a quadro frontale, metodo indiretto del taglio dei raggi visuali, il solido (fig. B). (esempio pag. 58)

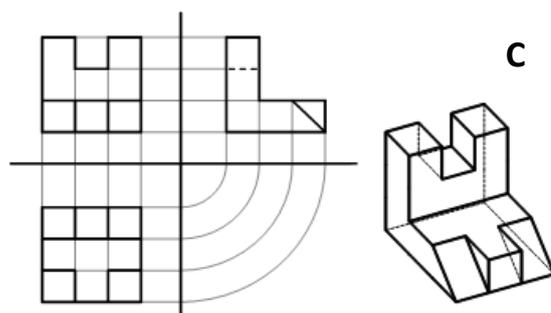


Esercizio 4

Rappresentare in prospettiva a quadro orizzontale, metodo diretto dei punti di distanza, il solido (fig. B). (esempio pag. 66)

Esercizio 5

Rappresentare in prospettiva a quadro verticale accidentale, metodo diretto dei punti di misura, il solido (fig. C). (esempio pag. 74)

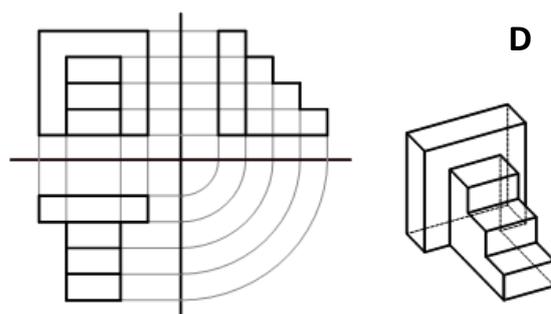


Esercizio 6

Rappresentare in prospettiva a quadro verticale accidentale, metodo indiretto del taglio dei raggi visuali, il solido (fig. C). (esempio pag. 76)

Esercizio 7

Rappresentare in prospettiva a quadro verticale accidentale, metodo indiretto delle ortogonali al quadro, il solido rappresentato in proiezione ortogonale e assonometria (fig. D). (esempio pag. 78)

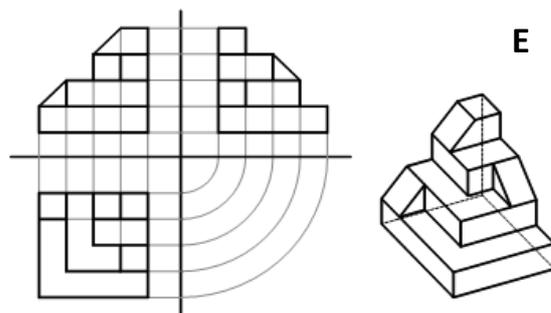


Esercizio 8

Rappresentare in prospettiva a quadro inclinato, metodo indiretto del prolungamento dei lati, il solido (fig. D). (esempio pag. 96)

Esercizio 9

Rappresentare in prospettiva a quadro inclinato, metodo diretto dei punti di misura, vista dal basso, il solido (fig. E). (esempio pag. 88)



Esercizio 10

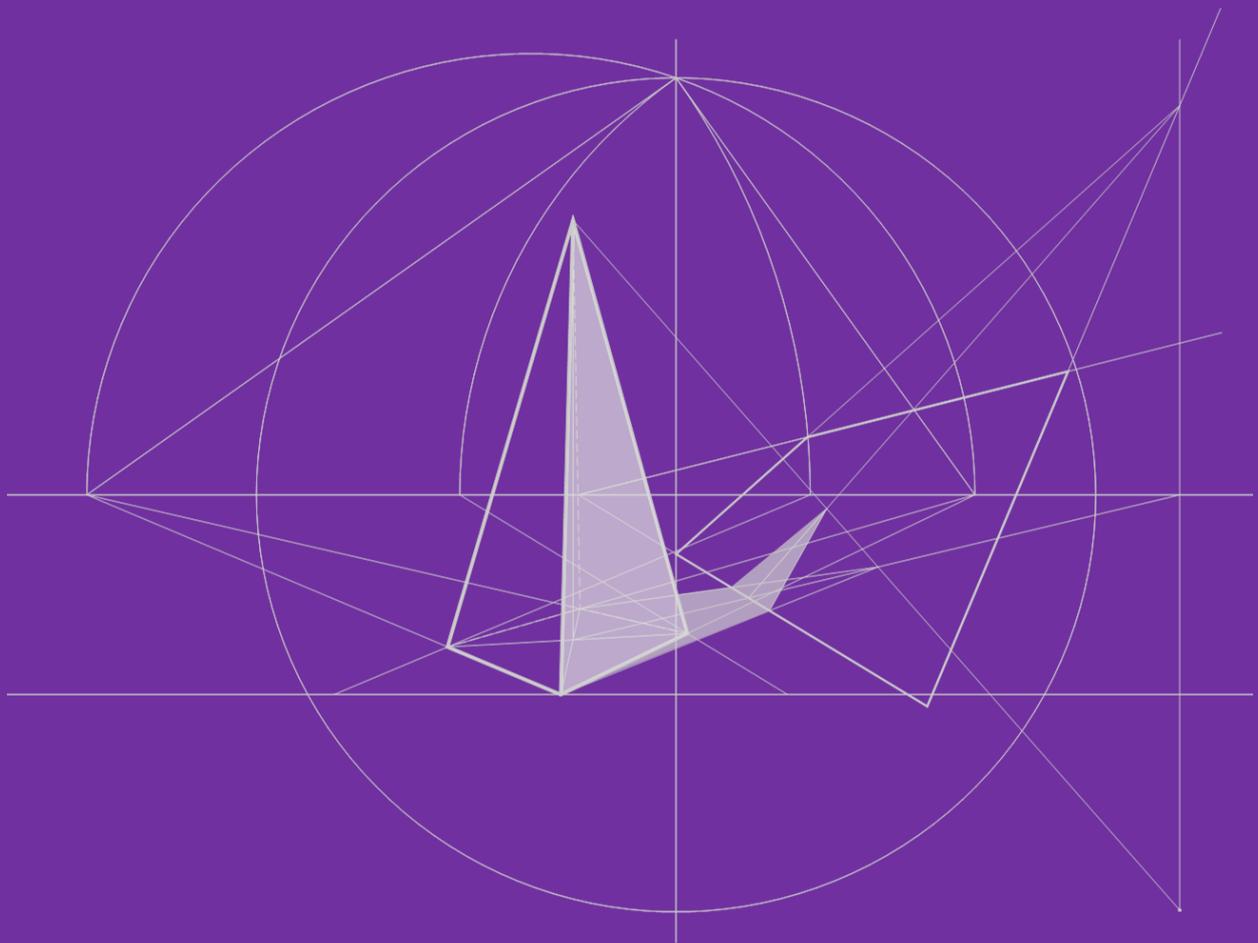
Rappresentare in prospettiva a quadro inclinato, metodo diretto dei punti di misura, vista dall'alto, il solido (fig. E). (esempio pag. 92)

TEORIA DELLE OMBRE

Proiezioni ortogonali

Assonometria

Prospettiva



TEORIA DELLE OMBRE

Concetti generali

Definizione - Significato - Caratteristiche

La teoria delle ombre, è quella parte della Geometria Descrittiva che si occupa di rappresentare le ombre di un corpo generico generate da una fonte di luce. Per la sua applicazione ci si serve della maggior parte dei concetti utilizzati per definire i sistemi di rappresentazione: metodo della proiezione e sezione, incidenza, corrispondenza biunivoca fra gli elementi rappresentati. In generale gli elementi del sistema sono in analogia con i metodi di rappresentazione: la fonte luminosa rappresentata da un punto, i raggi di luce che da esso hanno origine, l'oggetto che genera, attraverso la sua interposizione, l'ombra sul piano di riferimento. Così come avviene nei metodi proiettivi, la discriminante più significativa che riguarda la fonte di luce è riferibile alla distanza rispetto all'oggetto. In particolare le posizioni principali sono due:

1) Punto di luce a distanza infinita (luce naturale del sole) ovvero il modello detto parallelo, equiparabile in ambito proiettivo alle proiezioni ortogonali e all'assonometria.

2) Punto di luce a distanza finita (luce artificiale di una lampada) ovvero il modello detto centrale, del tutto assimilabile come logica proiettiva alle regole della prospettiva.

Il raggio di luce, elemento fondamentale per la determinazione dell'ombra, è una retta caratterizzata oltre che dalla direzione, sia essa impropria all'infinito o propria a distanza misurabile rispetto all'oggetto, anche dal verso potendosi intendere i raggi luminosi come onde che partono dalla sorgente luminosa. L'ombra di un solido può essere considerata come la proiezione del solido dall'origine della fonte di luce S.

Gli effetti della luce:

Intensità e grado di chiarezza delle superfici

I raggi di luce incidono le superfici dei corpi formando rispetto ad esse, in relazione alla loro posizione, angoli variabili e di conseguenza le diverse parti dei corpi saranno illuminate in modo non uniforme.

All'interno di un piano il grado di illuminazione è uniforme, mentre in due piani con inclinazione differenti si presenta in forma diversificata.

L'illuminazione di superfici curve, dove l'inclinazione del raggio di luce cambia continuamente rispetto a tutti i suoi punti, è caratterizzata da graduali passaggi tonali che necessitano per la loro definizione della conoscenza dell'angolo d'incidenza del raggio di luce rispetto ai vari punti.

Il *Chiaroscuro* esprime il differente gradiente di luminosità delle superfici in relazione al diverso angolo d'incidenza dei raggi di una sorgente luminosa. In particolare il grado di intensità luminosa dei punti di

una superficie illuminata sarà tanto più forte quanto più l'angolo formato dal raggio e la superficie tenderà alla condizione di ortogonalità.

I due casi limite sono rappresentati quindi dal raggio perpendicolare al punto della superficie in cui il grado di luminosità sarà massimo, e il caso del raggio parallelo alla superficie, detta condizione di luce radente, in cui il raggio luminoso determina la più bassa intensità di luce al limite del passaggio alla condizione di ombra propria. Il grado di intensità luminosa è un dato esprimibile oggettivamente, poiché dipende esclusivamente dalle reciproche posizioni della superficie illuminata e della fonte di luce.

La posizione dell'osservatore rispetto all'oggetto, al contrario, determina e influisce nella percezione della chiarezza apparente dell'oggetto rappresentato anche se in misura graficamente non rilevante.

Un altro elemento che contribuisce a determinare nella percezione delle parti illuminate elementi di variabilità, è la cosiddetta prospettiva aerea, scoperta intuitivamente da Leonardo da Vinci. Corpi seppur direttamente illuminati dal sole, se posizionati a diverse distanze dall'osservatore, sono percepiti infatti con diversi gradienti di luminosità per effetto della "quantità" di massa d'aria che si interpone fra l'osservatore e l'oggetto.

Ombra propria e portata

In un solido le parti non direttamente toccate dai raggi luminosi si considerano in condizione d'ombra propria. Questa si presenta con una tonalità di trama intermedia fra le parti illuminate e in ombra portata. L'ombra propria è determinata sia nella proiezione da fonte luminosa naturale a distanza infinita che da una artificiale a distanza finita.

La linea spezzata sghemba che separa le parti in condizione d'ombra propria da quelle illuminate è detta separatrice d'ombra propria, la cui importanza nell'ambito della individuazione dell'ombra portata è determinante. I piani di luce infatti passanti per gli spigoli della separatrice intersecano i piani in cui l'ombra si proietta. Le rette intersezioni dei piani di luce a loro volta si intersecano in una poligonale che rappresenta il contorno dell'ombra portata detta anche separatrice d'ombra portata.

La determinazione dell'ombra portata è data quindi in generale dalla proiezione della separatrice d'ombra propria dal punto di luce sia esso naturale a distanza infinita o artificiale a distanza finita misurabile rispetto all'oggetto.

L'ombra autoportata

Se un solido articolato in modo complesso presenta parti aggettanti o rientranti, proietta parte della sua ombra su sé stesso determinando l'ombra autoportata. Dal punto di vista strettamente percettivo, l'ombra autoportata contribuisce notevolmente alla esaltazione degli aspetti formali dell'oggetto.

Le ombre nelle proiezioni ortogonali

Nelle proiezioni ortogonali la sorgente luminosa, data la distanza infinita rispetto all'oggetto, può essere definita solo dalla rappresentazione delle proiezioni del raggio di luce sui piani principali. In particolare si considera in qualità di raggio di luce R la diagonale di un cubo, e si rappresentano le sue proiezioni R^I e R^{II} sui piani principali inclinandole di 45° rispetto alla linea di terra.

L'ombra di un punto in proiezione ortogonale è data dall'intersezione sul piano delle proiezioni del raggio di luce passanti per il punto.

L'ombra di una retta, è l'intersezione del piano di luce passante per la retta con il piano nel quale essa si concretizza. Possiamo determinare l'ombra di una retta individuando in primo luogo l'ombra di due suoi punti e successivamente tracciando la retta passante per l'ombra dei due punti. Nel caso in cui le ombre dei due punti non dovessero trovarsi sullo stesso piano, si dovrà determinare l'ombra virtuale del secondo punto nell'estensione del piano di appartenenza del primo.

Il tema della determinazione dell'ombra di una figura piana si riduce date le considerazioni precedenti alla ricerca dell'ombra dei diversi segmenti che compongono i lati del poligono. Per determinare l'ombra propria e portata su più piani di un solido è opportuno determinare in primo luogo la separatrice d'ombra propria e in seguito costruire l'ombra dei singoli segmenti che la compongono. Nelle proiezioni ortogonali è bene precisare che per la determinazione delle ombre, oltre alle direzioni delle proiezioni del raggio di luce, è possibile sfruttare la condizione di parallelismo che si determina fra segmenti e il piano dove si concretizza l'ombra e il parallelismo delle ombre di due segmenti inclinati rispetto al piano ma fra loro paralleli.

Nelle proiezioni ortogonali frontali si utilizzano spesso per convenzione le ombre a 45° che si ottengono proiettando il raggio di luce corrispondente alla diagonale di un cubo appoggiato ai piani orizzontale e verticale. Date queste condizioni proiettive l'ombra di segmenti ortogonali a piani principali saranno inclinate di 45° rispetto alla linea di terra.

Le ombre in assonometria

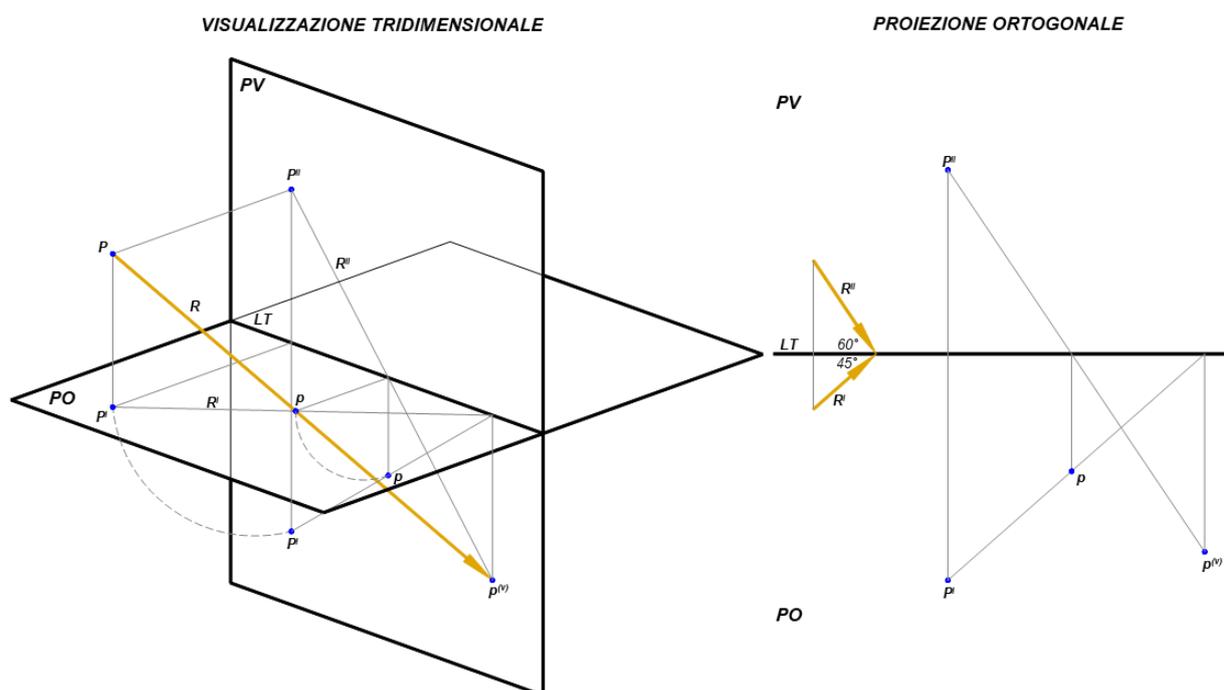
La determinazione delle ombre nell'assonometria parte dalla considerazione che è sufficiente la conoscenza del raggio di luce R e di una sua proiezione su un piano fondamentale in genere il piano XY corrispondente al piano orizzontale delle proiezioni ortogonali. Infatti dato un punto P la sua ombra sul piano XY sarà data dall'intersezione fra il raggio R passante per P e la proiezione R^I del raggio passante per P^I proiezione del punto. Nella pratica, poiché è possibile una proiezione dei punti ombra sia sul piano XY che sui piani XZ o YZ , si tende a riproporre lo schema già sperimentato nelle proiezioni ortogonali ovvero della identificazione del raggio di luce con la diagonale di un cubo e conseguente

individuazione delle sue proiezioni R^{II} sul piano XZ e R^{III} sul piano YZ . Nell'assonometria rette parallele proiettano la loro ombra mantenendo tale condizione nelle rette-ombra che manterranno quindi la loro direzione impropria.

Le ombre nella prospettiva

Considerato che i raggi di luce provenienti dal Sole sono fra loro paralleli, la sorgente luminosa sarà individuata nel sistema prospettico dal suo punto di fuga. In funzione della posizione del sole rispetto all'osservatore, possiamo avere la fuga della fonte di luce sopra la linea d'orizzonte se il sole si ipotizza davanti all'osservatore oppure sotto la linea d'orizzonte se vogliamo considerare la posizione del sole alle spalle dell'osservatore. Nel disegno prospettico di esterni, in particolare dell'architettura, la posizione del sole alle spalle dell'osservatore rappresenta una scelta molto comune tendente a valorizzare la plasticità dei volumi. L'ombra di una retta nel sistema prospettico non si differenzia in modo sostanziale, dal punto di vista teorico, da quanto abbiamo verificato nelle proiezioni parallele in quanto essa è data dall'intersezione fra il piano di luce passante per la retta e il piano dove si concretizza l'ombra. Per rappresentare questa retta-ombra si determinano le ombre di due punti che nella prospettiva sono il punto dove la retta intercetta il piano dove si presenta l'ombra e la fuga della retta-ombra. Questo secondo punto è facilmente individuabile se consideriamo che il punto di fuga della retta-ombra è l'intersezione delle giaciture del piano di luce e del piano dell'ombra stessa. Consideriamo infatti che se una retta appartiene ad un piano la sua fuga apparterrà alla giacitura del piano e poiché la retta-ombra appartiene sia al piano di luce che al piano dove si concretizza ne consegue che la fuga è l'intersezione delle due giaciture. Per l'esecuzione pratica prenderemo in considerazione ogni tratto della separatrice d'ombra propria alternando l'individuazione dell'ombra dei singoli punti con le fughe delle rette d'appartenenza dei segmenti dati. Si sottolinea che il concetto fondamentale da cui partire per la determinazione delle ombre nel sistema prospettico è la rappresentazione del Sole come punto di fuga dei raggi di luce.

La posizione della fonte luminosa a distanza finita, equiparabile alla luce artificiale, si presta in particolare alla rappresentazione di interni. Dal punto di vista tecnico le ombre generate da una sorgente artificiale si determinano impostando la fonte luminosa in un punto finito, reale, oggettivamente misurabile rispetto al contesto e individuando la sua proiezione ortogonale sul piano nel quale si genera l'ombra. I punti-ombra saranno determinati dall'intersezione dei raggi di luce R con le proiezioni sul piano di raggi passanti per la proiezione della fonte luminosa e per la proiezione del punto.



Ombra di un punto generico P sul piano orizzontale e sull'estensione del piano verticale

L'ombra portata di un punto generico P , è determinata dall'intersezione del raggio di luce R con uno dei piani di proiezione, nei casi più generici il piano orizzontale o il piano verticale. La posizione dell'ombra dipende, oltre che dalla posizione del punto, dalla direzione del raggio di luce, espressa dalle sue proiezioni R^I e R^{II} rispettivamente sul piano orizzontale e su quello verticale. In linea del tutto teorica la direzione delle proiezioni del raggio rispetto al riferimento della linea di terra, possono presentarsi in tutte le angolazioni comprese fra $> 0^\circ$ e $> 90^\circ$ anche se convenzionalmente la soluzione più utilizzata è quella con angolazioni a 45° che corrispondono ad un raggio di luce con direzione uguale alla diagonale di un cubo. In questo caso si è scelto un angolo di 45° per R^I e di 60° per R^{II} .

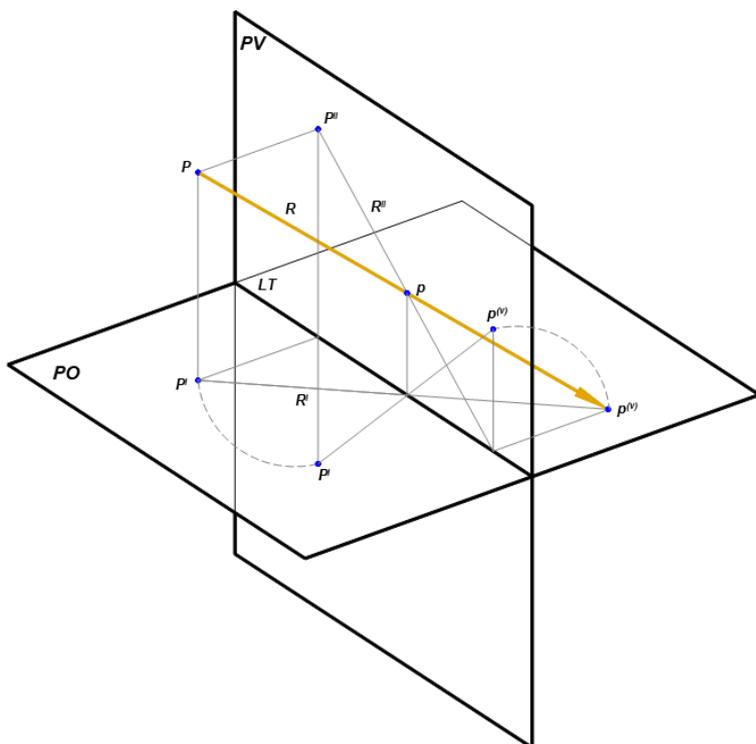
Una volta determinato il punto P attraverso le sue proiezioni P^I e P^{II} tracciamo il raggio R . L'intersezione della proiezione di R sulla LT , più vicina al raggio proiettante del punto, in questo caso la R^{II} , determina il punto in cui tracciare il raggio ortogonale per la individuazione dell'ombra portata nell'intersezione con la proiezione R^I .

Oltre all'ombra portata reale sul piano orizzontale, il punto P proietta anche un'ombra "virtuale" $p^{(V)}$ sull'estensione del piano verticale. Per la individuazione dell'ombra virtuale, si procede tracciando il raggio ortogonale alla LT nell'intersezione con R^I e determinando l'intersezione con il prolungando di R^{II} .

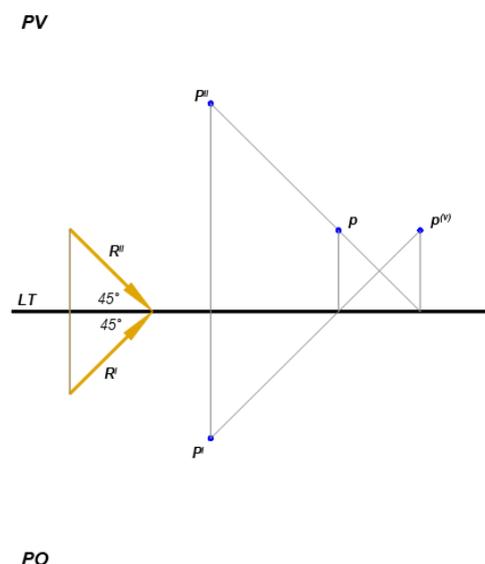
La determinazione dell'ombra virtuale sarà di particolare utilità nella rappresentazione dell'ombra di segmenti inclinati i cui estremi proiettano l'ombra su due piani di proiezione distinti, ad esempio uno sul piano orizzontale e l'altro sul piano verticale.

Teoria delle ombre | Proiezioni Ortogonali | Punti

VISUALIZZAZIONE TRIDIMENSIONALE



PROIEZIONE ORTOGONALE

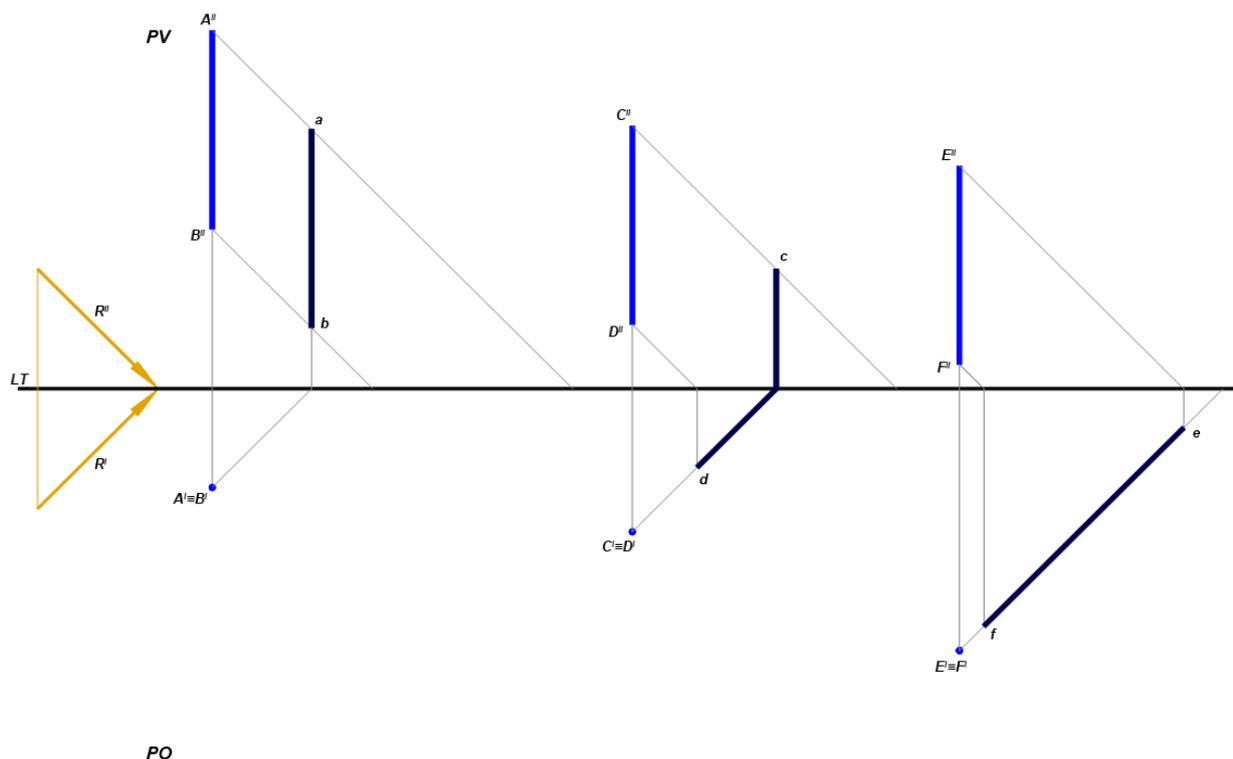


Ombra di un punto generico P sul piano verticale e sull'estensione del piano orizzontale

Assumiamo la direzione delle proiezioni R^I e R^{II} del raggio rispetto al riferimento della linea di terra, con angolazioni a 45° che corrispondono ad un raggio di luce con direzione uguale alla diagonale di un cubo.

Determiniamo il punto P attraverso le sue proiezioni P^I e P^{II} e successivamente tracciamo il raggio R . L'intersezione della proiezione di R sulla LT , piú vicina al raggio proiettante del punto è la R^I che determina il punto in cui tracciare il raggio ortogonale per la individuazione dell'ombra portata nell'intersezione con la proiezione R^{II} .

Oltre all'ombra portata reale sul piano verticale, il punto P proietta anche un'ombra "virtuale" $p^{(v)}$ sull'estensione del piano orizzontale. Per la individuazione dell'ombra virtuale, si procede tracciando il raggio ortogonale alla LT nell'intersezione con R^{II} e determinando l'intersezione con il prolungamento di R^I .



Ombra portata di segmenti ortogonali al piano orizzontale

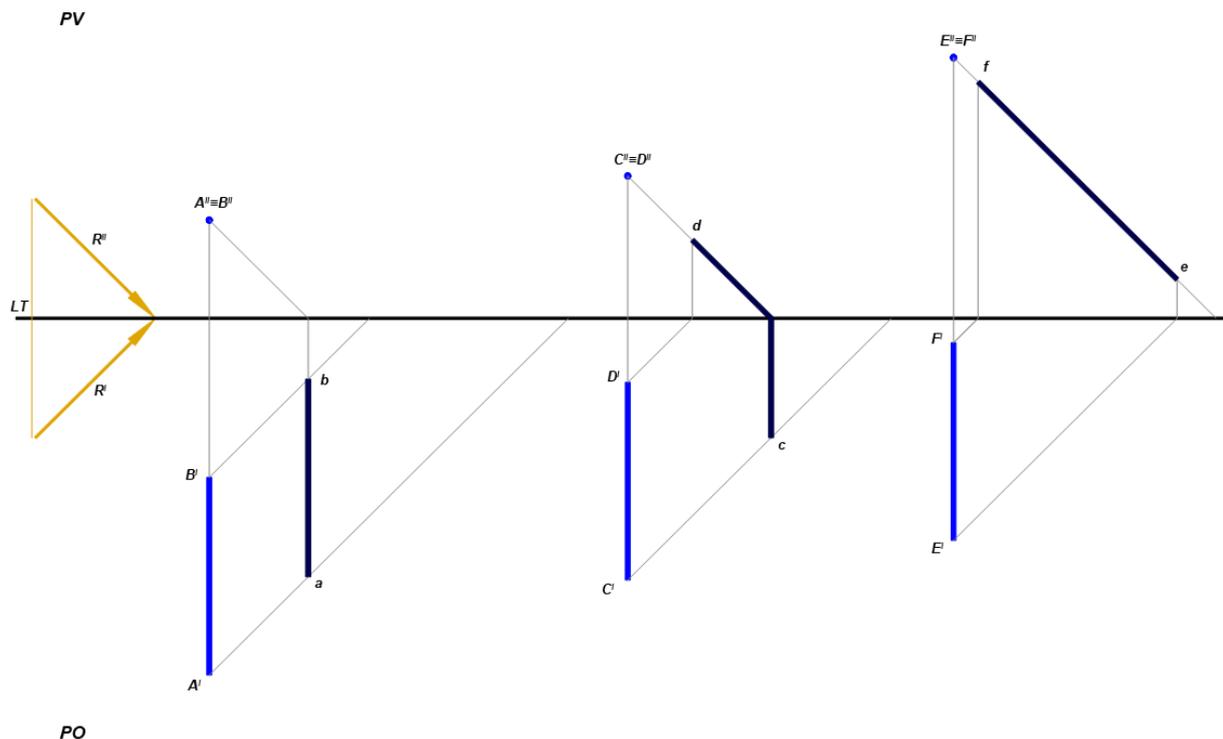
L'ombra portata di un segmento ortogonale al piano orizzontale, e di conseguenza parallelo al piano verticale, si può determinare attraverso tre soluzioni differenti.

Una volta fissata la direzione delle proiezioni del raggio di luce con inclinazione convenzionale, ma non obbligatoria, a 45° rispetto alla linea di terra, si determinano le ombre tracciando i raggi di luce passanti per gli estremi che in questo primo esempio si trovano entrambi sul piano verticale. Unendo l'ombra dei due estremi si ottiene l'ombra del segmento dato. Rileviamo che la proiezione del segmento e la sua ombra sul piano verticale mantengono la condizione di parallelismo.

Nel secondo caso un estremo del segmento proietta la sua ombra sul piano verticale, mentre il secondo estremo la proietta sul piano orizzontale. Il problema si può risolvere tracciando, a partire dall'ombra del punto sul piano verticale, la direzione dell'ombra parallela al segmento dato fino ad intercettare la linea di terra e successivamente unire con l'ombra dell'estremo sul piano orizzontale. Il piano di luce passante per il segmento determina nell'intersezione sul piano orizzontale la prima proiezione dell'ombra portata. L'ombra così determinata avrà la direzione della proiezione R^1 del raggio di luce sul piano orizzontale.

In questo terzo esempio le ombre degli estremi del segmento si trovano entrambi sul piano orizzontale. Anche in questo caso unendo l'ombra dei due estremi, con direzione parallela alla prima proiezione del raggio di luce, si ottiene l'ombra del segmento dato.

Teoria delle ombre | Proiezioni Ortogonali | Segmenti

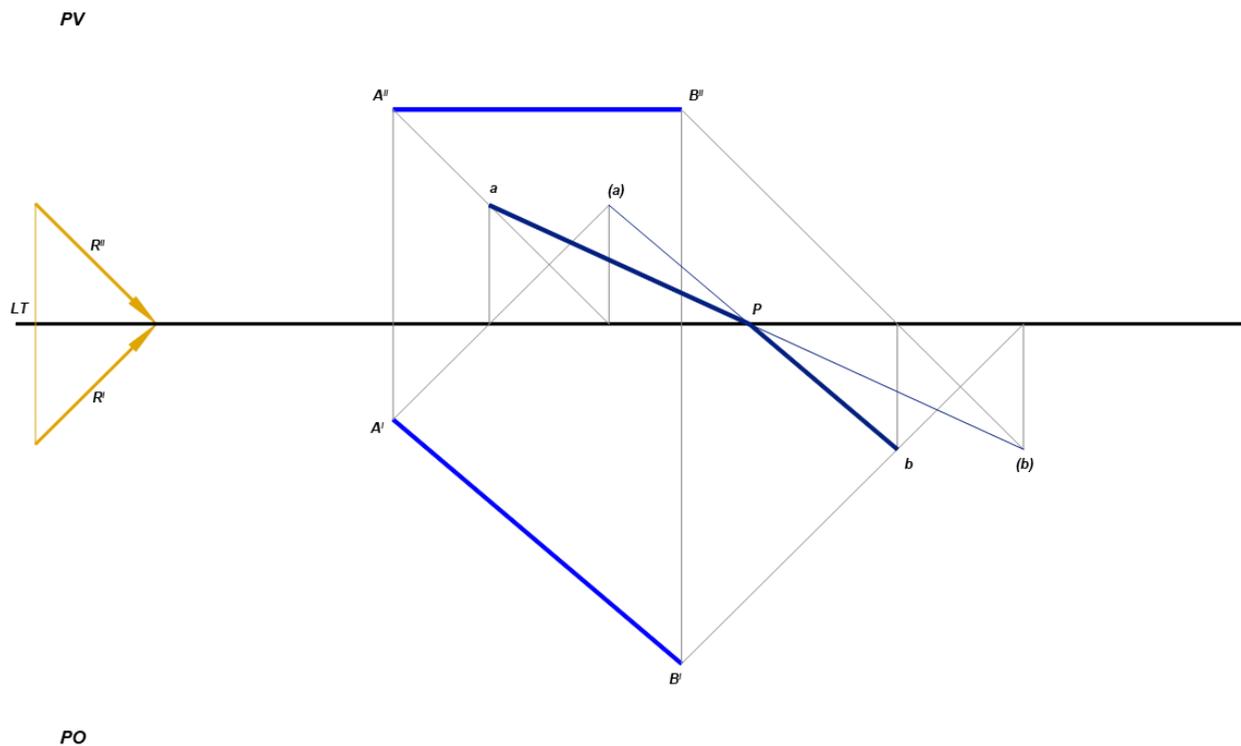


Ombra portata di segmenti ortogonali al piano verticale

Nel caso in cui il segmento sia posto in posizione ortogonale al piano verticale, la condizione di parallelismo si manifesta rispetto al primo piano di proiezione. Fissiamo la direzione delle proiezioni del raggio di luce a 45° rispetto alla linea di terra, e determiniamo le ombre tracciando i raggi di luce passanti per gli estremi. Come possiamo notare i raggi di luce intercettano entrambi il piano orizzontale per cui per la determinazione dell'ombra portata del segmento sarà sufficiente unire i due punti ombra degli estremi per determinare l'ombra del segmento. La direzione dell'ombra e il segmento dato mantengono la condizione di parallelismo.

Nel secondo caso, analogamente a quanto visto nel precedente esercizio, i due estremi del segmento proiettano la loro ombra uno sul piano verticale, mentre il secondo la proietta sul piano orizzontale. Tracciamo, a partire dall'ombra dell'estremo sul piano orizzontale, la direzione dell'ombra parallela al segmento dato fino all'intersezione con la linea di terra e successivamente determiniamo l'ombra portata del segmento dato unendo con l'ombra dell'estremo sul piano verticale. La direzione dell'ombra sul piano verticale avrà la direzione della proiezione R'' del raggio.

Nel terzo esempio le ombre degli estremi del segmento si trovano entrambi sul piano verticale. Unendo l'ombra dei due estremi, con direzione parallela alla seconda proiezione del raggio di luce, si ottiene l'ombra del segmento dato.



Ombra portata di un segmento parallelo al piano orizzontale e inclinato rispetto al piano verticale

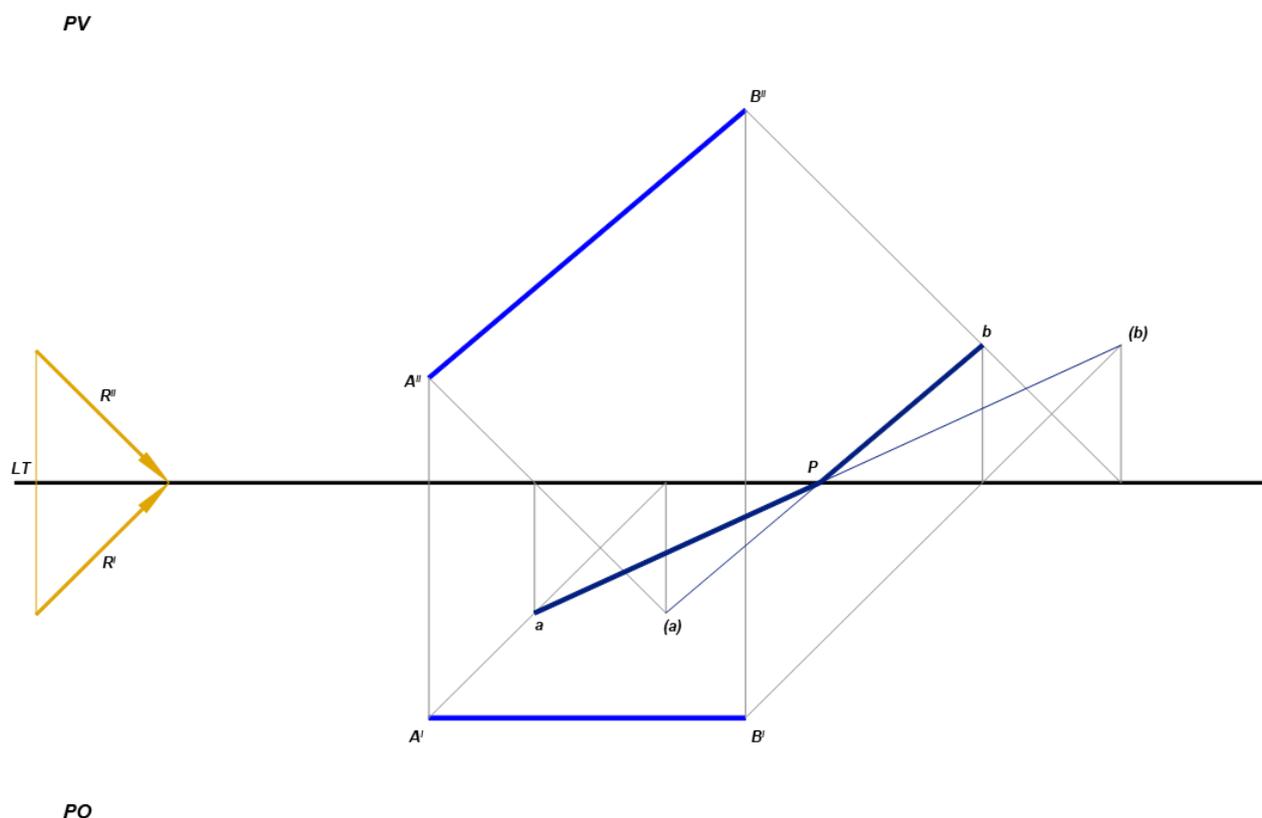
Consideriamo un segmento in posizione parallela al piano orizzontale e inclinato rispetto al piano verticale. Date le direzioni delle proiezioni del raggio di luce, individuamo le ombre portate degli estremi. Nel caso in cui i due punti dovessero trovarsi entrambi sullo stesso piano di proiezione, orizzontale o verticale, il segmento ombra sarebbe facilmente determinato dall'unione dei due punti. Se come nell'esempio proposto le ombre degli estremi cadono una sul piano orizzontale e l'altra sul piano verticale, si possono applicare due metodi. Il primo metodo consiste nel tracciare sul piano orizzontale, la retta parallela alla proiezione del segmento passante per l'ombra dell'estremo fino all'intersezione con la linea di terra, e dall'intersezione unire con l'ombra dell'estremo sul piano verticale.

Il secondo metodo con cui possiamo determinare l'ombra del segmento è quello dei *punti virtuali*. Si ipotizza di proiettare l'ombra degli estremi del segmento sull'estensione dei piani principali. In particolare l'ombra del punto sul piano orizzontale viene proiettata, per mezzo del ribaltamento rispetto alla linea di terra e al prolungamento della seconda proiezione del raggio sull'estensione del piano verticale. Chiameremo questo punto *ombra virtuale*, sull'estensione del piano verticale. Unendo le ombre dei due estremi, reale e virtuale, si ottiene l'ombra portata sul piano verticale.

Analogamente potremo procedere per la determinazione dell'ombra del segmento sull'estensione del piano orizzontale. Individuata l'ombra virtuale del punto sull'estensione del piano orizzontale uniremo con l'ombra reale del secondo estremo sul piano orizzontale. Possiamo notare che i due segmenti ombra, entrambi parzialmente virtuali intercettano la linea di terra nello stesso punto.

L'ombra effettiva del segmento sarà data quindi dalla linea spezzata nel punto di intersezione con la linea di terra, delle due parti di ombra sui rispettivi piani.

Teoria delle ombre | Proiezioni Ortogonali | Segmenti



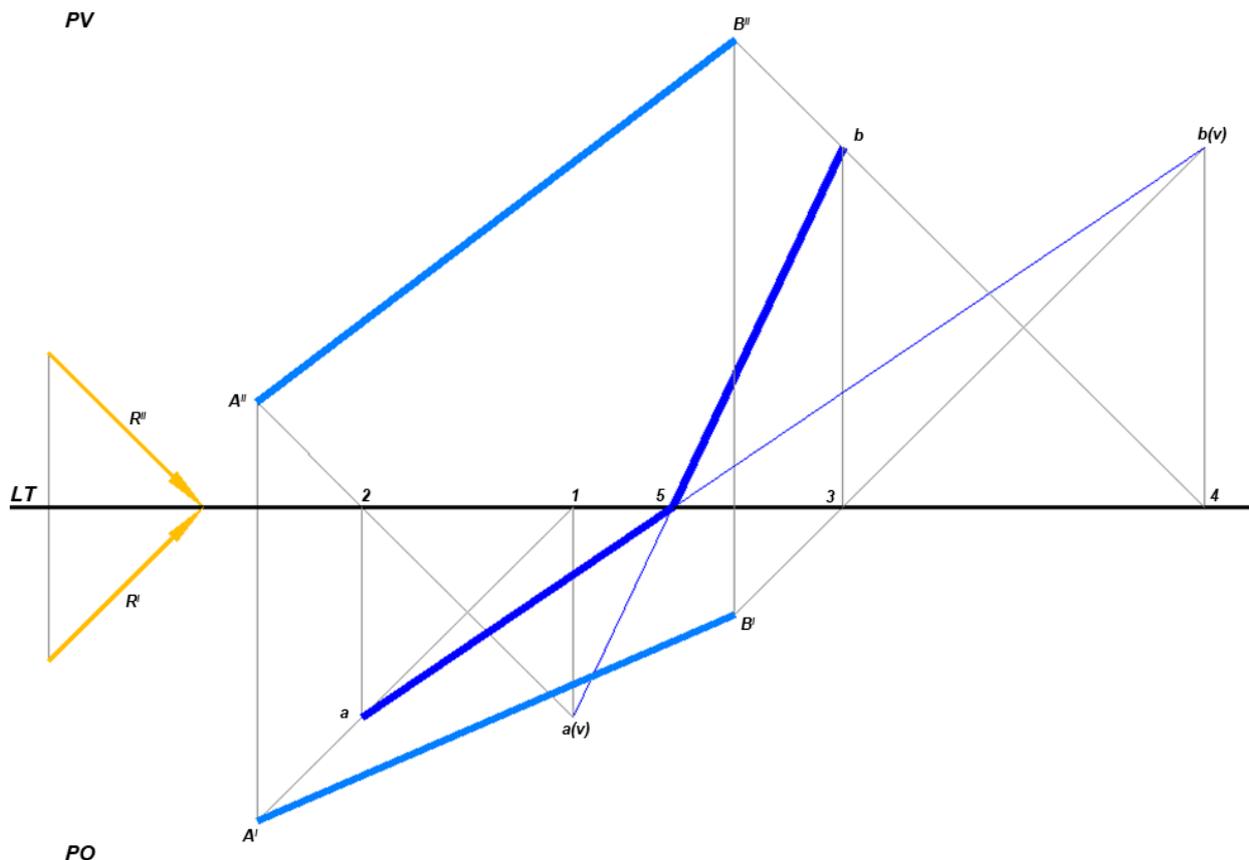
Ombra portata di un segmento parallelo al piano verticale e inclinato rispetto al piano orizzontale

L'esercizio proposto, analogo al precedente, è riferito alla determinazione dell'ombra portata di un segmento, in questo caso, parallelo al piano verticale e inclinato rispetto al piano orizzontale. Dopo avere impostato le proiezioni prima e seconda del raggio di luce orientate per convenzione a 45° rispetto alla linea di terra determiniamo l'ombra portata degli estremi del segmento. Dopo avere tracciato i due raggi, proiettare l'intersezione del raggio passante per il punto più vicino alla linea di terra ortogonalmente fino ad intercettare il raggio passante per il punto più distante dalla linea di terra. Individuati i due punti-ombra consideriamo che nel caso in cui dovessero trovarsi sullo stesso piano di proiezione, orizzontale o verticale, l'ombra si otterrebbe unendo i due punti. Nel nostro caso i due punti proiettano la loro ombra rispettivamente sul piano orizzontale e verticale.

Possiamo sfruttare la condizione di parallelismo fra il segmento e il piano verticale tracciando la parallela al segmento passante per l'ombra dell'estremo sul piano verticale fino all'intersezione con la linea di terra e successivamente collegare con l'ombra dell'estremo sul piano orizzontale.

In alternativa potremo determinare l'ombra del punto virtuale sull'estensione del piano orizzontale, per poi unire con l'ombra reale dell'estremo sullo stesso piano.

Procederemo in modo analogo determinando l'ombra virtuale sull'estensione del piano verticale da unire successivamente con l'ombra reale del segmento sul piano verticale. I due segmenti ombra così ottenuti, entrambi in parte virtuali, intersecano la linea di terra nello stesso punto. L'ombra risultante del segmento sarà data dalla spezzata, nel punto di intersezione con la linea di terra, delle due porzioni di ombra sui rispettivi piani principali.



Ombra portata di un segmento inclinato sui Piani Orizzontale e Verticale

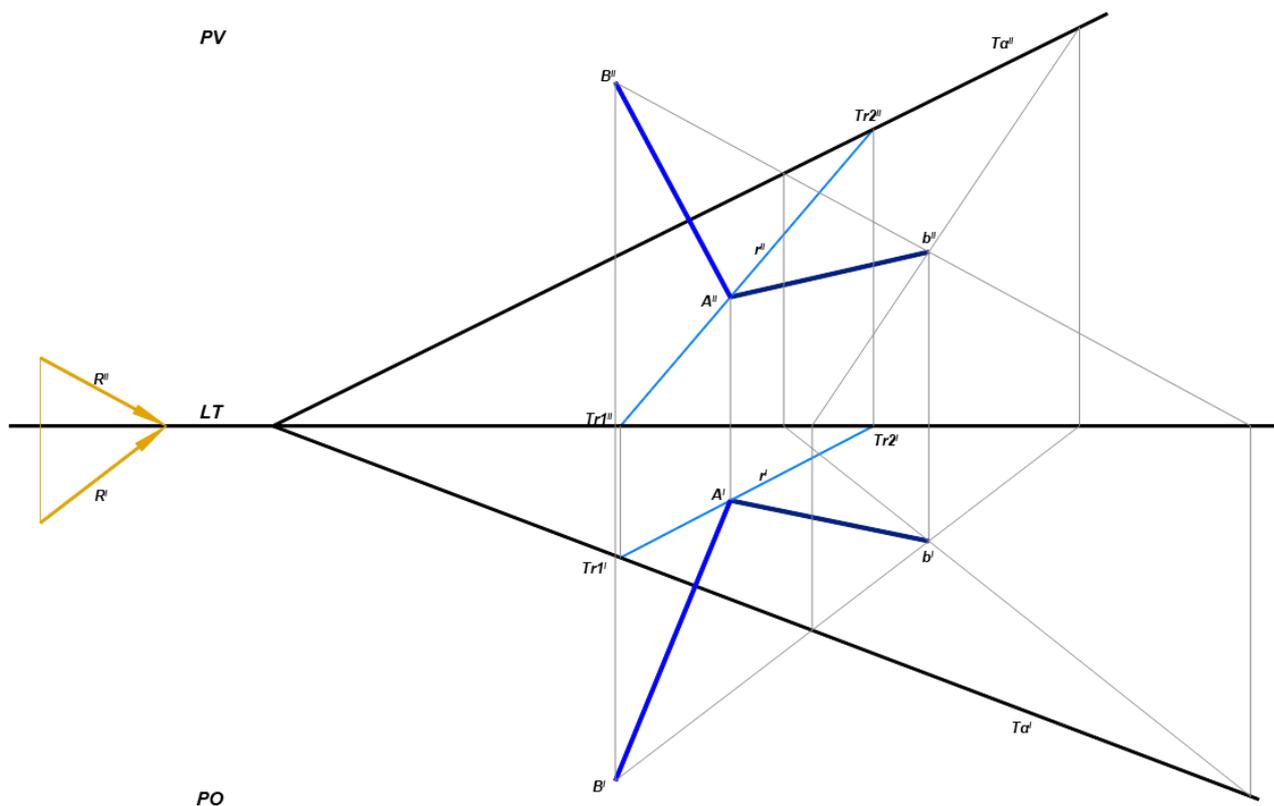
Il segmento si presenta in posizione genericamente inclinata rispetto ai piani principali escludendo quindi la possibilità di determinare l'ombra portata sfruttando la condizione di parallelismo. Dopo avere determinato la direzione delle proiezioni dei raggi determiniamo le ombre degli estremi del segmento che nel caso in oggetto si trovano una sul piano orizzontale e l'altra sul piano verticale.

Pertanto si rende necessario procedere alla determinazione dei punti virtuali delle ombre portate degli estremi del segmento, con le modalità applicate nei precedenti esempi. Una volta determinata l'ombra virtuale dell'estremo del segmento sull'estensione del piano verticale uniremo tale punto con l'ombra effettiva del secondo estremo sul piano verticale. Il segmento che unisce i due punti, intersecato dalla linea

di terra, rappresenta l'ombra in parte virtuale del segmento dato. La porzione reale di una parte del segmento sul piano verticale è data dalla parte del segmento-ombra che unisce l'ombra dell'estremo e l'intersezione con la linea di terra.

Possiamo completare la rappresentazione dell'ombra portata del segmento unendo l'intersezione con la linea di terra e l'ombra dell'estremo del segmento sul piano orizzontale. Il procedimento può essere ulteriormente completato e verificato nella sua correttezza, determinando il punto virtuale dell'estremo del segmento sull'estensione del piano orizzontale e in un secondo tempo unendolo con l'ombra reale dell'estremo sul medesimo piano. Quest'ulteriore passaggio ci permette di confermare la direzione della parte di ombra portata sul piano orizzontale, determinata in precedenza, confermando la correttezza metodologica del procedimento proiettivo.

Teoria delle ombre | Proiezioni Ortogonali | Segmenti

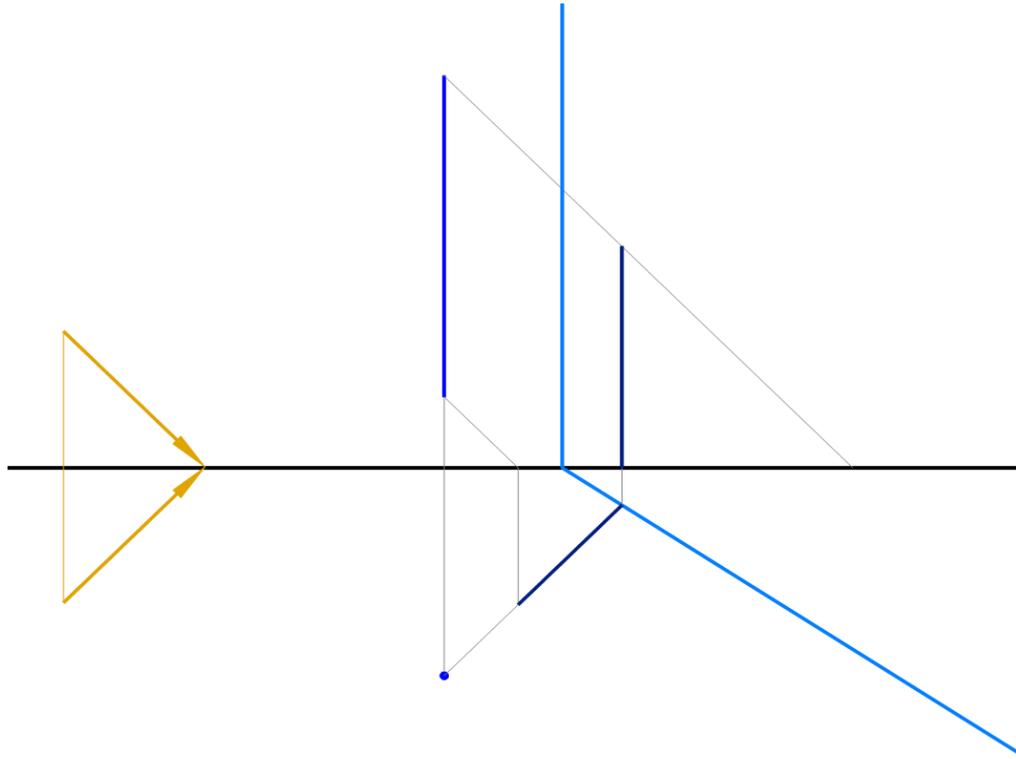


Ombra portata di un segmento inclinato su un piano inclinato

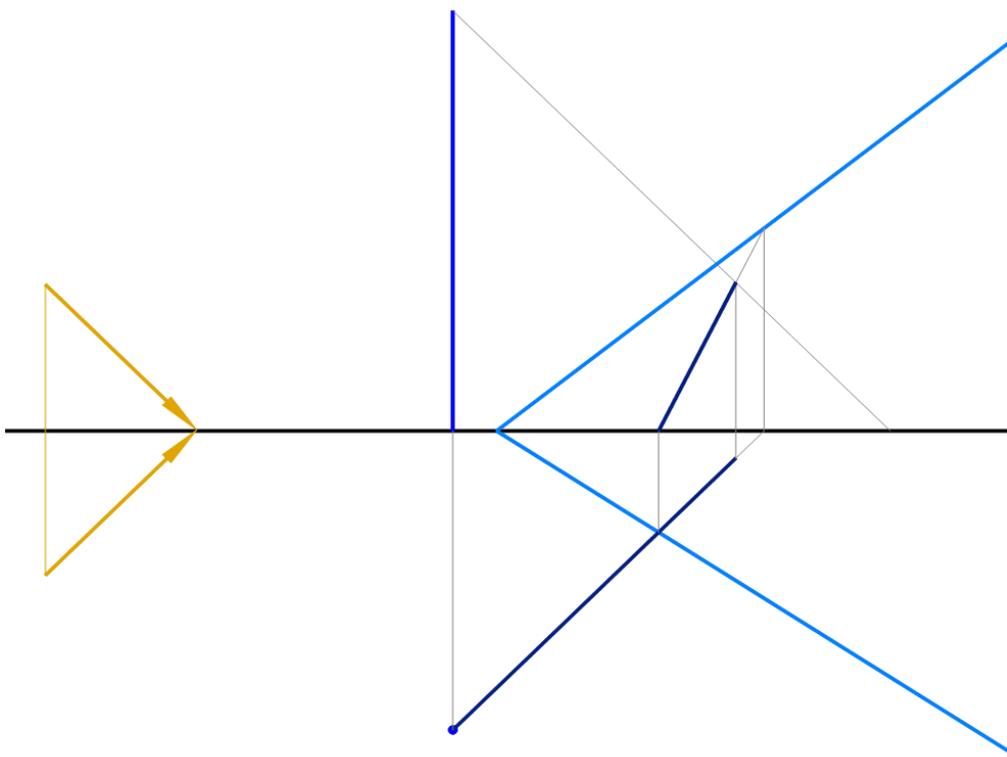
La posizione del segmento AB , è ortogonale ad un piano inclinato α mentre "A" estremo del segmento AB coincide con il piano inclinato α . Procediamo quindi con la rappresentazione in doppia proiezione del piano inclinato α , per mezzo delle sue tracce $T\alpha'$ e $T\alpha''$ e delle proiezioni del segmento AB . Per la rappresentazione del punto A consideriamo, in ragione delle condizioni di appartenenza fra punto, retta e piano, l'appartenenza della retta r appartenente al piano α e successivamente del punto A alla retta r . Definito quindi il piano inclinato α attraverso la rappresentazione delle sue tracce prima e seconda, si rappresenteranno le proiezioni della retta r le cui tracce $Tr1'$ e $Tr2''$, per soddisfare le condizioni d'appartenenza, dovranno trovarsi sulle rispettive tracce del piano. Per quanto riguarda il segmento AB evidenziamo che la retta d'appartenenza delle due proiezioni dovrà formare un angolo di 90° con le rispettive tracce del piano.

L'ombra portata avrà origine a partire dal punto A . Per capire quale sarà la direzione dell'ombra portata dobbiamo ipotizzare un piano di luce ortogonale al piano orizzontale passante per il punto B e determinare la conseguente sezione del piano inclinato α . Determinare "b", ombra del punto B sul piano α nell'intersezione fra R'' passante per B'' e la sezione del piano α rappresentata dal segmento $s1''$. Unendo A'' con b'' otteniamo la proiezione dell'ombra portata del segmento AB sul piano verticale. Proiettiamo il punto b'' sul piano orizzontale e determiniamo b' nell'intersezione con la $s1'$. Così come proceduto nel piano verticale, uniamo A' con b' otteniamo la proiezione dell'ombra portata del segmento AB sul piano orizzontale.

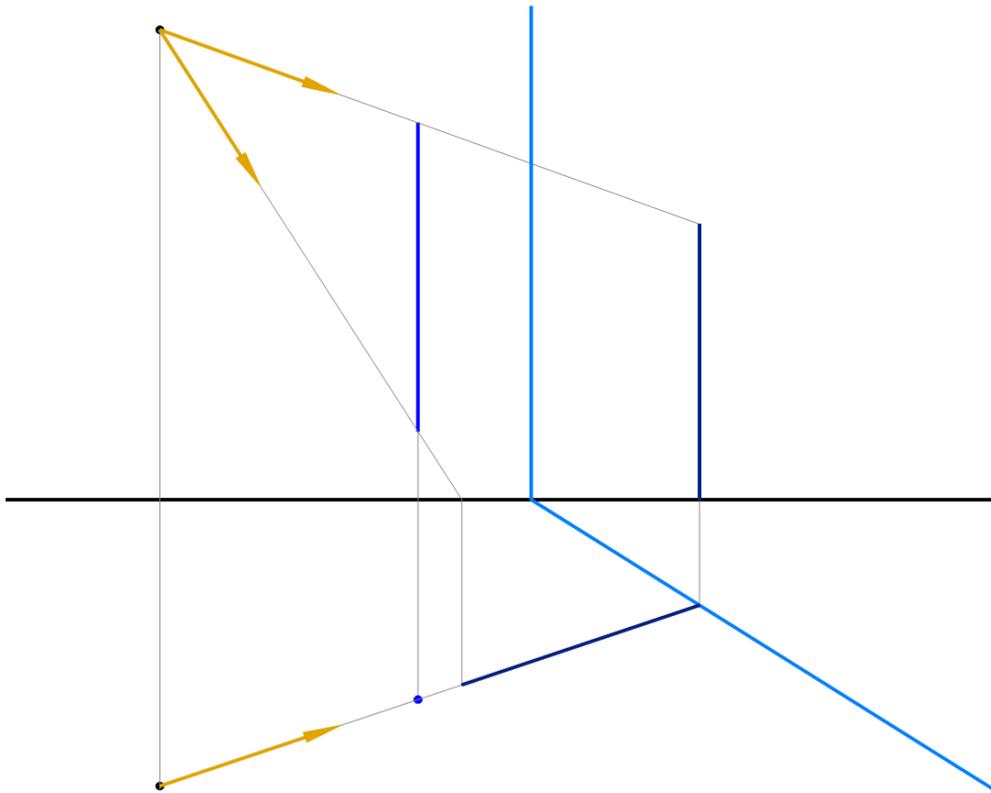
Le medesime conclusioni si possono determinare impostando una sezione del piano inclinato generata da un piano secante passante sempre per il punto B e ortogonale al piano verticale. Potremo verificare infatti che la sezione di tale piano passerà per medesimo punto b ombra portata dell'estremo B del segmento AB .



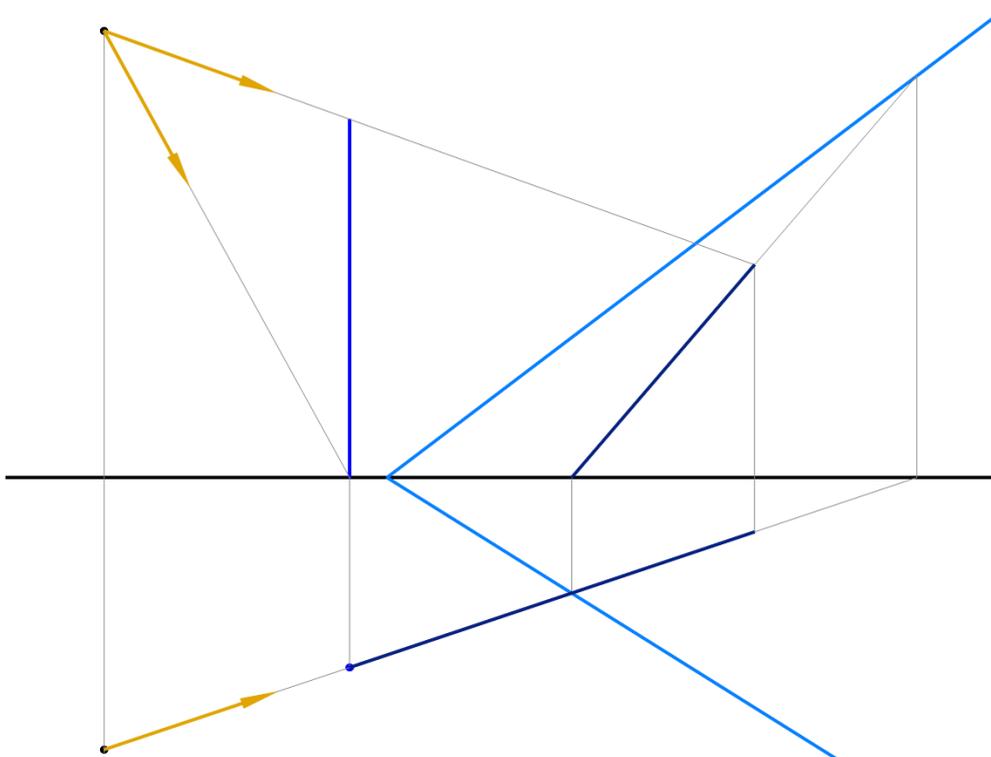
Ombra portata, da una fonte di luce naturale, di un segmento verticale sul piano orizzontale e su un piano ortogonale al piano orizzontale e inclinato rispetto al piano verticale



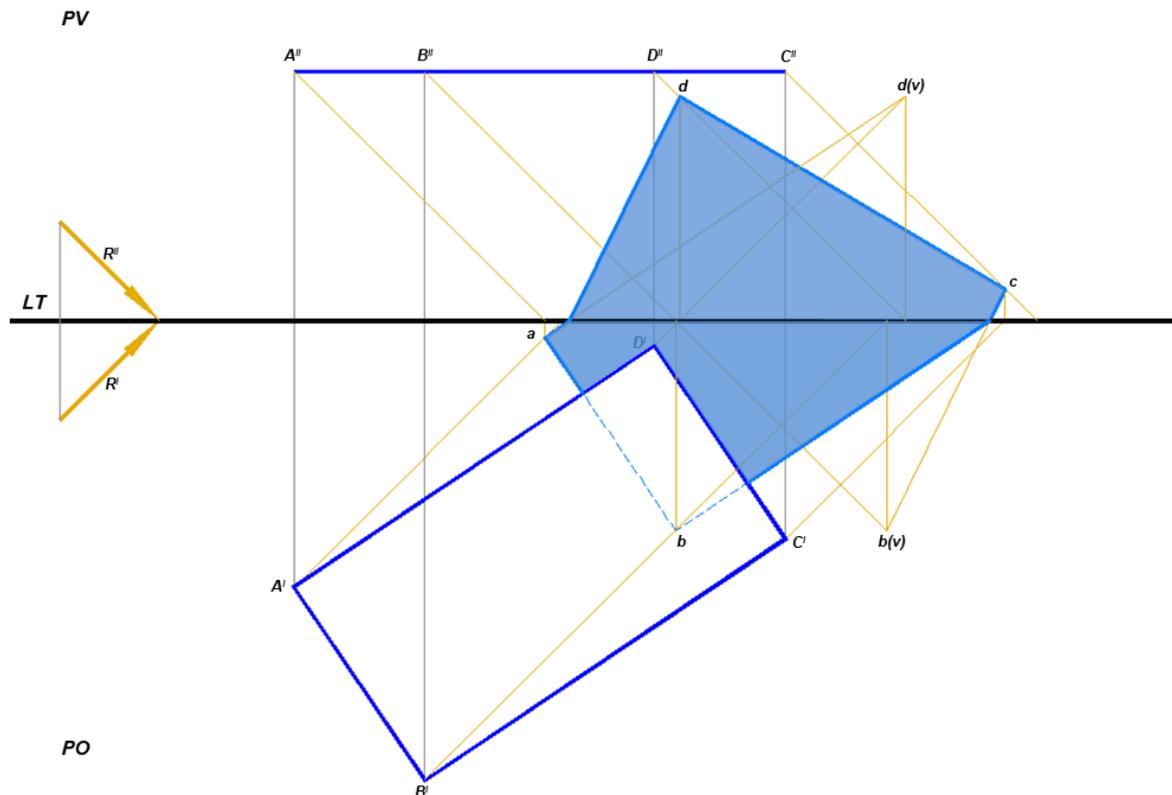
Ombra portata, da una fonte di luce naturale, di un segmento verticale sul piano orizzontale e su un piano inclinato ai piani orizzontale e verticale



Ombra portata, da una fonte di luce artificiale, di un segmento verticale sul piano orizzontale e su un piano ortogonale al piano orizzontale e inclinato rispetto al piano verticale



Ombra portata, da una fonte di luce artificiale, di un segmento verticale sul piano orizzontale e su un piano inclinato ai piani orizzontale e verticale



Ombra portata di un rettangolo parallelo al piano orizzontale

1 – Determinazione dell'ombra dei punti A, B, C e D

Dato il rettangolo ABCD parallelo al PO, impostare R^I e R^{II} rispettivamente proiezioni del raggio luminoso su PO e PV.

Tracciare: R^I per A^I e R^{II} per A^{II} ; il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^{II} con la linea di terra e determinare l'ombra «a» nell'intersezione con R^I passante per A^I .
 R^I per B^I e R^{II} per B^{II} ; il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^{II} con la linea di terra e determinare l'ombra «b» nell'intersezione con R^I passante per B^I .
 R^I per C^I e R^{II} per C^{II} ; il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^I con la linea di terra e determinare l'ombra «c» nell'intersezione con R^{II} passante per C^{II} .
 R^I per D^I e R^{II} per D^{II} ; il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^I con la linea di terra e determinare l'ombra «d» nell'intersezione con R^{II} passante per D^{II} .

2 – Determinazione dell'ombra del lato AB

Unire l'ombra a-b avendo cura di tratteggiare la parte nascosta dal rettangolo.

3 – Determinazione dell'ombra virtuale b(v).

Tracciare sulla LT, la perpendicolare per l'intersezione di R^I passante per B^I . Determinare b(v) nell'intersezione fra la perpendicolare e il prolungamento di R^{II} per B^{II} .

4 – Determinazione dell'ombra del lato BC

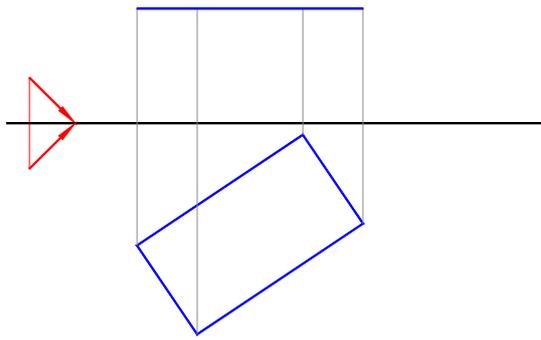
Unire b(v) appartenente all'estensione del PV con c appartenente al PV. Unire l'intersezione di c-b(v) con la LT, con b. Ripassare la porzione di c-b(v) sul PV.

5 – Determinazione dell'ombra del lato CD

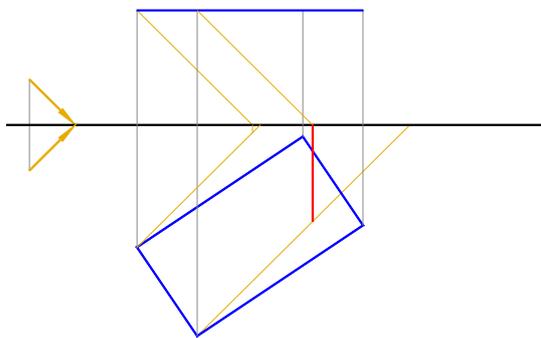
Unire l'ombra cd. Tracciare sulla LT, la perpendicolare per l'intersezione di R^{II} passante per D^{II} . Determinare d(v) nell'intersezione fra la perpendicolare e il prolungamento di R^I per D^I .

6 – Determinazione dell'ombra del lato AD

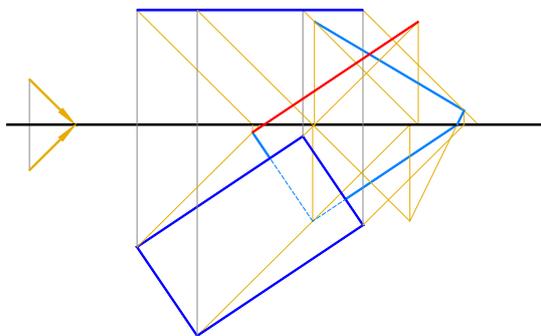
Unire d(v) con a sul PO. Unire l'intersezione di a-d(v) con la LT, con d. Ripassare la porzione di a-d(v) sul PO.



La costruzione dell'ombra di una figura piana si risolve, allo stesso modo dei casi riferiti ai segmenti, con la determinazione dell'ombra dei suoi punti notevoli rappresentati dai vertici della figura. Indipendentemente dalla direzione del raggio di luce, individuato dalle sue proiezioni R^I e R^{II} , rappresentate come frecce coincidenti sulla linea di terra, l'ombra portata di una figura piana parallela al piano orizzontale si proietterà su tale piano in vera forma e grandezza, con lati reali e le rispettive ombre paralleli fra loro.

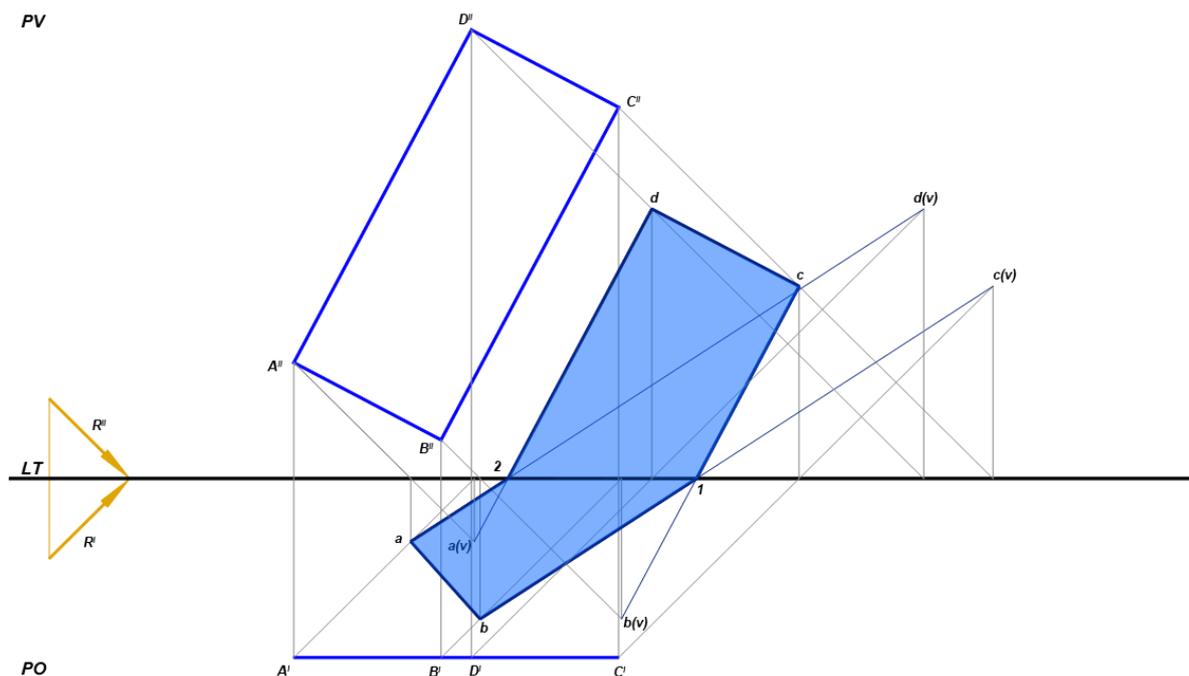


Procederemo quindi alla proiezione dell'ombra di tutti i punti costituenti la figura piana, in questo caso un rettangolo. La posizione dell'ombra di due punti sul piano orizzontale ci mette nella condizione di poter scegliere, analogamente a quanto eseguito per la determinazione dell'ombra dei segmenti, fra due opzioni operative. La prima consiste nell'applicare la condizione di parallelismo fra figura e piano orizzontale fino all'intersezione dei segmenti-ombra con la linea di terra e successivamente collegare tali intersezioni con l'ombra portata dei punti sul piano verticale.



Il secondo metodo consiste, in analogia a quanto messo in pratica per quanto riguarda i segmenti, nella individuazione delle ombre virtuali nell'estensione dei piani d'appartenenza. Si rimarca che è del tutto influente al fine della determinazione dell'ombra individuare l'ombra virtuale sull'estensione del piano orizzontale e in seguito collegare i punti ottenuti con l'ombra sul piano verticale o fare l'operazione opposta con il punto virtuale sull'estensione del piano verticale da unire poi con l'ombra sul piano orizzontale. Qualora come in questo caso la figura dovesse coprire in parte l'ombra portata della figura, si dovrà tratteggiare la parte del perimetro coperta oltre a non eseguire l'eventuale campitura dell'area interessata dalla sovrapposizione.

Quando l'ombra, per effetto della posizione dell'oggetto rispetto ai piani di proiezione si "spezza" nella linea di terra fra il piano orizzontale e il piano verticale, si deve ricorrere alla determinazione dell'ombra denominata "virtuale", sull'estensione dei due piani di proiezione. Le due ombre, opportunamente proiettate si intercetteranno sulla linea di terra.



Ombra portata di un rettangolo parallelo al piano verticale

1 – Doppia proiezione del rettangolo e impostazione delle proiezioni del raggio di luce

Dato il rettangolo ABCD parallelo al PV, impostare R^I e R^{II} rispettivamente proiezioni del raggio luminoso su PO e PV.

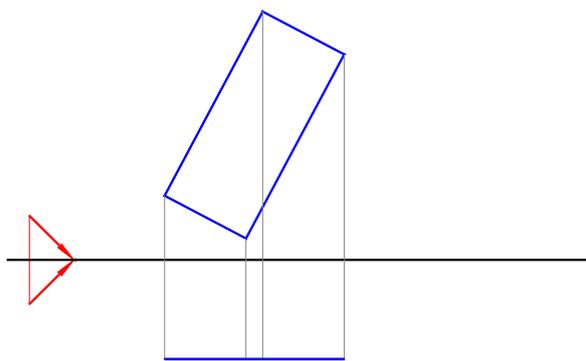
2 – Determinazione dell'ombra dei punti A, B, C e D

Tracciare:

- R^I per A^I e R^{II} per A^{II} .
- il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^{II} con la linea di terra e determinare l'ombra "a" nell'intersezione con R^I passante per A^I .
- R^I per B^I e R^{II} per B^{II} .
- il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^{II} con la linea di terra e determinare l'ombra "b" nell'intersezione con R^I passante per B^I .

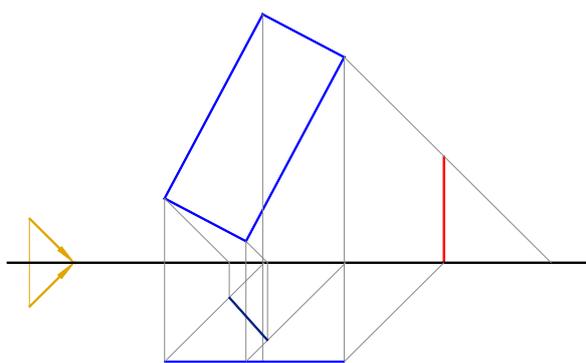
3 – Determinazione delle ombre dei lati AB, BC, CD e DA

Unire a-b, sul PO, ombra portata del lato AB. Tracciare R^I per C^I . Tracciare R^{II} per C^{II} . Tracciare il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^I con la linea di terra e determinare l'ombra 'c' nell'intersezione con R^{II} passante per C^{II} . C: Tracciare sul PV il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^{II} con la linea di terra. Prolungare sul PV, R^I per C^I e individuare $c(v)$ ombra virtuale di C sul PO. Unire l'ombra portata sul PO b-c(v) rimarcandola fino all'intersezione 1 sulla linea di terra. B: Tracciare sul PO il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^I con la linea di terra. Prolungare sul PO, R^{II} per B^{II} e individuare $b(v)$ ombra virtuale di B sul PV. Unire l'ombra portata sul PV c-b(v) rimarcandola fino all'intersezione 1 sulla linea di terra. Ombra portata del lato AB: b-1-c. Tracciare R^I per D^I . Tracciare R^{II} per D^{II} . Tracciare il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^I con la linea di terra e determinare l'ombra 'd' nell'intersezione con R^{II} passante per D^{II} . Unire c-d, sul PV, ombra portata del lato CD. D: Tracciare sul PV il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^{II} con la linea di terra. Prolungare sul PV, R^I per D^I e individuare $d(v)$ ombra virtuale di D sul PO. Unire l'ombra portata sul PO a-d(v) rimarcandola fino all'intersezione 2 sulla linea di terra. A: Tracciare sul PO il raggio ortogonale passante per l'intersezione di R^I con la linea di terra. Prolungare sul PO, R^{II} per A^{II} e individuare $a(v)$ ombra virtuale di A sul PV. Unire l'ombra portata sul PV d-a(v) rimarcandola fino all'intersezione 2 sulla linea di terra. Ombra portata del lato AD: a-2-d. Campire l'area delimitata dai punti: a, b, 1, c, d, 2.

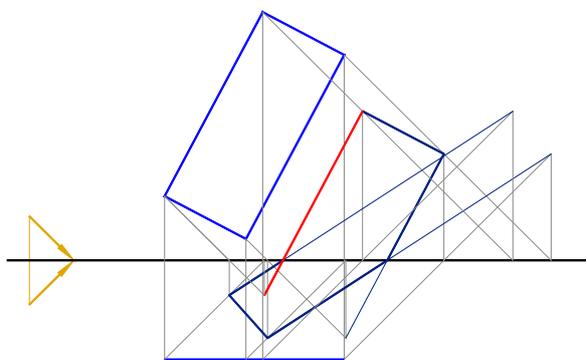


Il rettangolo del quale si vuole determinare l'ombra portata è parallelo al piano verticale. Le due proiezioni dei raggi di luce sui piani orizzontale e verticale si incontrano in un punto della linea di terra formando su di essa angoli di 45° . Questa inclinazione presuppone la fonte di luce avente origine impropria, con tutti i raggi fra loro paralleli, e con direzione corrispondente alla diagonale di un cubo.

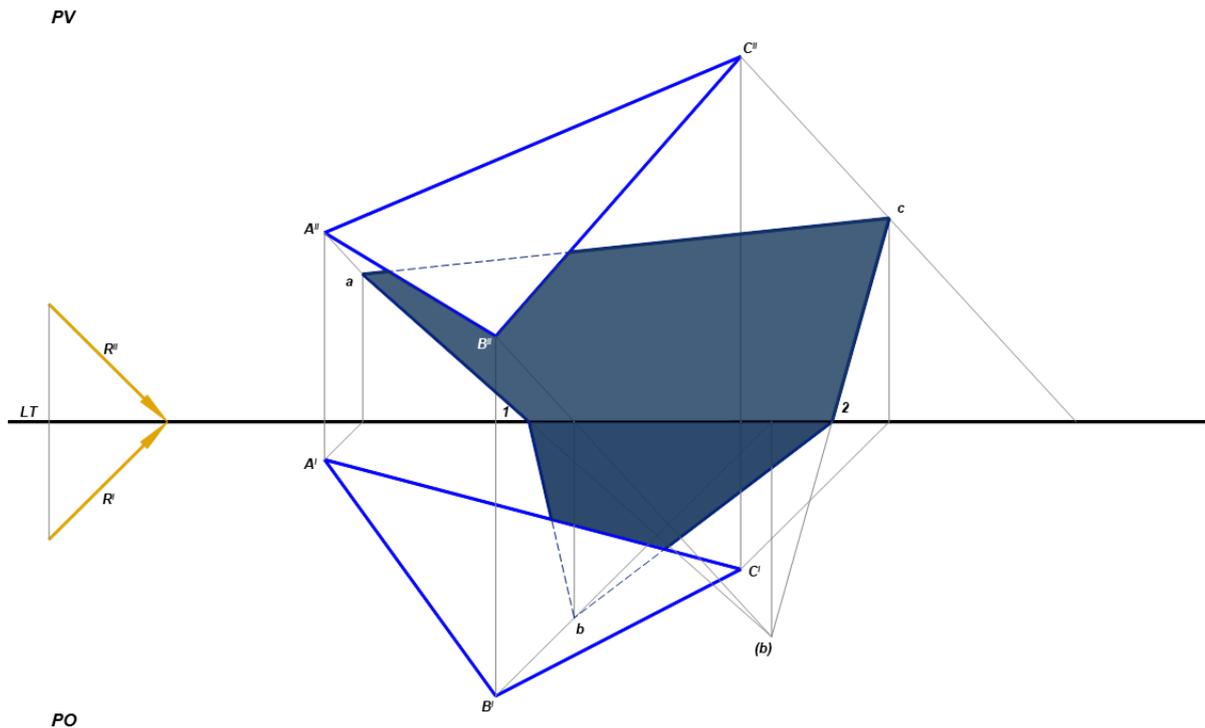
L'esempio, analogo al precedente, si può risolvere tenendo conto della condizione di parallelismo della figura rispetto al piano verticale oppure determinando l'ombra virtuale dei punti sui piani principali. Dopo avere tracciato e unito l'ombra dei vertici del rettangolo sul piano orizzontale si procede alla individuazione dell'ombra dei punti sul piano verticale.



Proiettiamo l'ombra portata del rettangolo sul piano verticale in vera forma e grandezza, con i lati e le rispettive ombre paralleli fra loro. Si potrebbero a questo punto unire le intersezioni dell'ombra con la linea di terra e poi unire con l'ombra dei punti rilevati sul piano orizzontale. Possiamo altresì operare determinando le ombre virtuali sull'estensione dei piani principali, in perfetta analogia con il procedimento esposto nell'esempio precedente. I due metodi, del parallelismo e dei punti virtuali, possono essere integrati nel procedimento al fine di rendere più chiari i passaggi esecutivi e per confermarne la correttezza metodologica.



La rappresentazione delle ombre all'interno dei sistemi della geometria descrittiva, consente di determinare e mettere in relazione le ombre con le proprietà geometriche e dimensionali degli oggetti. Possiamo definire la teoria delle ombre come un sistema proiettivo non autonomo, che si innesta nei diversi metodi della geometria descrittiva. Così come un'ombra non può che avere origine da un oggetto, e aggiungiamo da un contesto, così la "rappresentazione" dell'ombra non può prescindere dalla "rappresentazione" dell'oggetto. Inoltre la teoria delle ombre utilizza gli stessi procedimenti dei metodi proiettivi della geometria descrittiva, primo fra tutti quello della proiezione e sezione. Si configurano quindi, all'interno dello stesso sistema, due metodi proiettivi distinti e complementari, poiché al variare dell'uno corrisponde la variazione dell'altro.



Ombra portata di un triangolo scaleno genericamente inclinato

1 – Impostazione dei raggi di luce

Tracciare la linea di terra LT e individuare PO e PV. Impostare le proiezioni del raggio di luce: R^I sul PO; R^{II} sul PV;

2 – Proiezione su PO e PV del triangolo ABC

Proiettare in posizione generica sul Piano Orizzontale: AB – BC – CA. Proiettare ad altezza generica sul Piano Verticale: A – B – C. Unire: AB – BC – CA. Completamento della doppia proiezione.

3 – Determinazione dell'ombra del punto A

Tracciare R^I passante per A^I e R^{II} passante per A^{II} . Dall'intersezione di R^I passante per A^I con la LT, tracciare il raggio verticale fino a determinare in R^{II} passante per A^{II} , l'ombra a.

4 – Determinazione dell'ombra del punto B

Tracciare: R^I passante per B^I , R^{II} passante per B^{II} . Dall'intersezione di R^{II} passante per B^{II} con la LT il raggio verticale fino a determinare in R^I passante per B^I , l'ombra b.

5 – Determinazione dell'ombra del punto C

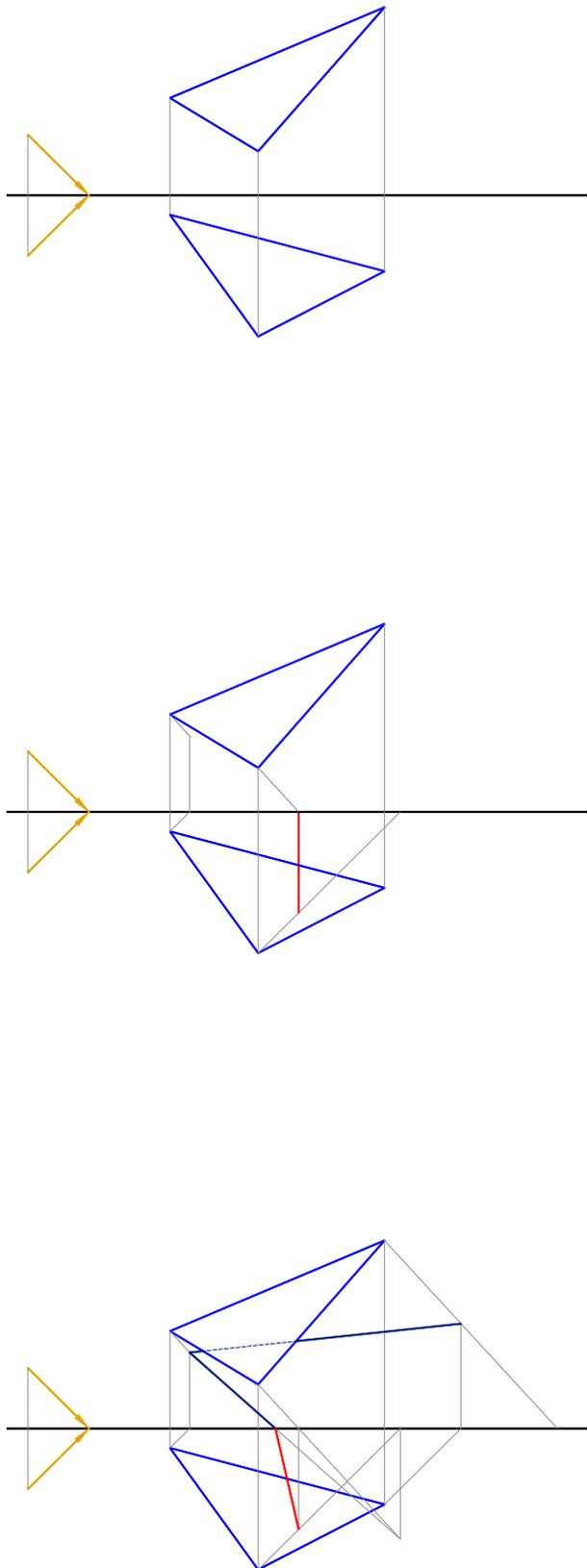
Tracciare: R^I passante per C^I , R^{II} passante per C^{II} . Dall'intersezione di R^I passante per C^I con la LT il raggio verticale fino a determinare in R^{II} passante per C^{II} , l'ombra c.

6 – Determinazione dell'ombra virtuale del punto B

Tracciare nell'intersezione di R^I passante per B^I con la LT il raggio verticale sul PO. Prolungare R^{II} passante per B^{II} fino ad intercettare nel raggio verticale (b), ombra virtuale del punto B.

7 – Ombra portata del triangolo ABC

Unire a con c sul PV e ripassare avendo cura di tratteggiare la parte coperta dal triangolo. Unire a con (b) individuando il punto 1 sulla LT. Unire 1 con b e ripassare avendo cura di tratteggiare la parte coperta dal triangolo. Unire c con (b) individuando il punto 2 sulla LT. Unire 2 con b e ripassare avendo cura di tratteggiare la parte coperta dal triangolo. Completare con la campitura dell'ombra portata su PO e PV.



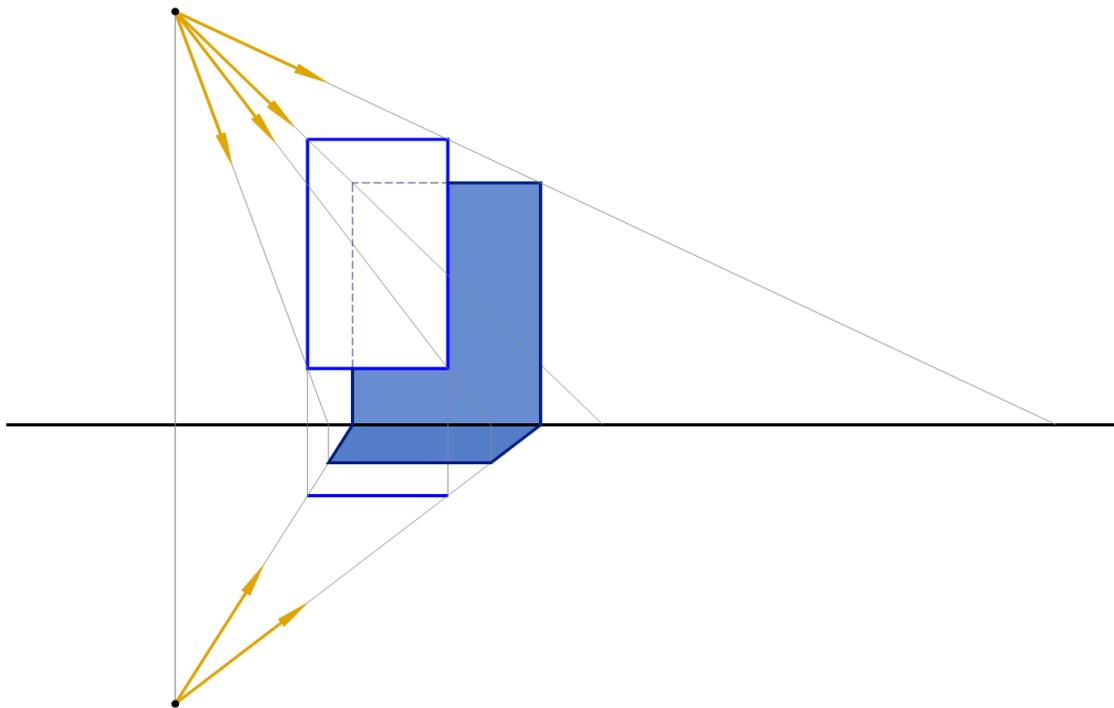
La proiezione dell'ombra portata di una figura piana, in questo caso il triangolo scaleno ABC, inclinata rispetto ai piani principali presenta alcune peculiarità che è bene mettere subito in evidenza. Poiché nessun lato del triangolo si presenta in condizione di parallelismo rispetto ai piani principali la loro ombra portata dovrà essere determinata esclusivamente attraverso la rappresentazione dell'ombra dei singoli punti e del loro successivo collegamento. Qualora l'ombra degli estremi di un lato dovessero trovarsi su piani diversi, uno sul piano orizzontale e l'altro sul piano verticale, si farà ricorso alla proiezione dell'ombra dei punti virtuali, ovvero dell'ombra proiettata sull'estensione dei piani di proiezione.

Si procede quindi dopo avere rappresentato il triangolo ABC sui piani orizzontale e verticale a definire la direzione delle proiezioni del raggio di luce R^I sul PO e R^{II} sul PV.

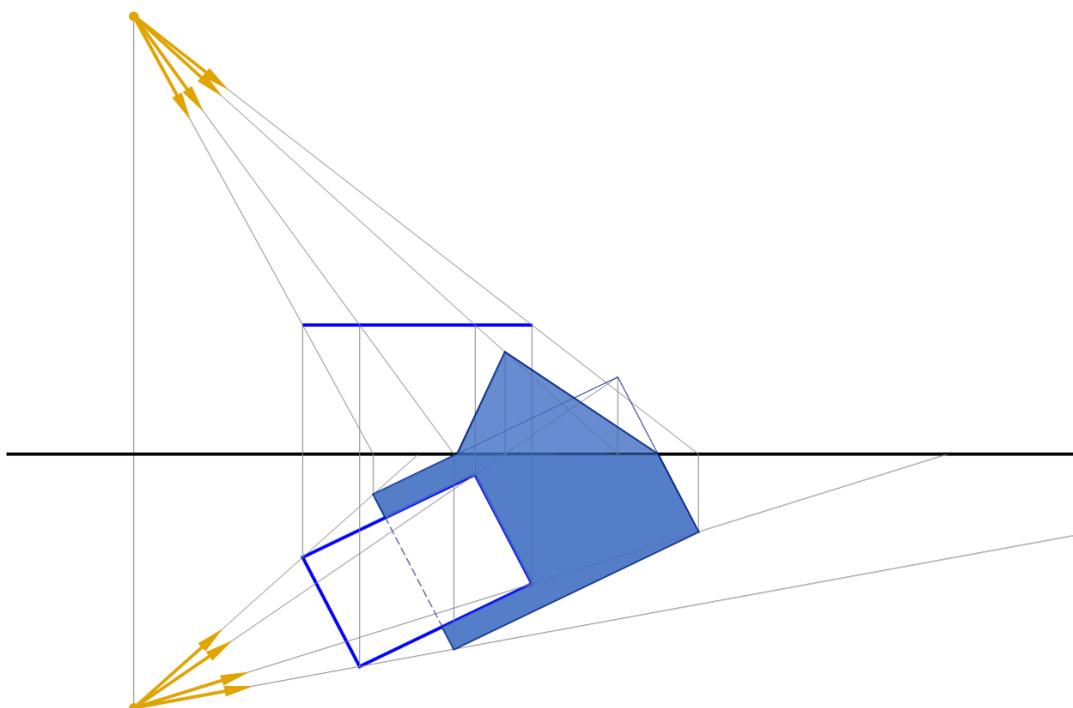
Sapendo che l'ombra portata dei punti si trova nell'intersezione fra le proiezioni dei raggi luminosi passanti per i rispettivi punti, si determinano le ombre portate a, b, c, dei punti A, B e C. Si rileva a questo punto che mentre le ombre di A e C si trovano sul piano verticale e quindi posso essere unite a determinare l'ombra del corrispondente lato, l'ombra dell'estremo B si trova sul piano orizzontale e non può di conseguenza essere immediatamente unito con a e b in quanto, come detto, non si trovano sullo stesso piano di proiezione. Si rende necessario a questo punto la determinazione dell'ombra portata del punto B sull'estensione del piano verticale e il collegamento di quest'ultimo con le ombre dei punti A e C sul piano verticale. La porzione di tali direzioni sul piano verticale determina l'ombra portata del triangolo sul piano verticale mentre le intersezioni sulla linea di terra unite con l'ombra reale del punto B sul piano orizzontale completa l'ombra portata sul primo piano di proiezione. A titolo esclusivamente teorico si sottolinea che si sarebbe arrivati alle stesse determinazioni se al posto dell'ombra virtuale del punto b sull'estensione del piano verticale si fosse proceduto ad analogo metodo determinando l'ombra virtuale dei punti A e C sull'estensione del piano orizzontale per poi unire tali punti con l'ombra reale di B.

Ricordiamo di non campire le parti nascoste dell'ombra portata sovrapposte, nella rappresentazione grafica, con la proiezione del triangolo.

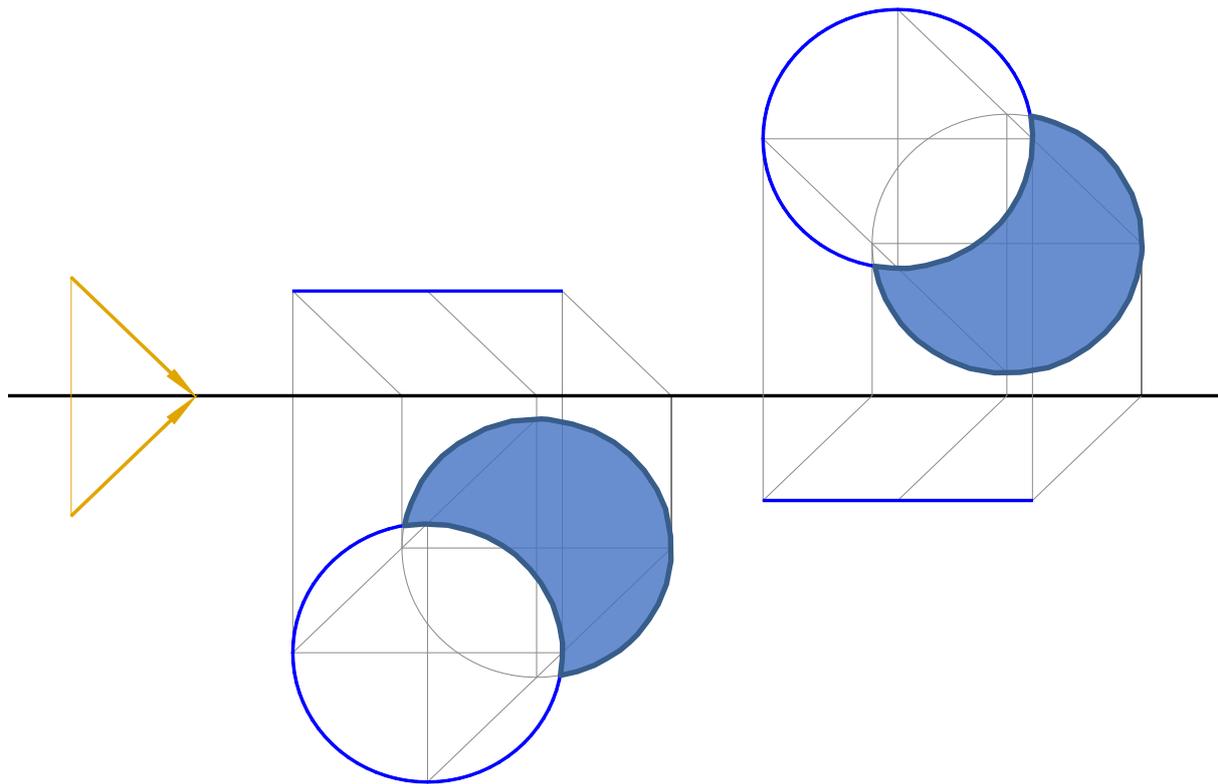
Teoria delle ombre | Proiezioni Ortogonali | Figure piane | Approfondimenti



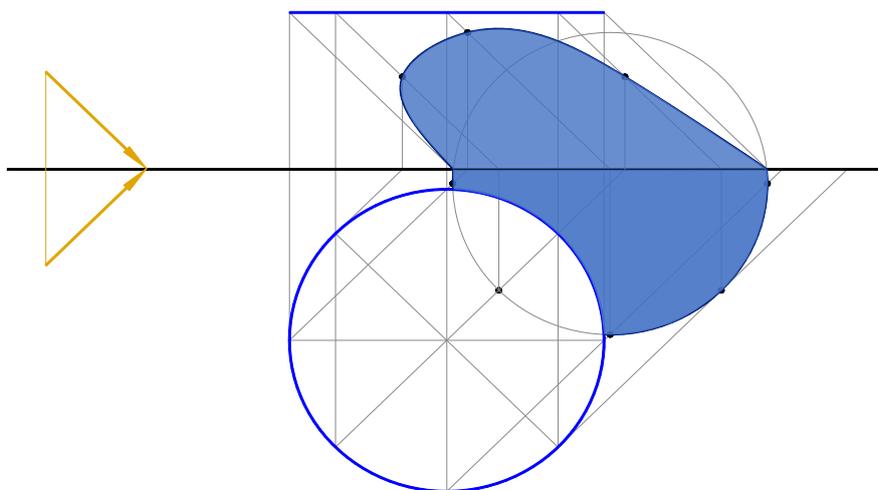
Ombra di un rettangolo in proiezione ortogonale parallelo al piano verticale, determinata da una fonte di luce artificiale. L'ombra portata sul piano verticale mantiene la condizione di parallelismo con il rettangolo.



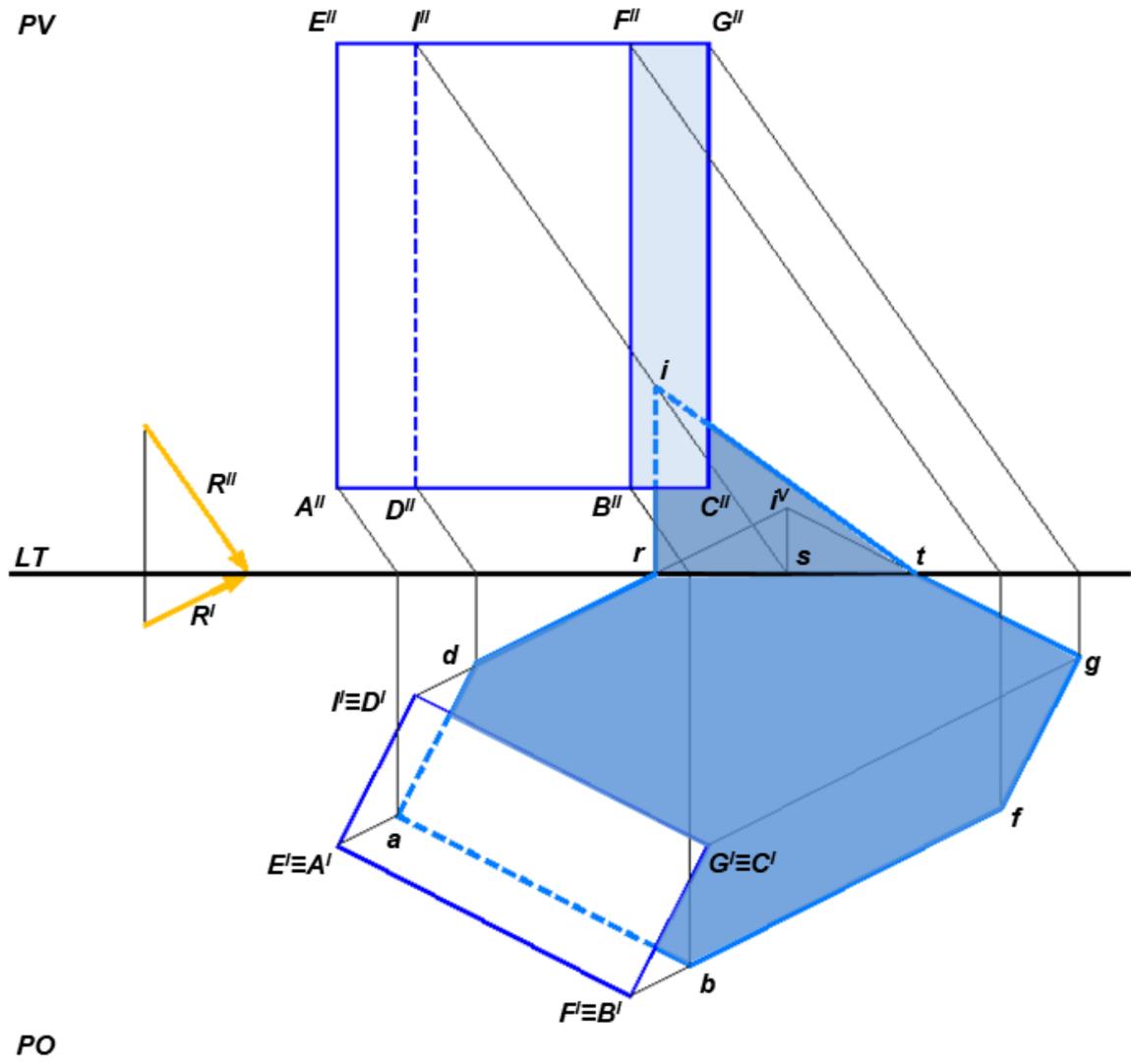
Ombra di un rettangolo in proiezione ortogonale parallelo al piano orizzontale, determinata da una fonte di luce artificiale. L'ombra portata sul piano orizzontale mantiene la condizione di parallelismo con il rettangolo.



Ombra portata di due cerchi in proiezione ortogonale determinate da una fonte di luce naturale. Il primo parallelo al piano orizzontale e il secondo parallelo al piano verticale. La condizione di parallelismo e la distanza dai piani di proiezione determina ombre portate congruenti alle figure.



Ombra portata in proiezione ortogonale di un cerchio parallelo al piano orizzontale, determinata da una fonte di luce naturale. Per la particolare posizione della figura l'ombra risulta spezzata fra piano orizzontale e verticale





Ombra propria e portata di un parallelepipedo con asse ortogonale al piano orizzontale

1 – Proiezione del solido

Rappresentare la prima proiezione sul PO ruotando la base rispetto alla LT dell'angolo generico α e successivamente proiettare $E' \equiv A'$, $I' \equiv D'$, $F' \equiv B'$, $G' \equiv C'$ ortogonalmente al PV. Sul PV stacciamo il solido dal PO tracciando una retta parallela alla LT alla distanza k , e determinare i punti ABCD della base inferiore del solido.

Dato h altezza del solido, tracciare una retta parallela alla LT alla distanza $k + h$, e determinare i punti EFGI della base superiore del solido.

2 – Completamento proiezione

Tracciare, sul PV, le parti a vista della figura con segno di linea continua. Tracciare, sul PV, le parti nascoste della figura con segno di linea tratteggiata.

3 – Il raggio di luce

Impostare la direzione del raggio di luce R , rappresentando le proiezioni R^I e R^{II} .

4 – La separatrice d'ombra propria

Individuare sul parallelepipedo i punti della separatrice d'ombra: A-B-F-G-I-D.

5 – Ombra dei punti della separatrice.

Proiettare:

- R^I passante per A' e R^{II} passante per A'' .
- l'intersezione di R^{II} con la LT ortogonalmente fino ad intercettare R^I passante per A' nel punto a , ombra portata del punto A.
- R^I passante per B' e R^{II} passante per B'' .
- l'intersezione di R^{II} con la LT ortogonalmente fino ad intercettare R^I passante per B' nel punto b , ombra portata del punto B.
- R^I passante per F' e R^{II} passante per F'' .
- l'intersezione di R^{II} con la LT ortogonalmente fino ad intercettare R^I passante per F' nel punto f ombra portata del punto F.
- R^I passante per G' e R^{II} passante per G'' .
- l'intersezione di R^{II} con la LT ortogonalmente fino ad intercettare R^I passante per G' nel punto g ombra portata del punto G.
- R^I passante per I' e R^{II} passante per I'' .
- l'intersezione di R^I con la LT ortogonalmente fino ad intercettare R^{II} passante per I'' nel punto i , ombra portata del punto I.
- R^I passante per D' e R^{II} passante per D'' .
- l'intersezione di R^I con la LT ortogonalmente fino ad intercettare R^I passante per D' nel punto d'ombra portata del punto D.

6 – Ombra virtuale del punto I

Proiettare R^{II} passante per I'' e determinare sulla LT il punto s . Tracciare la perpendicolare passante per s e determinare I^V nell'intersezione con il prolungamento di R^I passante per I' .

7 – Ombra di IG

Unire g con i^V e determinare il punto t sulla LT. Unire t con i .

8 – Contorno dell'ombra portata

Unire a - b - f - g - t . Unire t con i tenendo opportunamente conto della parte nascosta dell'ombra dietro la figura (in particolare l'ombra del punto I). Unire r con d . Unire d con a considerando che l'ombra del punto A è coperta dal solido.

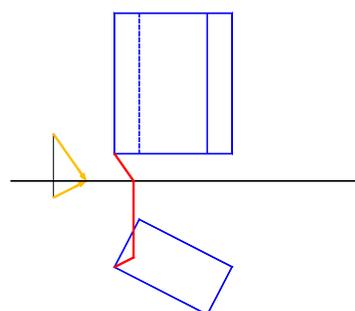
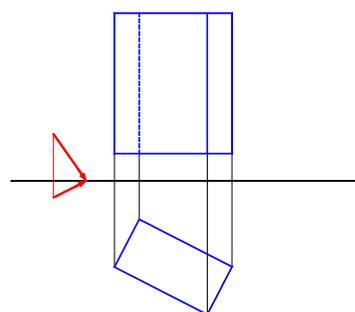
9 – Campitura

Campire il contorno dell'ombra propria del solido. Campire l'area delimitata dal contorno dell'ombra portata solo nelle parti a vista.

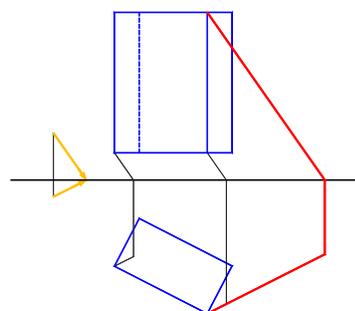
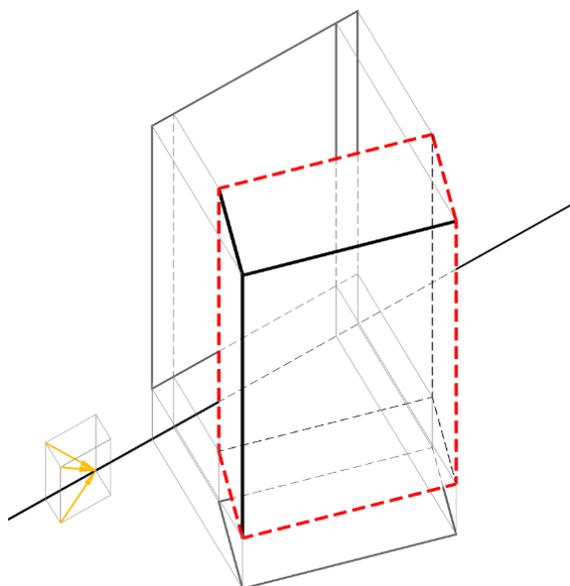
Determiniamo le ombre, propria e portata, del parallelepipedo con asse ortogonale al piano orizzontale rappresentando le proiezioni prima e seconda del raggio di luce, coincidenti in un punto della linea di terra. Poiché le proiezioni del raggio corrispondono ad un ipotetico raggio del sole, e non essendoci vincoli particolari da rispettare, stabiliamone le direzioni in funzione del risultato finale che vogliamo ottenere. Dalla direzione consegue, attraverso l'individuazione delle facce direttamente toccate dai raggi di luce, la determinazione sul profilo esterno della figura, della separatrice d'ombra propria, ovvero la spezzata sghemba che separa facce illuminate da facce in ombra propria. La proiezione della separatrice dal centro di proiezione rappresentato dalla fonte di luce, determina su un altro piano o oggetto l'ombra portata.

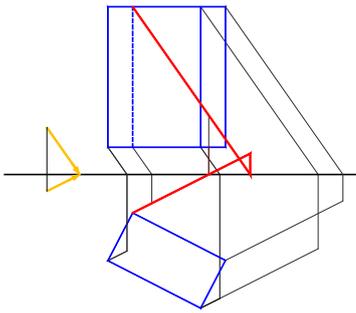
Proiettiamo il primo punto della separatrice d'ombra propria che nel nostro caso cade sul piano orizzontale, tracciando le direzioni delle proiezioni del raggio passante per le rispettive proiezioni del punto. Determiniamo l'ombra del punto proiettando ortogonalmente l'intersezione della proiezione del raggio con la linea di terra passante per il punto ad essa più vicino, sul piano verticale, fino ad intercettare l'altra proiezione del raggio sul piano orizzontale.

Procediamo determinando l'ombra del successivo punto della separatrice d'ombra propria. La direzione dell'ombra portata che gli spigoli verticali proiettano sul piano orizzontale, è uguale alla direzione R' e corrisponde all'intersezione del piano di luce passante per lo spigolo verticale con il piano dove si concretizza l'ombra, ovvero il piano orizzontale.



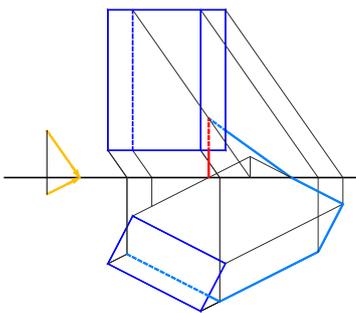
Visualizzazione tridimensionale della separatrice d'ombra propria



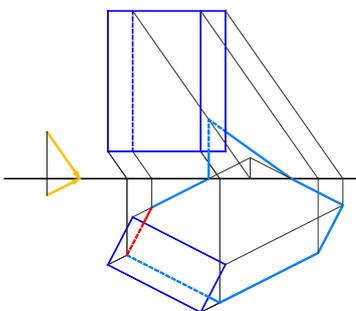


Nell'esempio in oggetto, possiamo determinare l'ombra portata del solido applicando diverse opzioni operative: 1) condizione di parallelismo degli spigoli della base inferiore con il piano orizzontale, 2) direzione di R' degli spigoli perpendicolari sul piano orizzontale, 3) condizione di parallelismo con il piano verticale degli stessi spigoli perpendicolari al piano orizzontale, 4) individuazione dell'ombra virtuale sull'estensione dei piani di proiezione.

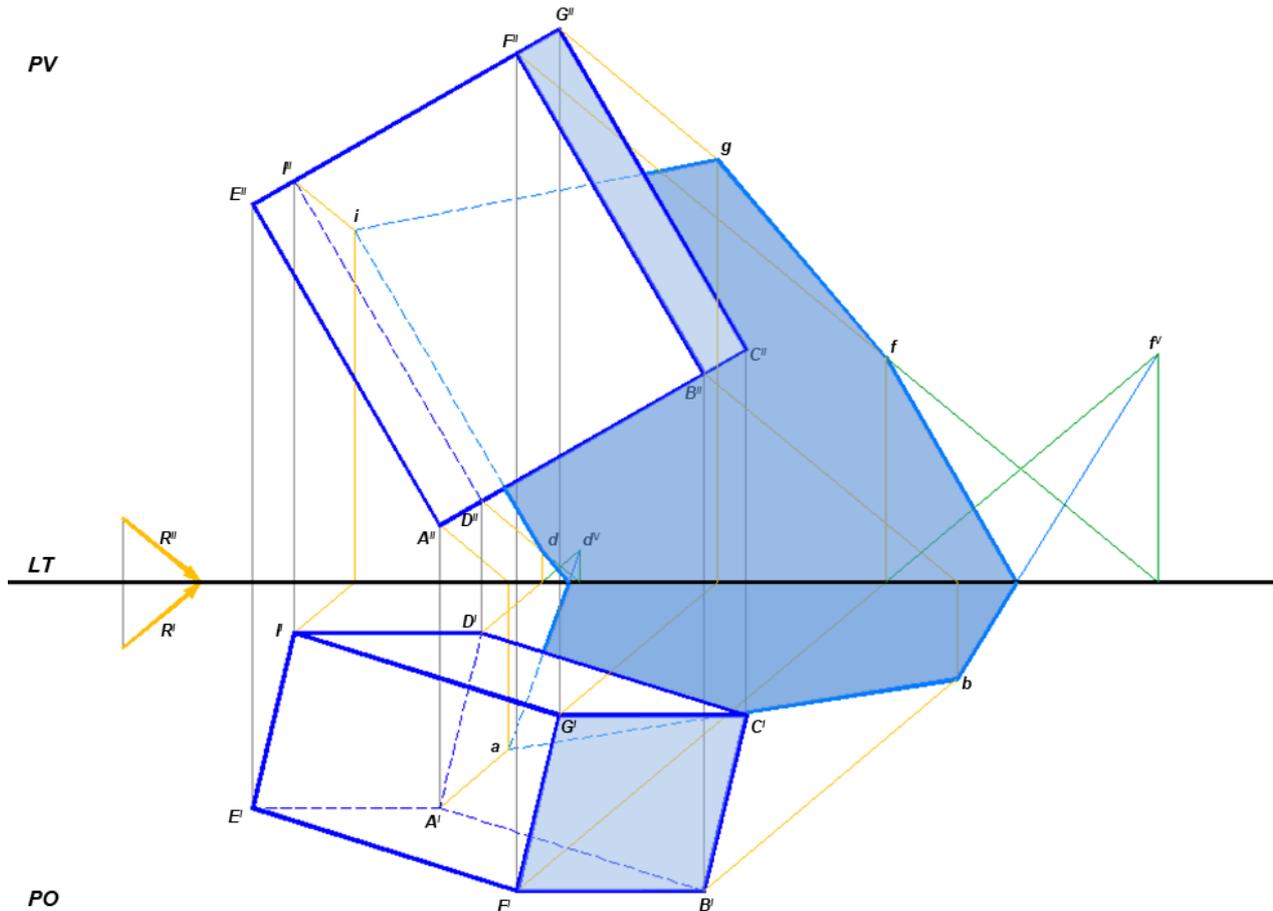
L'unico vertice che proietta la sua ombra sul piano verticale è il punto I (i). Possiamo unire l'ombra sul piano orizzontale fino alle intersezioni con la linea di terra e in seguito unire con l'ombra portata "i" sul piano verticale. La correttezza metodologica di tale procedimento trova la sua conferma nella rappresentazione dell'ombra sul piano verticale determinata dall'applicazione del parallelismo degli spigoli ortogonali al piano orizzontale con il piano verticale. Altra opzione, più articolata dal punto di vista della complessità operativa rispetto all'applicazione della condizione di parallelismo, è la determinazione dell'ombra virtuale del punto "I" (i^v) e il successivo congiungimento con i punti-ombra della separatrice sul piano orizzontale. Le intersezioni con la linea di terra di queste due direzioni sull'estensione del piano orizzontale, si dovranno unire con l'ombra portata del punto I sul piano verticale.



Dopo avere completato il contorno dell'ombra portata corrispondente all'ombra della separatrice d'ombra propria, si procede alla campitura delle superfici tenendo conto che la faccia BCGF del solido, in condizione d'ombra propria dovrà essere rappresentata per mezzo di una trama di tonalità più chiara (circa la metà) rispetto alla tonalità più scura dell'ombra portata. Le parti di ombra portata sovrapposte alle proiezioni della figura essendo nascoste non dovranno essere rappresentate.



Nella proiezione ortogonale la definizione della separatrice d'ombra propria, può comportare una certa difficoltà per quanto riguarda la sua individuazione. Dato l'elevato coefficiente di astrazione e la non riconducibilità ad una situazione proiettiva assimilabile alla visione reale si consiglia per l'individuazione della separatrice di avvalersi di schemi grafici tridimensionali.



Ombra propria e portata di un parallelepipedo con asse inclinato rispetto al piano orizzontale e parallelo al piano verticale.

1 – Impostazione della figura e dei raggi luminosi

Proiettare un parallelepipedo inclinato al PO e con gli spigoli laterali paralleli al PV. Impostare la direzione del raggio di luce R, rappresentando le proiezioni R^I e R^{II}.

2 – Impostazione della separatrice d'ombra propria

Individuare sul parallelepipedo i punti della separatrice d'ombra propria: A-B-F-G-I-D.

3 – Determinazione dell'ombra della separatrice

Trovare l'ombra dei punti nell'intersezione fra R^I passante per la prima proiezione e R^{II} passante per la seconda proiezione. Completamento dell'ombra dei singoli punti su PO e PV.

4 – Determinare l'ombra virtuale del punto F (f^V) sull'estensione del PO

Prolungare R^I. Prolungare R^{II} fino ad intercettare la LT nel punto 1. L'intersezione della verticale passante per 1 con il prolungamento di R^I determina l'ombra virtuale f^V.

5 – Determinare l'ombra virtuale del punto D (d^V) sull'estensione del PO

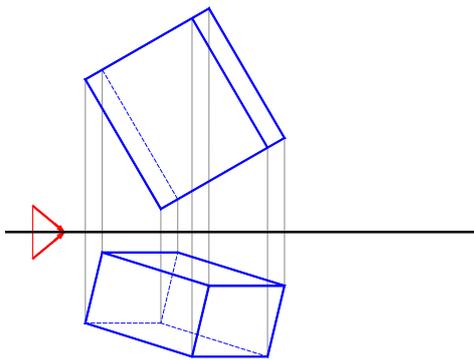
Prolungare R^I. Prolungare R^{II} fino ad intercettare la LT nel punto 2. L'intersezione della verticale passante per 2 con il prolungamento di R^I determina l'ombra virtuale d^V.

6 – Determinare il contorno dell'ombra portata

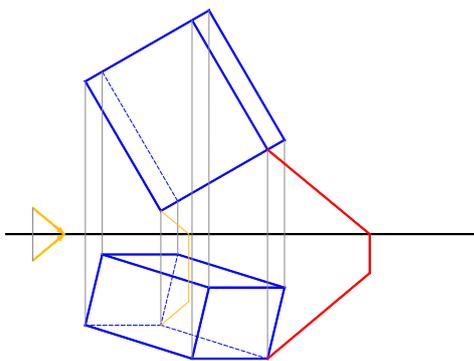
Unire in sequenza i punti d'ombra della separatrice così come evidenziato nello schema. Completamento del contorno dell'ombra portata.

7 – Campitura

Campire con tonalità intermedia la parte in ombra propria sul PO e sul PV. Campire con tonalità più scura la parte in ombra portata sul PO e sul PV.

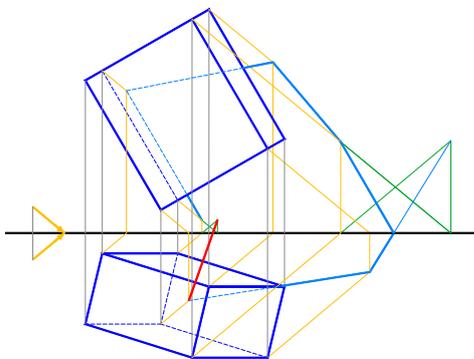


Per determinare l'ombra del parallelepipedo in oggetto, inclinato rispetto al piano orizzontale, si deve dopo avere impostato le direzioni delle proiezioni del raggio di luce coincidenti in un punto della linea di terra, individuare all'interno del solido le parti illuminate, ovvero direttamente colpite dai raggi luminosi e le parti nascoste rispetto alla fonte luminosa in condizione d'ombra propria. Individuiamo sul profilo esterno del solido la separatrice d'ombra propria, ovvero la spezzata continua sghemba che separa parti illuminate da parti in ombra propria.



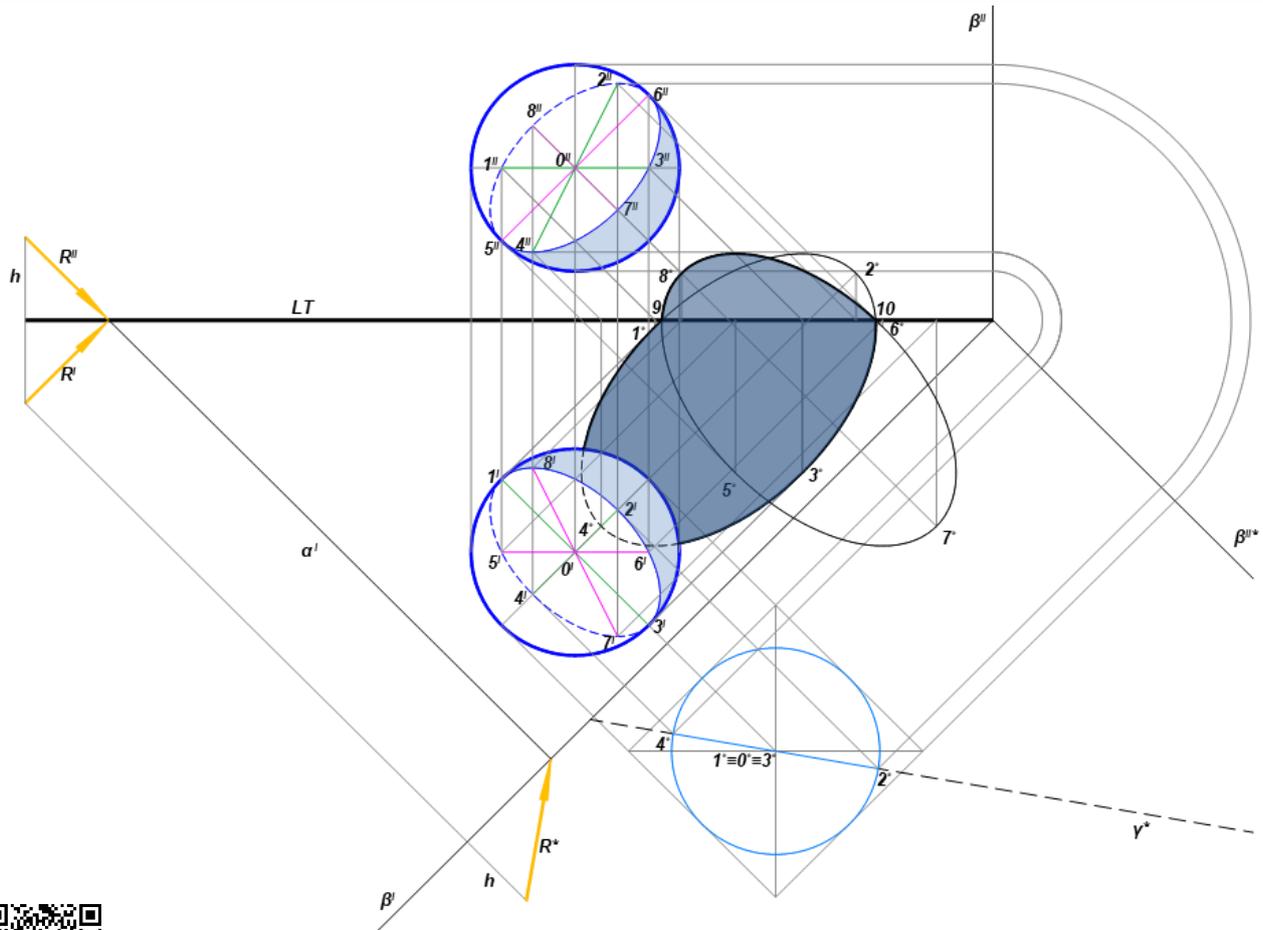
Possiamo considerare la separatrice d'ombra propria come il contorno dell'immagine del solido proiettata dal punto della fonte di luce. A sua volta il fascio di luce passante per la separatrice si interrompe sul piano di proiezione o su altro solido determinando il contorno dell'ombra portata.

Queste poche considerazioni evidenziano il forte legame proiettivo che intercorre fra separatrice d'ombra propria e contorno dell'ombra portata.



Dall'analisi della forma del parallelepipedo e dalla posizione rispetto ai piani di proiezione, si evince che possiamo applicare la condizione di parallelismo solamente per gli spigoli verticali del solido mentre tutte le altre parti saranno inclinate rispetto ai piani di proiezione. Procederemo quindi all'individuazione dell'ombra di tutti i punti costituenti la separatrice d'ombra propria. I punti appartenenti allo stesso piano di proiezione saranno quindi uniti secondo la sequenza all'interno della separatrice. Per i segmenti i cui estremi si dovessero trovare su piani differenti, determineremo i segmenti-ombra attraverso l'individuazione dei punti virtuali sull'estensione del piano dove si proietta l'ombra. Completato il contorno dell'ombra portata si procede alla campitura delle superfici ricordando che le facce in condizione d'ombra propria dovranno essere rappresentate per mezzo di una trama più chiara rispetto alla tonalità più scura dell'ombra portata.

Esistono due tipologie di fonti di luce: 1) Fonte di luce naturale a distanza infinita, equiparabile alla luce del sole i cui raggi per effetto della lunga distanza da cui provengono possono considerarsi fra loro paralleli. 2) Fonte di luce artificiale, assimilabile alla luce di una lampada, misurabile rispetto al quadro e con i raggi convergenti nel punto di luce.



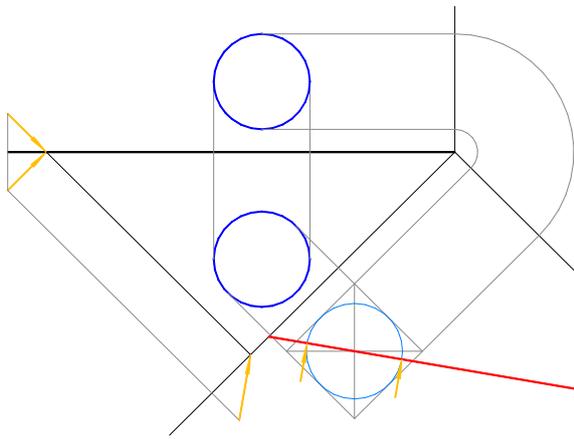
Ombra propria e portata di una sfera sul piano orizzontale e sul piano verticale

1 – Determinazione della separatrice d'ombra propria.

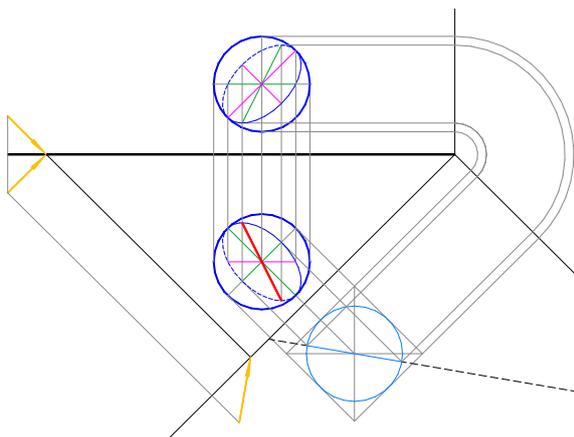
Data la doppia proiezione della sfera, impostare la direzione delle proiezioni R^I e R^{II} dei raggi di luce. Tracciare α^I traccia del piano α ortogonale a R . Tracciare β^I traccia del piano ortogonale al piano α e al PO. Proiettare R^I su β^I . Riportando la quota h determinare R^* proiezione di R sul piano β ribaltato sul PO. Tracciare β^{II*} ortogonale a β^I . Tracciare β^{II} ortogonale alla LT. Proiettare la sfera dal PO su β , ortogonalmente a β^I . Proiettare la sfera dal PV ortogonalmente a β^{II} e riportare sul ribaltamento di β . Tracciare le diagonali del quadrato su cui inscrivere la proiezione della sfera su β . Tracciare su β , la retta ortogonale a R^* , passante per il centro della sfera e individuare i punti 1, 0, 3, 4 e 2 della separatrice d'ombra propria. Tracciare il diametro della sfera parallelo a β^I . Proiettare il diametro 1^*-3^* sul PO ortogonalmente a R^I . Proiettare sul PO i punti 2^* e 4^* sul diametro della sfera parallelo a β^I . Tracciare l'ellisse con gli assi 1^I-3^I e 2^I-4^I , separatrice d'ombra propria della sfera sul PO. Evidenziare la parte della sfera in condizione d'ombra propria. Proiettare 0^I sul PV. Tracciare il diametro orizzontale e individuare 0^{II} sul PV. Proiettare i punti 1^I e 3^I sul PV. Individuare 4^{II} proiettando 4^I dal PO e 4^* dal piano β . Individuare 2^{II} proiettando 2^I dal PO e 2^* dal piano β . Tracciare $2^{II}-4^{II}$. Tracciare il diametro $5^{II}-6^{II}$ ortogonale ai raggi R^{II} . Tracciare l'ellisse con asse maggiore $5^{II}-6^{II}$ passante per i punti $1^{II}-2^{II}-3^{II}-4^{II}$, separatrice d'ombra propria della sfera sul PV. Individuare $7^{II}-8^{II}$ asse dell'ellisse, ortogonale a $5^{II}-6^{II}$. Evidenziare la parte della sfera in condizione d'ombra propria sul PV. Proiettare i punti 5^{II} e 6^{II} sul PO. Tracciare 5^I-6^I sul PO. Proiettare i punti 7^{II} e 8^{II} sul PO. Tracciare 7^I-8^I sul PO.

2 – Determinazione dell'ombra portata

Utilizzando le direzioni R^I e R^{II} determinare l'ombra dei punti: 1 sul PO; 2 sull'estensione del PO; 3 sul PO; 4 sul PO. Tracciare l'ellisse con assi 1-3 e 2-4 la cui porzione sul PO rappresenta l'ombra portata della sfera su tale piano. Utilizzando le direzioni R^I e R^{II} determinare l'ombra dei punti: 5 sull'estensione del PV; 6 sull'estensione del PV; 7 sull'estensione del PV; 8 sul PV. Tracciare l'ellisse con assi 7-8 e 5-6 la cui porzione sul PV rappresenta l'ombra portata della sfera su tale piano. Le due ellissi si intersecano sulla LT nei punti 9 e 10 che di fatto separano l'ombra della sfera sul PO con quella sul PV. Evidenziare la parte di ombra portata sul PO. Evidenziare la parte di ombra portata sul PV.

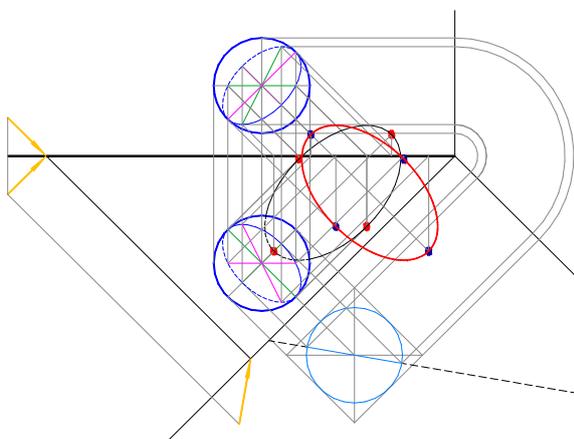


Determiniamo le ombre propria e portata di una sfera generate da un raggio di luce proveniente da fonte impropria e inclinato rispetto a entrambi i piani di proiezione. Dato il parallelismo dei raggi di luce, la separatrice d'ombra propria sarà data dall'intersezione di un piano ortogonale alla direzione dei raggi con la sfera, passante per il suo centro. A tal fine si rappresenti la sfera sul piano ortogonale al piano orizzontale passante per il raggio di luce. Dopo averlo ribaltato il raggio di luce sul piano orizzontale, rispetto alla sua prima traccia, riportiamo ortogonalmente alla direzione dei raggi di luce la separatrice d'ombra propria passante per il centro della proiezione della sfera.



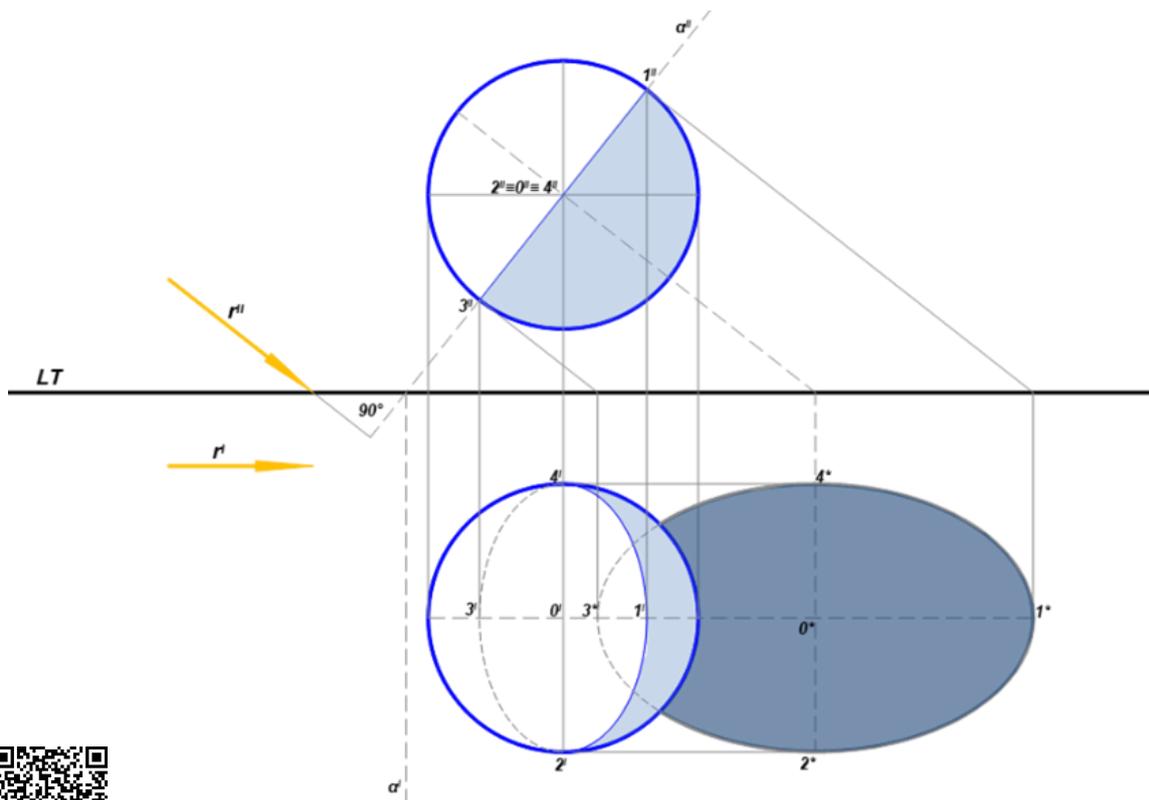
La direzione dei raggi ortogonali al diametro passante per il centro della sfera ci permette di individuare gli assi dell'ellisse che rappresenta l'immagine della separatrice d'ombra propria sui piani orizzontale e verticale. Gli assi dell'ellisse-separatrice individuano otto punti che ci permettono una più precisa determinazione del contorno sui due piani.

Dalla proiezione degli assi della separatrice sui piani orizzontale e verticale si ricava il contorno dell'ombra portata sui piani principali e sulla loro estensione. L'ombra portata, intersezione del cilindro di luce avente la circonferenza pari a quella della sfera, interseca i piani di proiezione determinando due ellissi i cui contorni si incontrano in due punti della linea di terra. Il contorno delle due ombre si proietta virtualmente sull'estensione del piano d'appartenenza. L'ombra portata complessiva sarà data dall'unione delle due parti di ombra reali rappresentate sui piani orizzontale e verticale separate dalla linea di terra.

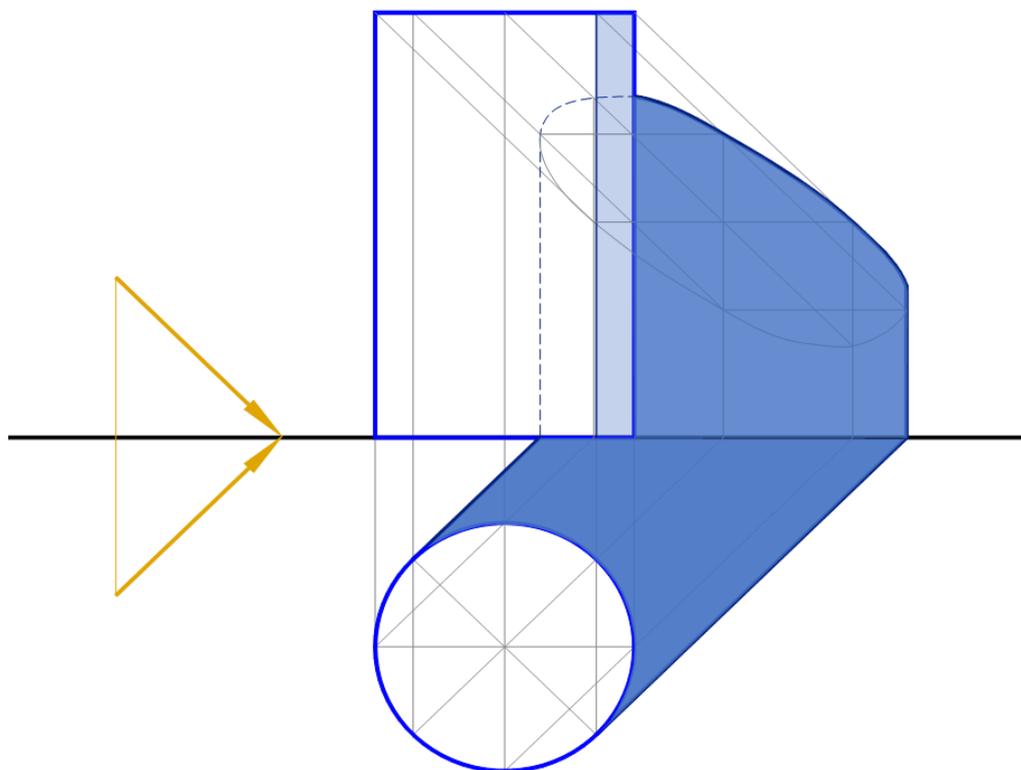


La percezione del mondo esterno avviene attraverso l'attività sensoriale della vista che si manifesta attraverso la luce e l'ombra, suo elemento complementare. Luce e ombra sono facce opposte della stessa medaglia e consentono una migliore percezione dei volumi, con le infinite sfumature che conferiscono alla rappresentazione una maggiore verosimiglianza, immergendole in un'atmosfera reale. Se con il disegno lineare determiniamo la corrispondenza formale e dimensionale degli oggetti e del contesto spaziale, con l'aggiunta delle ombre, proprie e portate, definiamo i valori tonali delle superfici attraverso le campiture di colore.

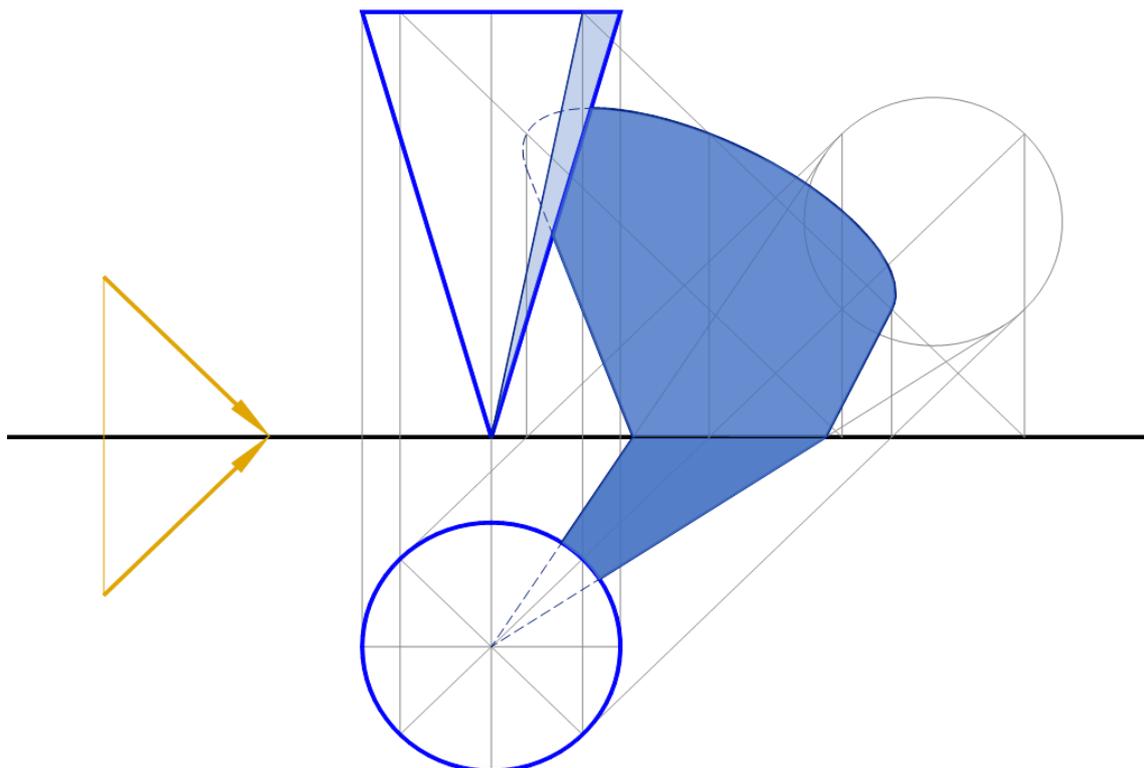
Teoria delle ombre | Proiezioni Ortogonali | Solidi | Approfondimenti



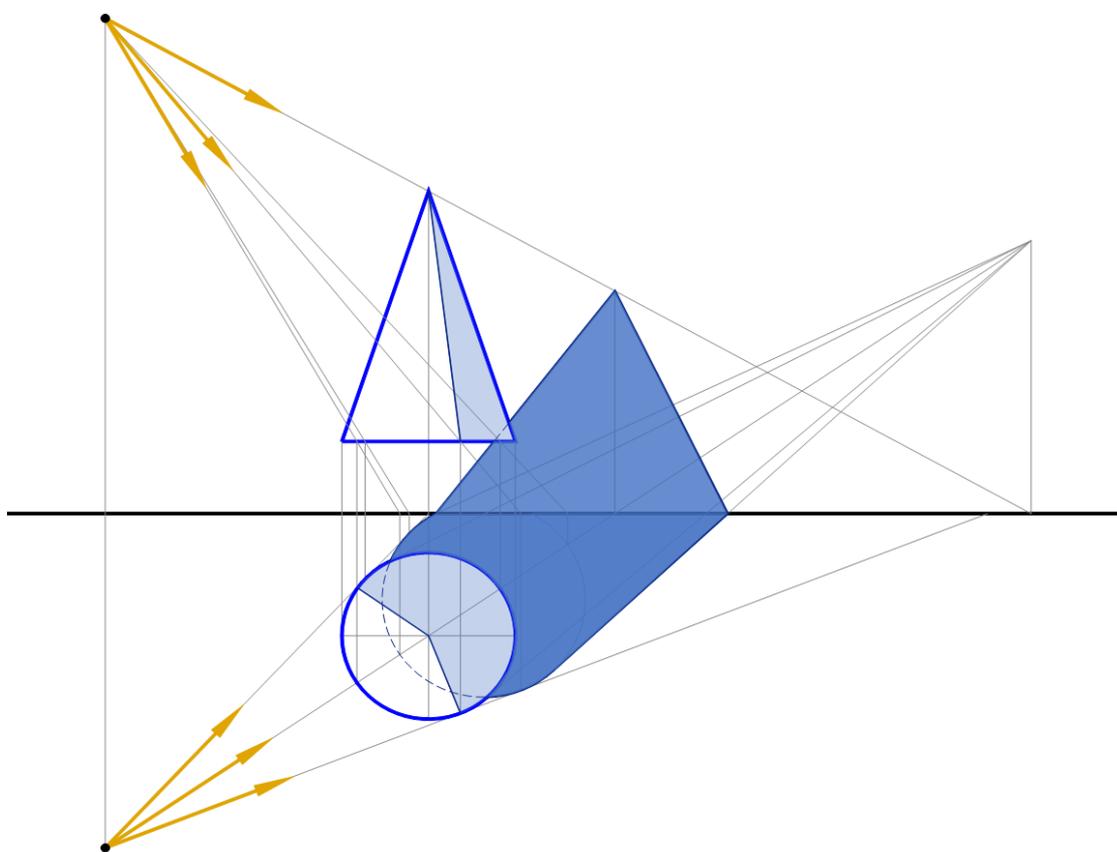
Ombra propria e portata di una sfera sul piano orizzontale.



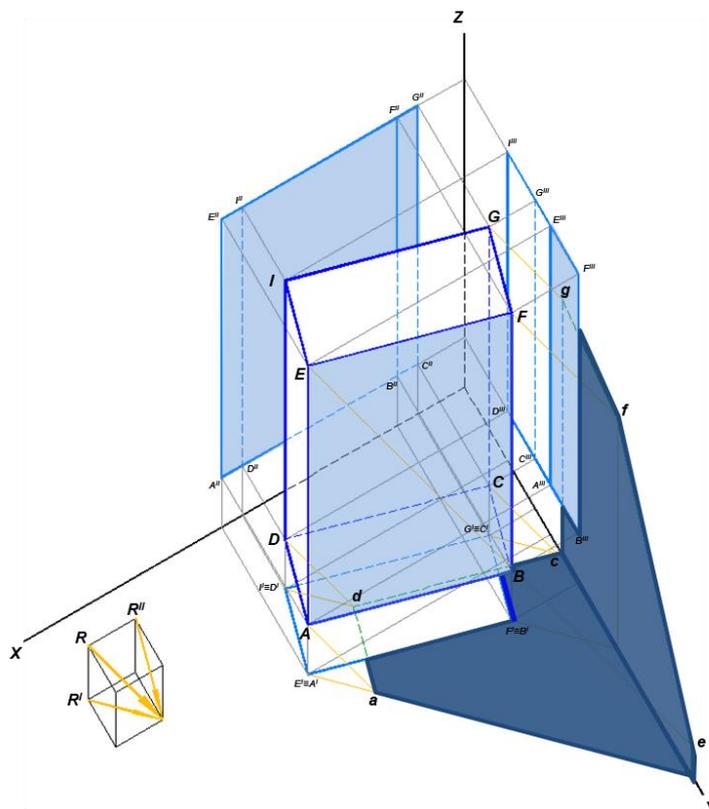
Ombra propria e portata di un cilindro sui piani orizzontale e verticale.



Fonte luminosa naturale: Ombra propria e portata di un cono retto con asse ortogonale al piano orizzontale, e il vertice coincidente con piano orizzontale.



Fonte luminosa artificiale: Ombra propria e portata di un cono retto con asse ortogonale al piano orizzontale, e la base staccata dal piano orizzontale.



Teoria delle ombre in assonometria monometrica (parallelepipedo con asse ortogonale al piano XY e base ruotata rispetto ai piani XZ e YZ)

1 – Proiezione sui piani assonometrici XY, XZ e YZ.

Impostare i piani assonometrici in modo che gli angoli compresi fra gli assi risultino: X e $Y = 90^\circ$, X e $Z = 120^\circ$ e Y e $Z = 150^\circ$. Proiettare il solido sul PO con misure dei lati e angoli interni oggettivi. Definire i punti della figura in prima proiezione. Proiettare i punti con direzione Y sull'asse X . Analogamente proiettare i punti con direzione X sull'asse Y . Tracciare i raggi proiettanti con direzione Z nelle intersezioni sugli assi X e Y . Tracciare le direzioni X sul piano XZ individuando i punti del solido in seconda proiezione e le direzioni Y sul piano YZ individuando i punti del solido in terza proiezione.

2 – Proiezione assonometrica

Proiettare con direzioni: Z dal piano XY , Y dal piano XZ , X dal piano YZ , le proiezioni del solido sui piani assonometrici. Individuare e tracciare le parti a vista dell'assonometria. Individuare e tracciare le parti nascoste dell'assonometria. Individuare e tracciare le parti a vista delle proiezioni sui piani assonometrici. Individuare e tracciare le parti nascoste delle proiezioni sui piani assonometrici. Rappresentare le parti a vista degli assi X , Y e Z . Rappresentare le parti nascoste degli assi X , Y e Z .

3 – Impostazione raggi di luce

Rappresentare un cubo utilizzando le direzioni degli assi X , Y e Z . Definire la direzione del raggio di luce R tracciando la diagonale del cubo. Proiettare R su XY e definire R' . Proiettare R su YZ e definire R'' .

4 – La separatrice d'ombra propria

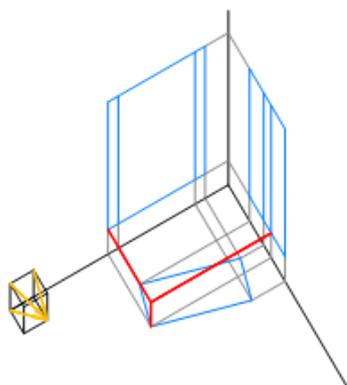
Rappresentare, in scala ridotta, il volume in assonometria. Individuare gli spigoli che separano le parti in condizione d'ombra propria, da quelle direttamente toccate dai raggi R ovvero illuminate.

5 – Ombra dei punti

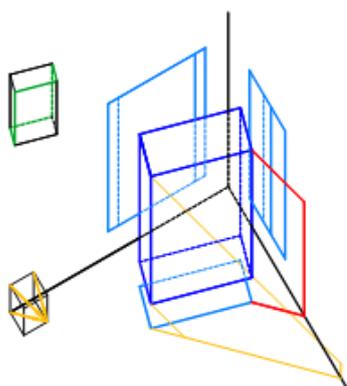
Determinare l'ombra dei punti della separatrice d'ombra propria nell'intersezione fra R e R' : a , e , f , g , c , d .

6 – Contorno dell'ombra portata

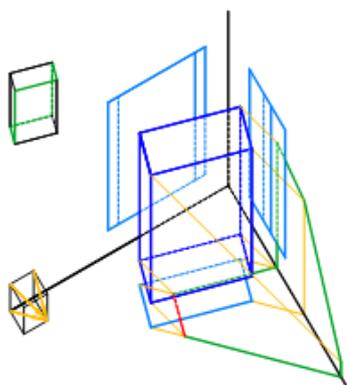
Unire l'ombra dei punti della separatrice d'ombra propria: a - e , e - f , f - g , g - c , c - d , d - a . Completamento del contorno dell'ombra portata. Campitura delle facce del solido in condizione di ombra propria. Campitura delle parti di piano in cui si proietta l'ombra portata.



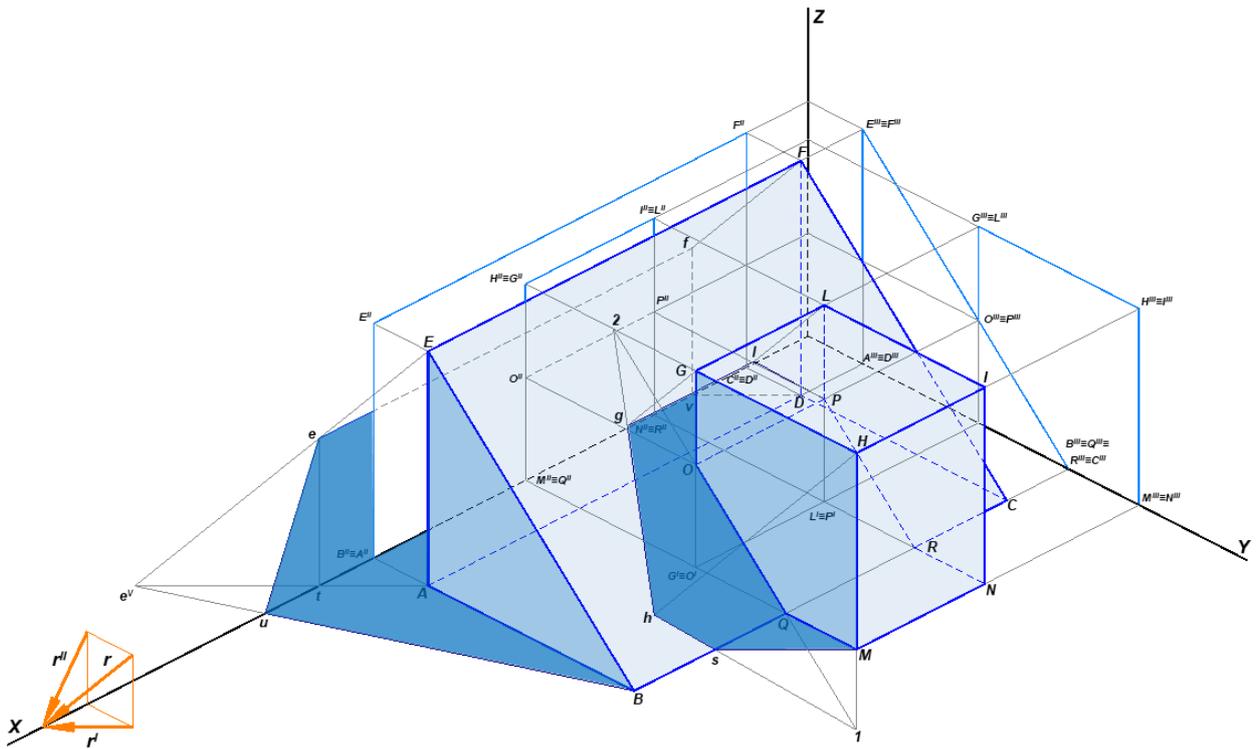
Dopo avere proiettato il parallelepipedo con asse ortogonale al piano XY in assonometria obliqua, cavaliera militare, monometrica, determiniamo l'ombra propria e portata. Impostiamo il raggio di luce con direzione corrispondente alla diagonale di un cubo e le sue proiezioni su i piani orizzontale e laterale. L'ombra portata nella proiezione assonometrica può essere determinata dall'intersezione del raggio e delle sue proiezioni, con il piano o gli oggetti in cui si concretizza l'ombra.



Completata la rappresentazione del solido determiniamo nel suo involucro esterno la spezzata che separando parti illuminate da parti in condizione d'ombra propria, individua la separatrice d'ombra propria. La proiezione della separatrice, dal punto improprio della fonte luminosa, determina come sappiamo il contorno dell'ombra portata. Proiettiamo quindi con la direzione del raggio di luce, i punti della separatrice d'ombra propria del solido. I punti ombra sono dati sul piano XY dall'intersezione del raggio reale passante per il punto con la prima proiezione del raggio sullo stesso piano. L'ombra sul piano YZ si determina nell'intersezione con il piano di luce verticale passante per il punto. L'intersezione del raggio reale con l'intersezione dei due piani individua l'ombra portata del punto. Nel caso in cui le ombre degli estremi di un segmento della separatrice si dovessero trovare sullo stesso piano di proiezione, in questo caso il piano YZ, possiamo determinare l'ombra del segmento unendo l'ombra reale dei due punti. Al contrario se le proiezioni degli estremi cadono in due differenti piani, ad esempio XY e YZ, si dovrà determinare l'ombra virtuale sull'estensione di uno dei due piani e successivamente collegare con l'ombra del secondo estremo.



Il centro di proiezione dell'assonometria e della fonte luminosa entrambi di origine impropria determina il mantenimento delle condizioni di parallelismo delle proiezioni delle ombre portate. Ovvero segmenti fra loro paralleli proiettano ombre portate parallele al segmento dato.





Ombra portata in assonometria isometrica di un solido composto con parti inclinate

1 – Impostazione dell'assonometria

Tracciare gli assi assonometrici: X, Y e Z di un sistema isometrico con angoli, di 120°.

2 – Proiezione sul piano orizzontale (XY)

Proiettare sul piano XY i raggi con direzione X. Proiettare sul piano XY i raggi con direzione Y. Individuare nelle intersezioni fra i raggi la prima proiezione.

3 – Proiezione sul piano verticale (XZ)

Proiettare sul piano XZ i raggi con direzione Z. Proiettare sul piano XZ i raggi con direzione X. Individuare nelle intersezioni fra i raggi la seconda proiezione.

4 – Proiezione sul piano laterale (YZ)

Proiettare sul piano YZ i raggi con direzione Z. Proiettare sul piano YZ i raggi con direzione Y. Individuare nelle intersezioni fra i raggi la terza proiezione.

5 – Completamento della proiezione sul piano verticale (XZ)

Proiettare la Y passante per $O''' \equiv P'''$ fino ad intercettare l'asse Z. Tracciare la X per l'intersezione e determinare le proiezioni O'' e P'' .

6 – Individuazione dei punti assonometrici

Proiettare con direzioni X, Y e Z, i punti delle proiezioni sui piani e determinare la proiezione assonometrica: A-B-C-D-E-F. Unire: E-B, F-C e H-I-L-G-O-P. Unire: O-Q, P-R

7 – Completamento grafico dell'assonometria

Ripassare: con segno continuo le parti a vista del parallelepipedo. Ripassare con segno tratteggiato le parti nascoste del parallelepipedo. Ripassare con segno continuo le parti a vista del piano inclinato. Ripassare con segno tratteggiato le parti nascoste del piano inclinato.

8 – Completamento grafico delle proiezioni sui piani assonometrici

Ripassare con segno continuo le parti a vista delle proiezioni sui piani XZ e YZ non coperte dall'assonometria e le parti a vista degli assi. Ripassare le parti nascoste degli assi.

9 – Impostazione dei raggi luminosi e determinazione dell'ombra propria

Tracciare il raggio luminoso r. Proiettare r su XY e XZ e determinare r^I e r^{II} . Data la direzione del raggio individuare le parti in condizione d'ombra propria.

10 – Determinazione dell'ombra portata del parallelepipedo

Tracciare r^I passante per M fino ad intercettare BQ nel punto s, e determinare il punto 1 nell'intersezione fra il prolungamento di OQ e HM. Tracciare la retta 1s sul piano inclinato e successivamente da H il raggio di luce r, determinando la sua ombra h nell'intersezione con la retta s1. Determinare il punto 2 nell'intersezione fra il prolungamento di QO e HG. Unire 2 con h entrambi sul piano inclinato. Tracciare da G il raggio di luce r e determinare la sua ombra g nell'intersezione con il segmento h2. Tracciare la parallela a GL passante per l'ombra g e da L il raggio di luce r e determinare la sua ombra l nell'intersezione con la retta parallela a GL passante per g. Unire l'ombra l con P.

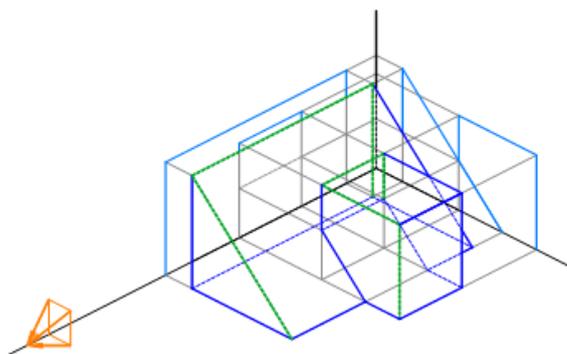
11 – Determinazione dell'ombra portata del piano inclinato

Tracciare r^I per A individuando t nell'intersezione con l'asse X. Tracciare r per E determinando e^V , ombra del punto E sull'estensione del piano orizzontale XY. Tracciare B- e^V , individuando u nell'intersezione con l'asse X. Tracciare la Z passante per t e determinare l'ombra e su E- e^V . Unire u con e. Tracciare la parallela a EF passante per e. Tracciare da F il raggio di luce r e determinare la sua ombra f nell'intersezione con la retta parallela a EF passante per e. Tracciare il raggio Z passante per f fino ad intercettare l'asse X nel punto v. Unire v con D.

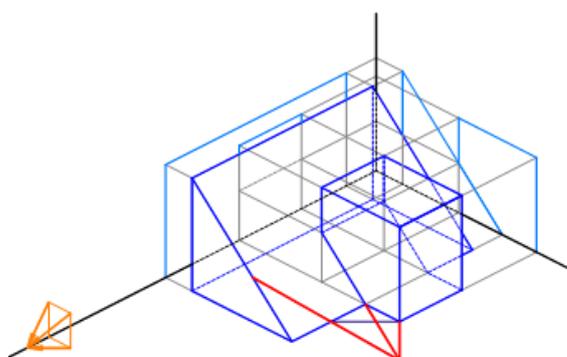
12 – Campitura

Rappresentare la campitura dell'ombra portata e autoportata del parallelepipedo e dell'ombra portata del piano inclinato.

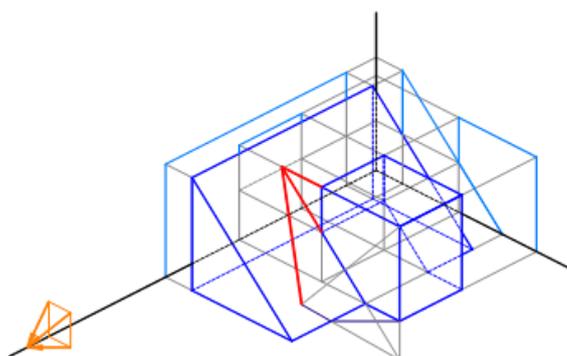
Dopo avere realizzato la proiezione assonometrica, determiniamo l'ombra propria, portata e autoportata di un solido composto dall'incastro di un parallelepipedo con un piano inclinato. Scegliamo la direzione della fonte luminosa tracciando il raggio di luce R e le sue proiezioni R^I e R^{II} sui piani assonometrici XY e XZ . In funzione della direzione del raggio di luce individuiamo le facce illuminate direttamente colpite dai raggi di luce, quelle non toccate dai raggi in condizione d'ombra propria e la linea spezzata sghemba che le separa ovvero la separatrice d'ombra propria.



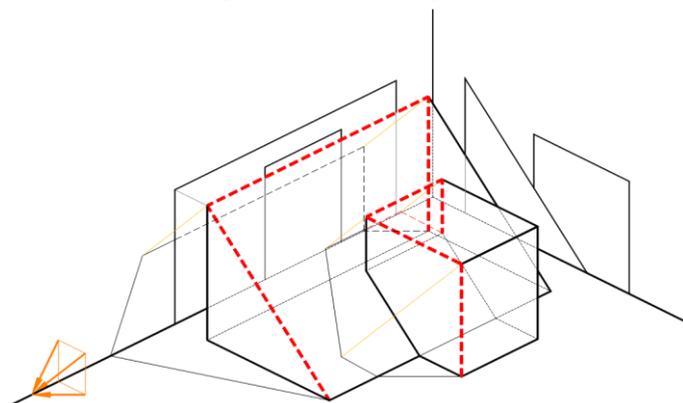
A partire dal primo punto della separatrice sul piano XY proiettiamo l'ombra dello spigolo verticale con direzione R^I fino all'intersezione con il piano inclinato. Per determinare la direzione dell'ombra dello spigolo verticale sul piano inclinato si procede nel seguente modo. Si individua l'intersezione del prolungamento dello spigolo con l'estensione del piano inclinato. La retta passante per tale intersezione con l'intersezione dell'ombra dello spigolo con il piano inclinato determina la direzione dell'ombra sul piano inclinato.

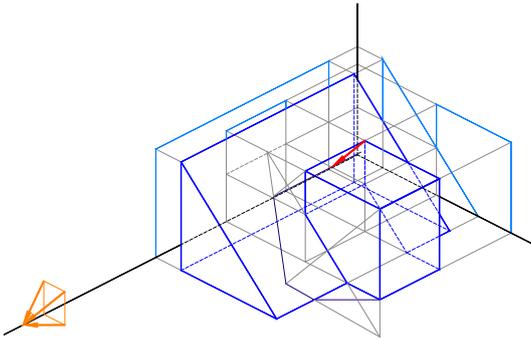


Tracciamo il raggio R passante per l'estremo dello spigolo verticale e individuiamo l'ombra del punto sulla direzione dell'ombra sul piano inclinato. Seguendo la successione degli spigoli sulla separatrice d'ombra propria, procediamo individuando l'intersezione del prolungamento del segmento Y sul piano inclinato. Possiamo considerare l'intersezione virtuale dello spigolo Y sul piano inclinato come il punto origine dell'ombra portata. Basterà unire questa intersezione virtuale con l'ombra del punto sul piano inclinato per determinare la direzione dell'ombra portata dello spigolo Y sul piano inclinato. Tracciamo il raggio R passante per il secondo vertice della separatrice determinando nella direzione individuata l'ombra portata del punto.

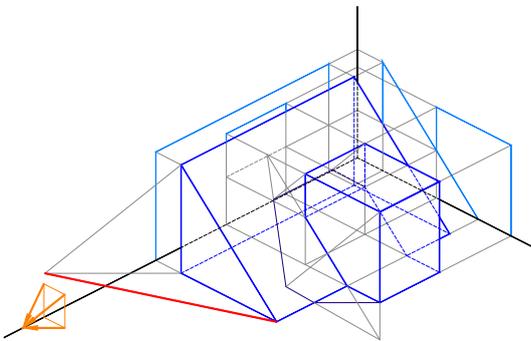


La separatrice d'ombra propria

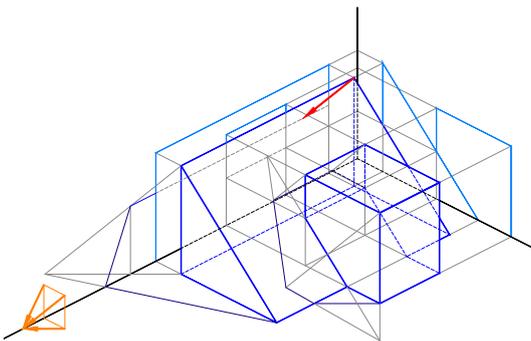




Il terzo spigolo della separatrice, di direzione X, poiché parallelo al piano inclinato, proietta la sua ombra in condizioni di parallelismo. Sarà quindi sufficiente tracciare la parallela a X passante per l'ombra del secondo vertice della separatrice, precedentemente individuato, e successivamente determinare l'intersezione con il raggio di luce R passante per il terzo vertice della separatrice d'ombra propria.

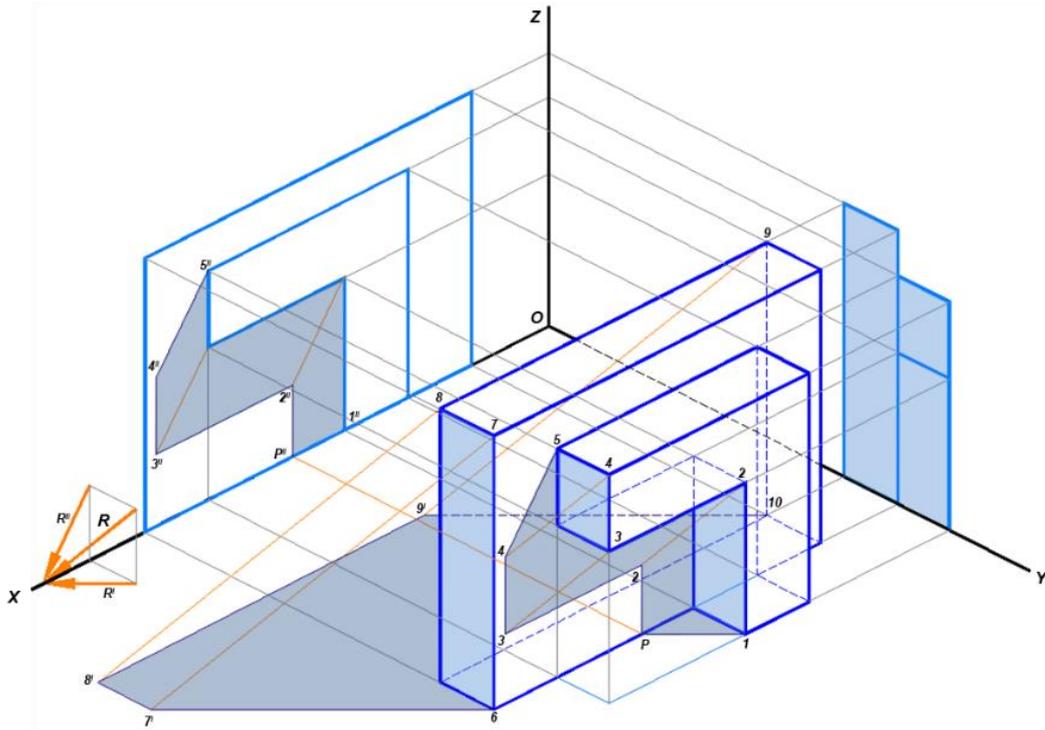


La parte del solido composta dal piano inclinato, che costituisce la seconda componente della separatrice, proietta la sua ombra sul piano XY e in parte sul piano verticale XZ. Poiché non possiamo conoscere a priori la direzione dell'ombra dello spigolo inclinato sui piani assonometrici principali, procederemo tracciando l'ombra del vertice dello spigolo inclinato sull'estensione del piano XY. Uniamo l'ombra virtuale del vertice con il punto iniziale della separatrice e tracciamo la direzione dell'ombra portata dello spigolo inclinato sul piano XY.

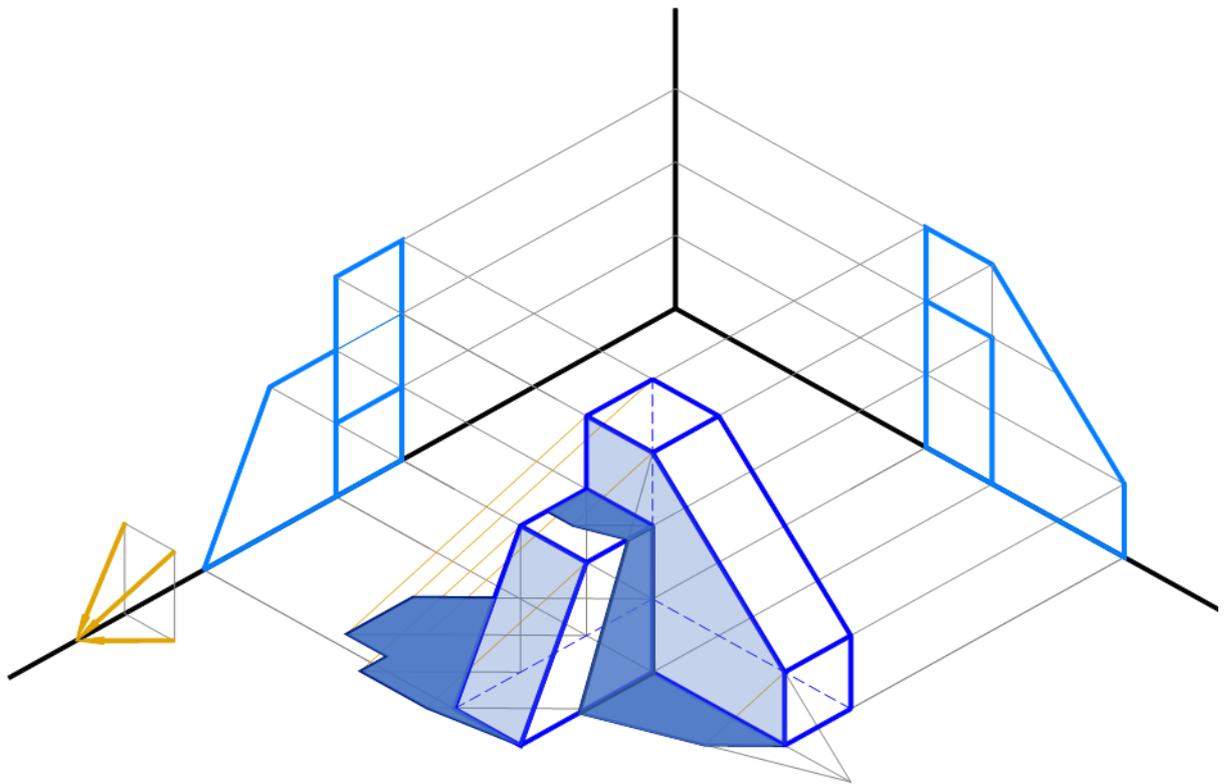


La porzione della direzione dell'ombra sul piano XY, fino all'intersezione con la linea di terra, individua l'ombra portata dello spigolo inclinato sul piano XY. Per la rappresentazione dell'ombra sul piano XZ determiniamo l'ombra del vertice dello spigolo inclinato e uniamo con l'intersezione sull'asse X individuato in precedenza. Completiamo la rappresentazione dell'ombra portata sul piano XZ considerando che le parti restanti della separatrice proiettano l'ombra portata in condizione di parallelismo.

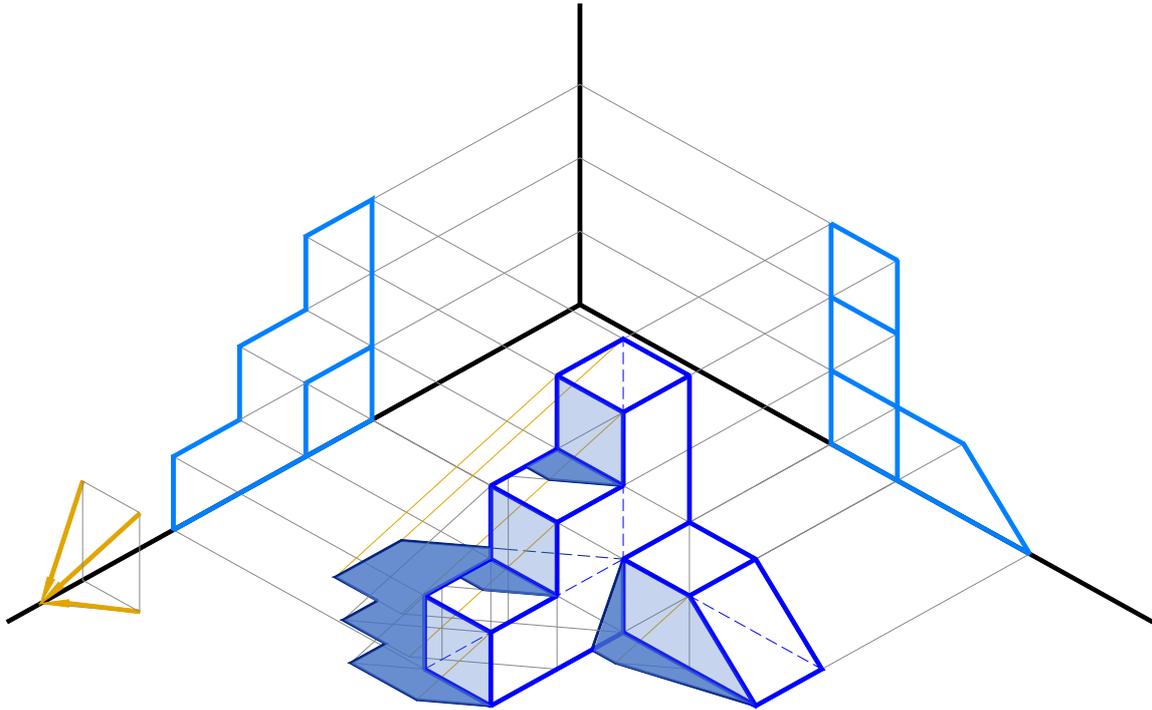
Le parti di un solido non direttamente toccate dai raggi luminosi si trovano in condizioni d'ombra propria, mentre al contrario le parti rivolte verso la fonte di luce risultano in tutta evidenza illuminate. La linea spezzata che separa le parti del solido illuminate da quelle in ombra propria si chiama separatrice d'ombra propria. Esiste una stretta relazione fra la separatrice d'ombra propria e il contorno dell'ombra portata. Infatti la proiezione della separatrice d'ombra propria dal punto di luce, determina il contorno dell'ombra portata. Da un punto di vista strettamente operativo sarà sufficiente, al fine di determinare il contorno dell'ombra portata, proiettare per mezzo dei raggi luminosi e delle sue proiezioni, esclusivamente i punti della separatrice d'ombra propria.



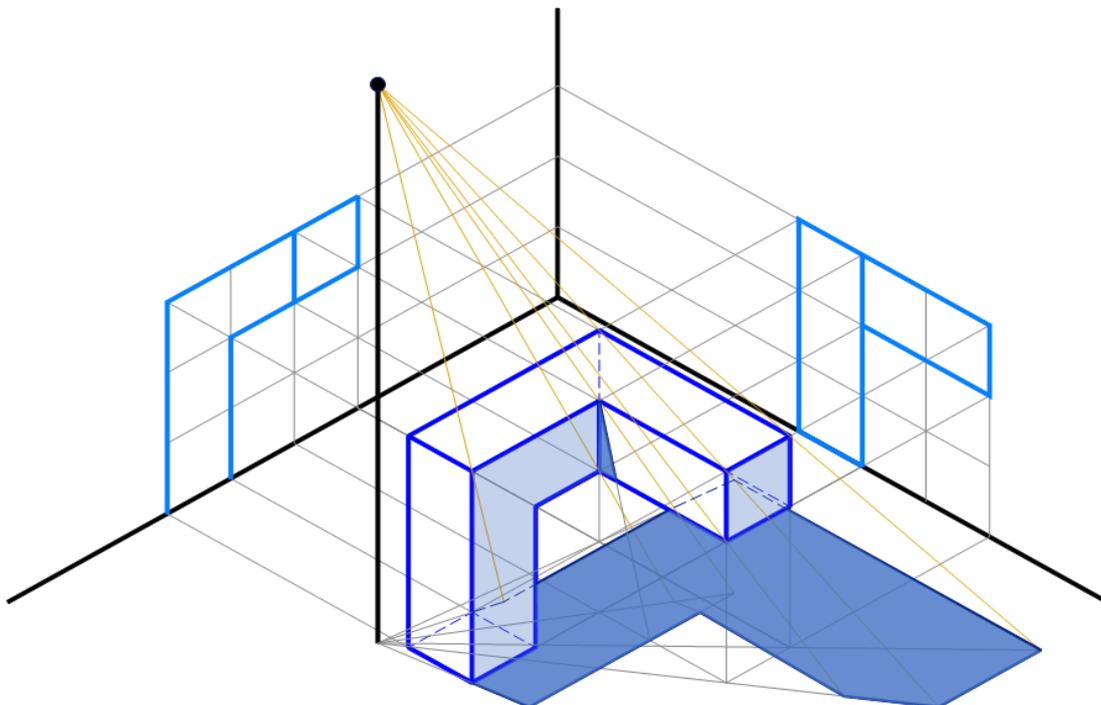
Ombra propria, portata e autoportata di un solido composto con direzioni X, Y e Z.



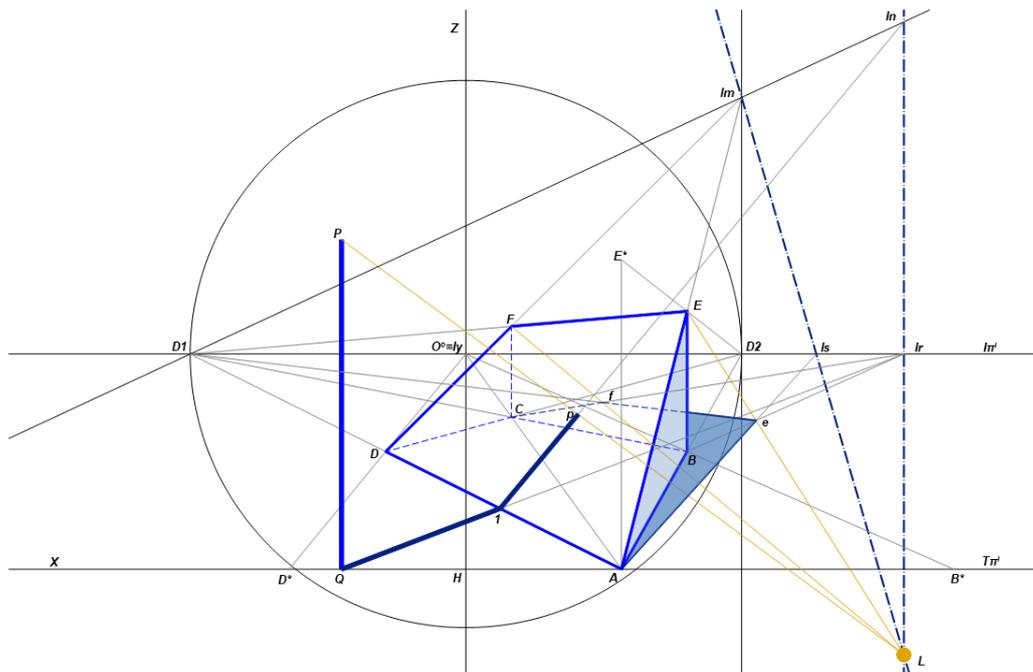
Ombra propria, portata e autoportata di un solido composto da direzioni X, Y, Z e da piani inclinati



Ombra propria, portata e autoportata di un solido composto da parti parallele alla triade triortogonale X, Y e Z, e da parti inclinate



Ombra propria, portata e autoportata di un solido composto da parti X, Y e Z.



Ombra portata, su un piano inclinato, di un segmento verticale in prospettiva a quadro verticale.

1 – Proiezione della base ABCD sul geometrale

Impostare, in vera forma e grandezza, la base quadrata ABCD con i lati inclinati di 45° rispetto al quadro. Proiettare il raggio Y passante per A posto sulla linea delle tracce $T\pi^1$. Riportare AB^* sulla $T\pi^1$. Tracciare il raggio $ly-B^*$. Riportare AD^* sulla $T\pi^1$. Tracciare il raggio $ly-D^*$. Tracciare la retta A-D2 e individuare il punto B nell'intersezione con $ly-B^*$. Tracciare la retta B-D1 e individuare il punto C nell'intersezione con $ly-A$. Tracciare la retta A-D1 e individuare il punto D nell'intersezione con $ly-D^*$. Tracciare la retta D-D2 passante per C.

2 – Proiezione del solido

Impostare AE^* , altezza del solido. Tracciare E^*-D2 . Individuare E nell'intersezione fra il raggio Z passante per B e E^*-D2 . Tracciare $E-D1$. Individuare F nell'intersezione fra il raggio Z passante per C e $E-D1$. Tracciare la giacitura Z passante per D2. Individuare la fuga lm della retta passante per AE. Tracciare $lm-D$ passante per F. Ripassare il contorno esterno del solido con segno di linea continua a vista. Ripassare lo spigolo AE con segno di linea continua a vista. Ripassare le parti interne nascoste del solido con segno di linea tratteggiata.

3 – Tracciamento e determinazione dell'ombra portata del segmento PQ

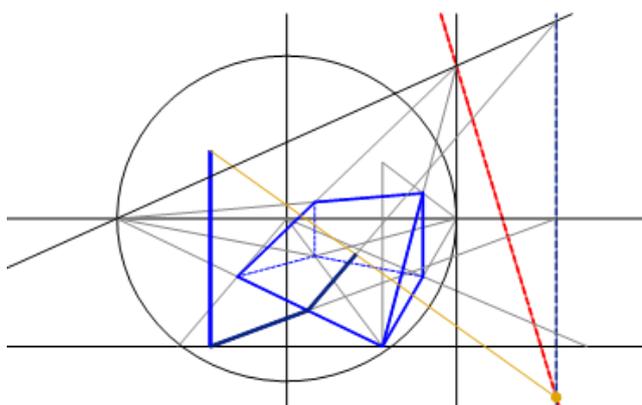
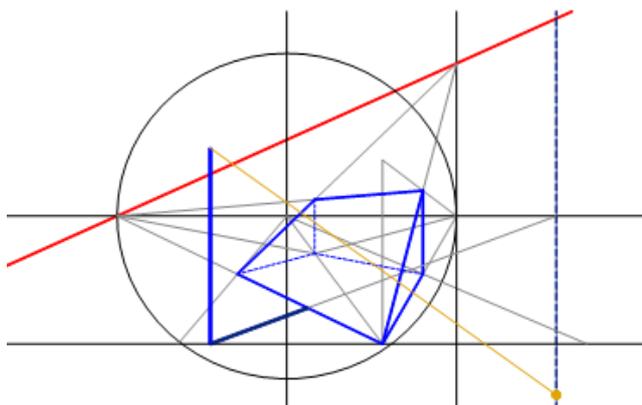
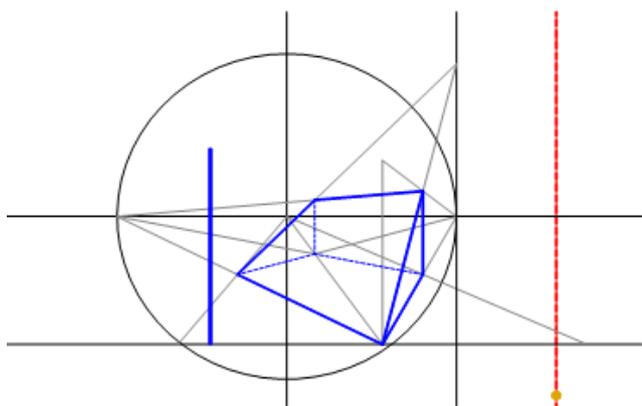
Tracciare sul quadro il segmento verticale PQ. Impostare L punto di fuga della fonte luminosa. Tracciare la Z passante per L, giacitura del piano di luce verticale, e individuare lr , fuga dell'ombra portata delle direzioni Z sul geometrale. Tracciare la direzione dell'ombra $Q-lr$ e individuare 1 nell'intersezione con AD. Ripassare $Q1$, ombra portata di QP sul geometrale. Proiettare il raggio di luce passante per P. Tracciare la retta passante per $D1-lm$, giacitura del piano inclinato AEFD, e individuare ln sul piano di luce L- lr . Unire $1-ln$ e determinare p nell'intersezione con il raggio di luce passante per P. Ripassare $1p$, ombra portata di PQ sul piano inclinato AEFD.

4 – Determinazione dell'ombra portata del solido

Tracciare la retta $lm-L$, giacitura del piano di luce passante per AE, e individuare ls sulla $l\pi^1$. Unire A- ls . Tracciare il raggio di luce passante per E; Determinare l'ombra nell'intersezione con A- ls . Verifica dell'allineamento dei punti. B – e – lr . Tracciare $D1-e$. Tracciare il raggio di luce passante per F; Determinare l'ombra nell'intersezione con $D1-e$. Verifica dell'allineamento dei punti C – f – lr .

5 – Completamento grafico

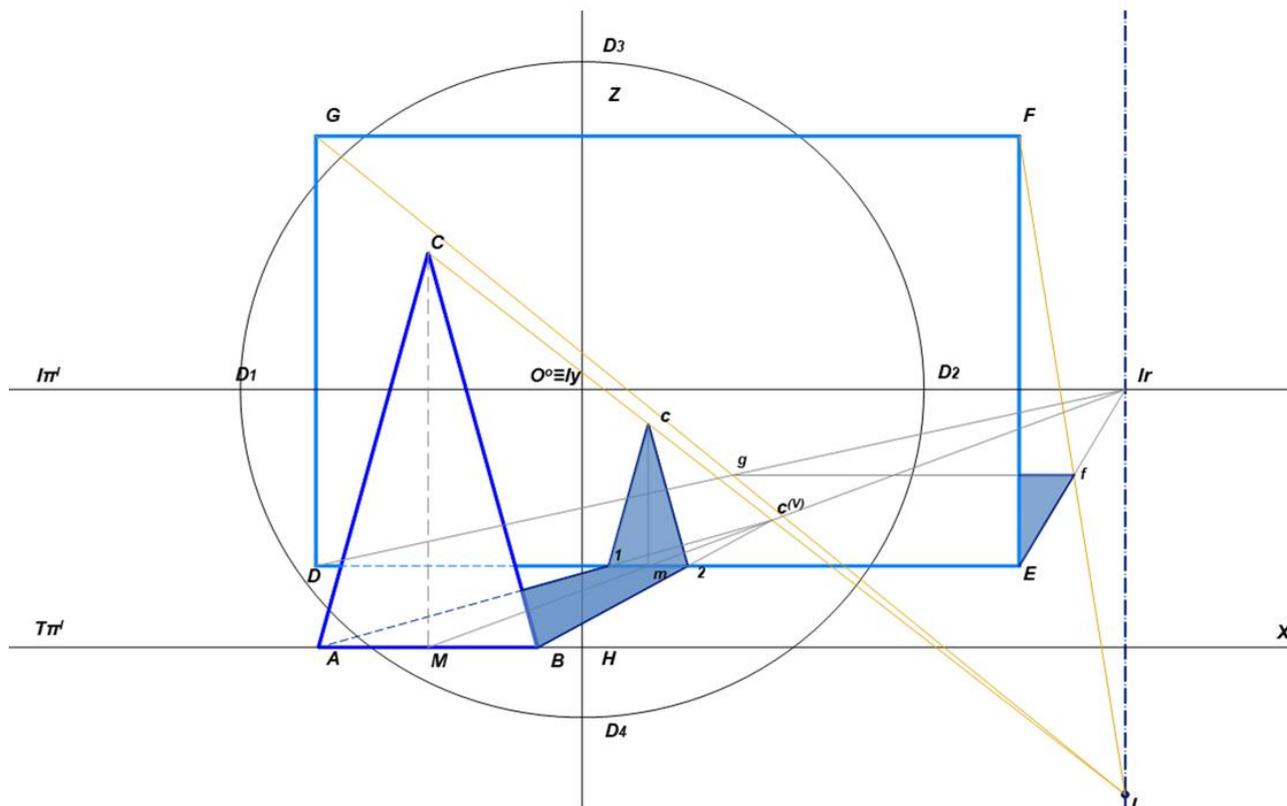
Completare con la campitura del triangolo ABE in condizione di ombra propria e con la campitura dell'ombra portata a vista del solido sul geometrale.



Dopo aver rappresentato il solido con il piano inclinato in prospettiva d'angolo con le fughe orizzontali nei punti D1 e D2, intersezione del cerchio delle distanze con la giacitura del geometrale πl^1 , rappresentiamo un segmento verticale PQ coincidente con il quadro e l'estremo Q giacente sulla linea di terra $l\pi l$. Impostata la posizione della fonte di luce naturale a distanza infinita rispetto al quadro tracciamo la giacitura del piano di luce passante per il segmento PQ. Tale giacitura sarà rappresentata da una retta passante per due punti: la fuga della fonte luminosa e la "fuga" del segmento PQ che data la condizione di parallelismo con il quadro si trova a distanza infinita ovvero mantiene costante la direzione delle Z. Tracciata la retta verticale giacitura del piano di luce passante per PQ si determina, nell'intersezione con πl^1 , la fuga delle ombre portate delle rette verticali, Z, sul geometrale.

Dal punto Q l'ombra portata del segmento PQ avrà sul geometrale la direzione $Q > l\pi$, fino all'intersezione con il piano inclinato, dove necessariamente cambierà direzione. Sappiamo in linea del tutto generale che l'ombra di un segmento è data dall'intersezione di due piani; il piano di luce e il piano dove si concretizza l'ombra. Questi due piani esemplificati dalle rispettive giaciture si intersecano in un punto che rappresenta la fuga dell'ombra portata. Essendo in precedenza determinata la giacitura del piano di luce non resta che definire la giacitura del piano inclinato dato dalla retta passante per due fughe appartenenti al piano. Prolungando la retta d'appartenenza dei due lati opposti costituenti il perimetro del rettangolo inclinato, individuiamo i punti di fuga D1 e $l\pi$. La retta passante per detti punti rappresenta la giacitura del piano inclinato. L'intersezione della giacitura del piano inclinato con la giacitura, in precedenza determinata, del piano di luce passante per PQ determina nell'intersezione la fuga dell'ombra portata di PQ sul piano inclinato. L'ombra del punto P sarà data dall'intersezione della direzione dell'ombra portata di PQ sul piano inclinato e il raggio reale passante per P. Per concludere lo spigolo del piano inclinato, parte della separatrice d'ombra propria, proietterà la sua ombra portata sul geometrale. La fuga (direzione) dell'ombra portata sarà data dall'intersezione della giacitura passante per la fonte di luce e per la fuga dello spigolo inclinato, con la giacitura πl^1 del geometrale, piano dove si concretizza l'ombra.

Teoria delle ombre | Prospettiva



Ombra di un triangolo in posizione verticale, su un piano ad esso parallelo e sul geometricale, in prospettiva a quadro frontale.

1 – Impostazione della prospettiva

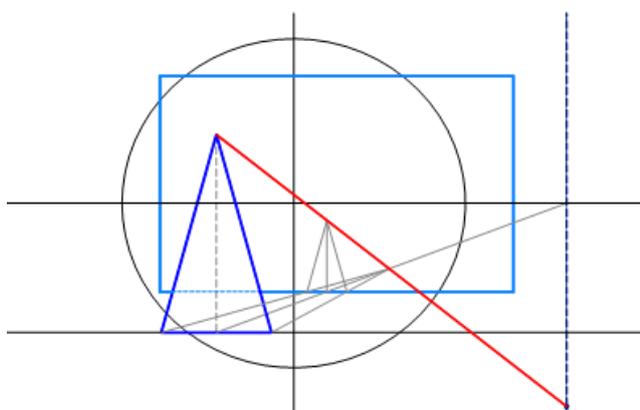
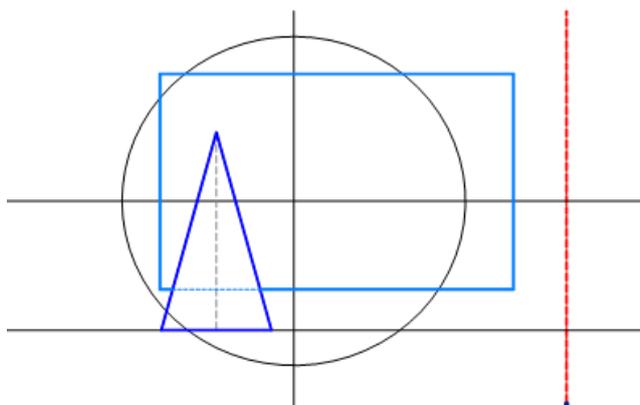
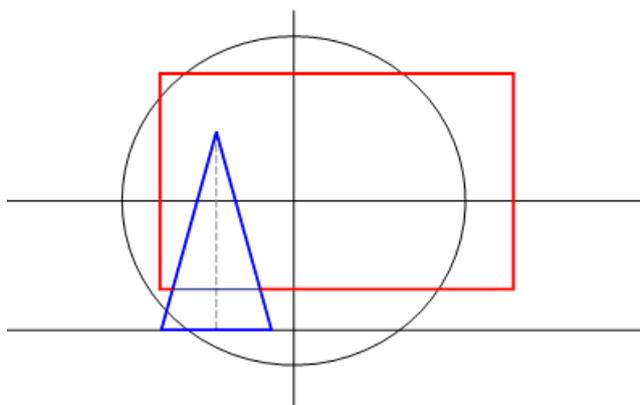
Tracciare la $T\pi^l$ (Linea delle tracce). Tracciare la $I\pi^l$ (Linea d'orizzonte) parallela alla $T\pi^l$. Tracciare il piano meridiano principale individuando H su $T\pi^l$ e $O^\circ \equiv ly$ su $I\pi^l$. Tracciare la circonferenza di centro O° e individuare D_1, D_2 su $I\pi^l$ e D_3, D_4 sul piano meridiano principale.

2 – Proiezione del triangolo ABC coincidente col quadro

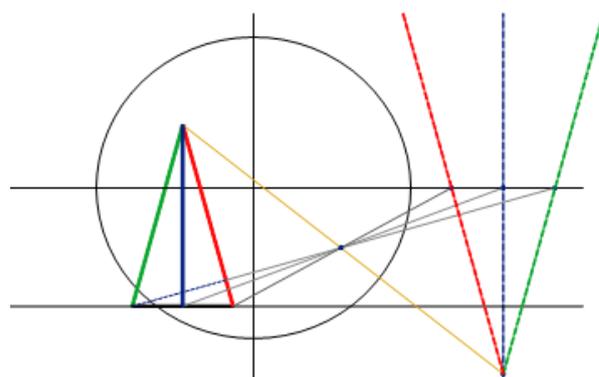
Individuare sulla linea delle tracce la base AB del triangolo e M il suo punto medio. Tracciare l'altezza MC del triangolo. Unire: AC - CB. Ripassare il triangolo ABC.

3 – Proiezione dell'ombra portata del triangolo ABC

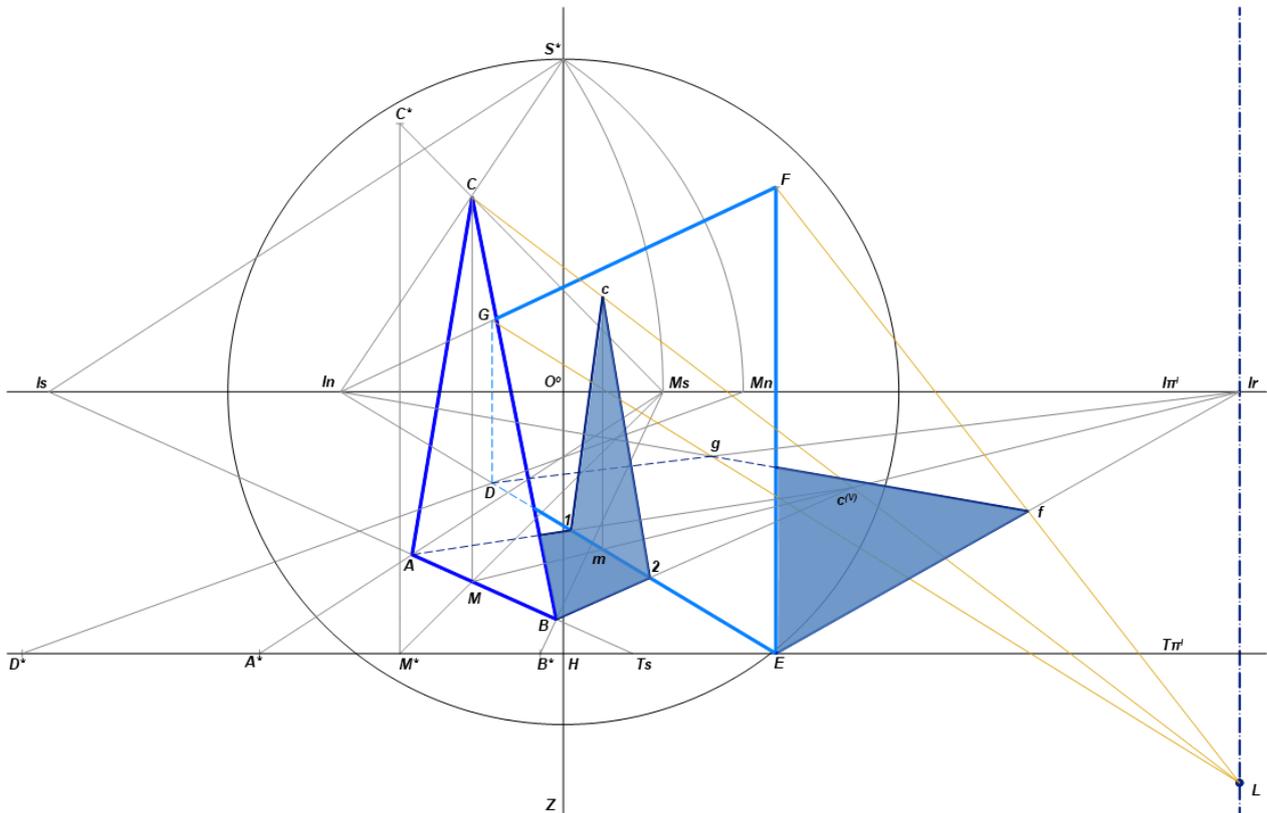
Impostare il rettangolo DEFG parallelo al quadro e la base DE sul geometricale. Tratteggiare con segno di linea nascosta la parte di DE coperta dal triangolo ABC. Tratteggiare con segno di linea nascosta la parte di DE coperta dal triangolo ABC. Posizionare la fuga della fonte luminosa L. Tracciare, la giacitura del piano di luce con direzione Z e individuare sulla $I\pi^l$, Ir fuga delle direzioni Z sul geometricale. Tracciare la retta Mlr direzione dell'ombra MC e individuare m nell'intersezione con DE. Tracciare il raggio di luce passante per C e individuare su Mlr l'ombra virtuale $c^{(v)}$ sul geometricale. Tracciare il raggio Z passante per m e determinare nell'intersezione con CL l'ombra c sul rettangolo DEFG. Unire A con $c^{(v)}$ e determinare 1 su DE. Unire 1 con c. Unire B con $c^{(v)}$ e determinare 2 su DE. Unire 2 con c. Ripassare il contorno a vista dell'ombra portata. Campitura dell'ombra portata sul geometricale e sul rettangolo frontale DEFG.



L'esempio presenta un triangolo isoscele coincidente con il quadro la cui base giace sulla linea delle tracce π^l . Dopo aver impostato la fonte luminosa a distanza infinita (luce naturale) tracciamo la giacitura del piano di luce passante per CM altezza del triangolo individuando nella giacitura del piano dove si concretizza l'ombra, il punto Ir fuga delle rette verticali sul geometrale. Tracciata l'ombra portata virtuale del vertice C del triangolo sul geometrale $c(V)$, poiché l'ombra del triangolo si spezza fra geometrale e rettangolo determiniamo l'ombra reale C sul rettangolo DEFG. Dal punto m intersezione di M-Ir su DE Tracciamo la retta Z e individuiamo l'ombra portata c nell'intersezione con il raggio reale passante per il vertice C del triangolo. Il contorno dell'ombra portata si completa nel geometrale unendo i punti A e B della base con $c(V)$, individuando i punti di intersezione 1 e 2 su DE e successivamente unendo con l'ombra portata c del vertice C del triangolo sul rettangolo DEFG.



È possibile determinare l'ombra portata dei lati obliqui del triangolo utilizzando le relative giaciture dei piani di luce passanti per i lati medesimi. Infatti poiché il triangolo coincide con il quadro, le giaciture saranno facilmente individuate tracciando le rette parallele ai lati inclinati passanti per la fonte di luce. L'intersezione delle giaciture con la π^l , individua le direzioni delle ombre portate dei lati inclinati che si intersecano in c, ombra portata del vertice C. Il raggio di luce passante per C dovrà passare necessariamente per l'ombra portata c, e potrà quindi essere utilizzato, in ragione di queste considerazioni, come criterio di verifica del lavoro svolto.



Ombra sul geometrale e su un piano ortogonale, di un triangolo in posizione verticale, genericamente inclinato rispetto al quadro, in prospettiva a quadro verticale

1 – Proiezione prospettica del triangolo ABC

Riportare A^*B^* sulla $T\pi^1$ misura oggettiva della base AB. Da M^* , punto medio di A^*B^* , tracciare l'altezza oggettiva M^*C^* del triangolo. Tracciare la retta di appartenenza di AB, $s(Is-Ts)$. Individuare S^* intersezione del piano meridiano principale con il cerchio delle distanze e unire con la fuga Is . Riportare sulla $l\pi^1$ la distanza $Is-S^*$ e individuare il punto di misura Ms delle rette s . Tracciare i raggi: A^*-Ms e individuare A; M^*-Ms e individuare M; B^*-Ms e individuare B; C^*-Ms ; Tracciare il raggio verticale passante per M e individuare C nell'intersezione con C^*-Ms . Unire i punti del triangolo ABC.

2 – Proiezione prospettica del piano verticale DEFG

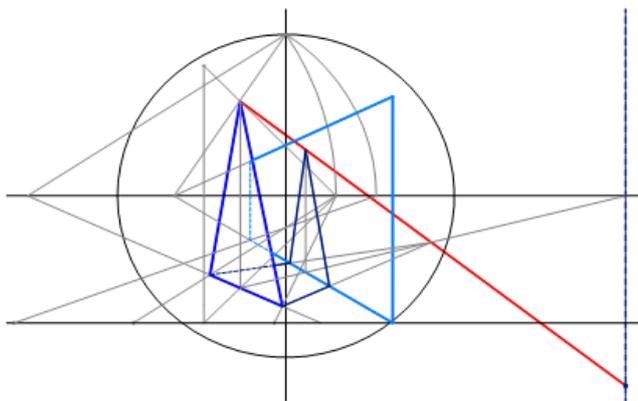
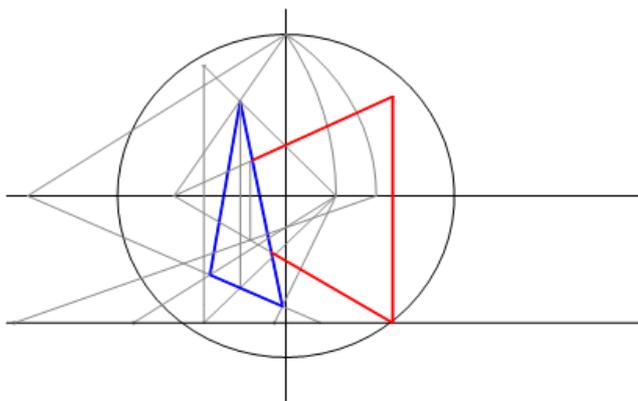
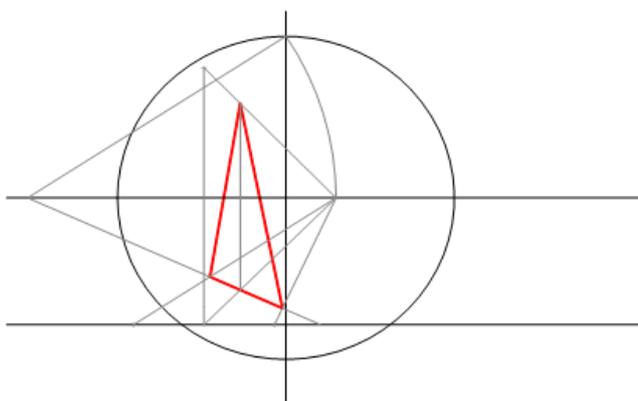
Tracciare sul geometrale la retta n con fuga In e traccia nel punto E. Determinare il punto di misura Mn sulla linea d'orizzonte $l\pi^1$. Riportare la misura oggettiva ED^* sulla linea delle tracce. Tracciare il raggio D^*-Mn e individuare D sulla retta $In-E$. Rappresentare EF, sulla verticale passante per E coincidente con il quadro. Tracciare il raggio $F-In$. Tracciare il raggio verticale passante per D e individuare G sulla retta $In-F$. Ripassare le parti a vista del rettangolo DEFG. Ripassare con segno di linea tratteggiata le parti nascoste del rettangolo DEFG.

3 – Proiezione dell'ombra portata del triangolo ABC

Posizionare la fuga della fonte luminosa L. Tracciare, la giacitura del piano di luce con direzione Z e individuare sulla $l\pi^1$, l_r fuga delle direzioni Z sul geometrale. Tracciare il raggio di luce passante per C. Tracciare il raggio $M-l_r$ e individuare m su DE e $c^{(V)}$ sul raggio CL. Tracciare il raggio Z passante per m e individuare l'ombra portata c su DEFG. Unire A con $c^{(V)}$ e determinare 1 nell'intersezione con DE. Unire 1-c. Unire B con $c^{(V)}$ e determinare 2 nell'intersezione con DE. Unire 2-c. Completamento del contorno dell'ombra portata del triangolo ABC.

4 – Proiezione e campitura dell'ombra portata del rettangolo DEFG

Tracciare il raggio di luce FL. Tracciare il raggio $E-l_r$ e individuare nell'intersezione con FL l'ombra portata f. Tracciare l'ombra della retta d'appartenenza di FG unendo $f-In$. Tracciare il raggio di luce GL e determinare nell'intersezione con $f-In$ l'ombra portata g. Il raggio $D-l_r$ individua sul raggio GL l'ombra g determinata in precedenza. Completamento del contorno dell'ombra portata del rettangolo DEFG. Campitura dell'ombra portata del triangolo e del rettangolo verticale DEFG sul geometrale.

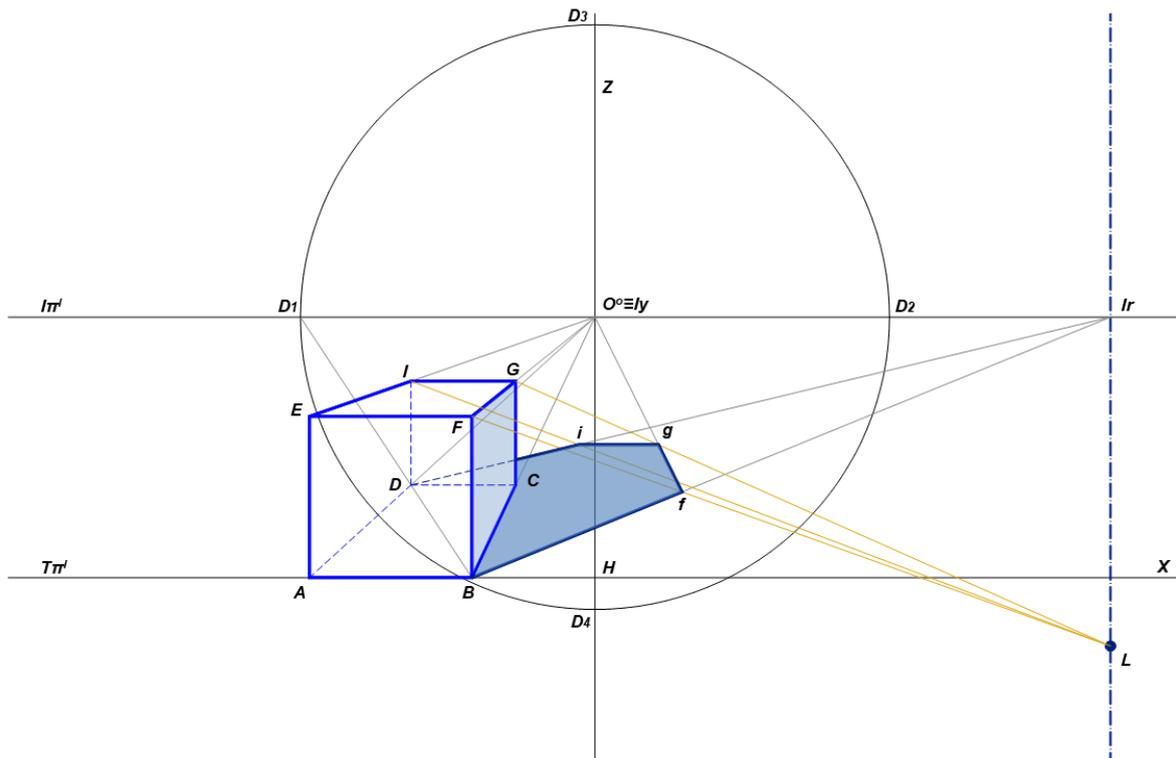


Impostiamo la posizione della fonte luminosa e determiniamo l'ombra portata di un triangolo isoscele verticale e inclinato rispetto al quadro. L'ombra si proietta in parte sul geometrale e in parte sul rettangolo DEFG posto in posizione verticale e anch'esso inclinato rispetto al quadro. Per rappresentare il triangolo sarà opportuno determinare la fuga del lato di base e una volta individuato il corrispondente punto di misura, procediamo partendo dalle misure oggettive sulla linea delle tracce. Dalla intersezione sulla linea delle tracce della retta d'appartenenza della base dopo aver tracciato la verticale sul quadro si potrà misurare oggettivamente l'altezza del triangolo. Determiniamo il vertice C del triangolo nel raggio Z passante per M punto medio della base. Una volta rappresentato il triangolo ABC disegniamo, con le stesse modalità operative il rettangolo DEFG.

La determinazione dell'ombra portata si risolve partendo da alcune considerazioni relative alla particolare posizione del triangolo. Infatti poiché la base del triangolo si trova sul geometrale, l'ombra portata di AB coinciderà con la sua proiezione. Resta quindi da definire unicamente l'ombra portata del vertice C e in seguito unire con i vertici A e B.

Analogamente a quanto visto in precedenti esercizi, determiniamo la giacitura del piano di luce verticale, ovvero la retta passante per la fonte di luce L avente direzione Z e individuiamo l_r nell'intersezione con la giacitura del geometrale l_r^1 . Traceremo a questo punto la retta Ml_r dove M, punto medio della base AB, coincide con la proiezione sul geometrale del vertice C.

Tracciamo il raggio di luce passante per il vertice C e determiniamo, nell'intersezione con Ml_r , l'ombra portata $c^{(v)}$ sul geometrale. Unendo $c^{(v)}$ con i vertici A e B della base otteniamo il contorno dell'ombra portata sul geometrale che si interrompe nei punti 1 e 2 sulla base DE del rettangolo verticale. L'ombra portata si interrompe e si sviluppa completandosi sul piano verticale. Dobbiamo quindi determinare l'ombra c sul rettangolo DEFG tracciando la verticale passante per m intersezione di Ml_r su DE fino all'intersezione con il raggio di luce passante per C. Completiamo il contorno dell'ombra portata sul rettangolo verticale unendo i punti 1 e 2 con l'ombra c, e concludiamo procedendo alla campitura delle parti delimitate dal contorno dell'ombra portata.



Ombra propria e portata di un cubo appoggiato al geometrico in prospettiva a quadro frontale

1 – Impostazione della prospettiva

Tracciare la $l\pi^l$ (linea d'orizzonte) e la $T\pi^l$ (linea delle tracce) parallela alla $l\pi^l$. Tracciare il piano meridiano principale individuando H su $T\pi^l$ e $O^o \equiv l_y$ su $l\pi^l$. Tracciare la circonferenza di centro O^o e individuare D_1, D_2 su $l\pi^l$ e D_3, D_4 sul piano meridiano principale.

2 – Proiezione della faccia del cubo coincidente col quadro

Individuare sulla linea delle tracce AB, misura oggettiva del lato del cubo. Successivamente tracciare: AE-EF-FB

3 – Le direzioni X, Y e Z

Unire con la fuga l_y i punti: A-B-F-E. Tracciare il raggio D_1B e determinare D su Aly . Tracciare il raggio X passante per D e determinare C su Aly . Tracciare il raggio Z passante per C e determinare G su Fly . Tracciare il raggio X passante per G e determinare I su Ely . Unire ID e completare unendo IE con direzione l_y .

4 – Rappresentazione

Ripassare con segno a vista il contorno esterno del cubo. Ripassare le parti interne della figura a vista. Ripassare le parti interne nascoste della figura. Fine della proiezione prospettica del cubo.

5 – Impostazione della fuga dei raggi di luce

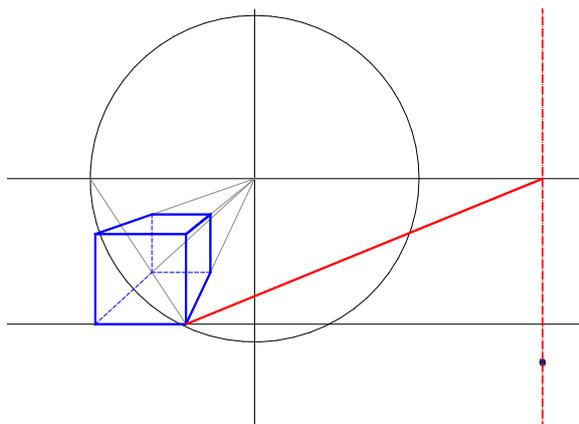
Individuare il punto L, fuga dei raggi di luce. Sulla base della direzione dei raggi luminosi determinare la separatrice d'ombra propria: B-F-G-I-D.

6 – Il piano di luce LZ

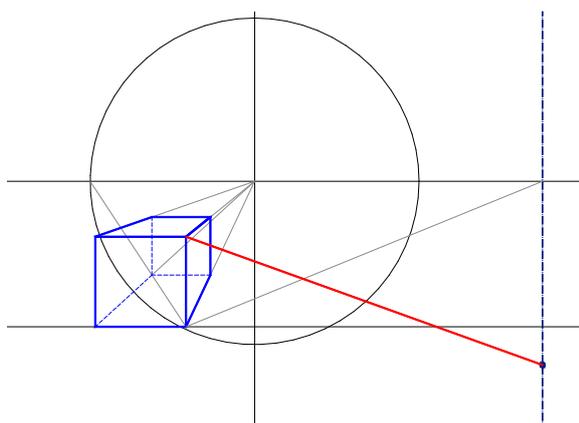
Tracciare la giacitura del piano di luce passante per le direzioni Z individuando sulla $l\pi^l$ il punto l_r direzione dell'ombra delle Z sul geometrico.

7 – L'ombra portata

Unire B con l_r e dopo avere tracciato il raggio di luce FL, individuare su $B l_r$, f ombra del punto F. Unire f con l_y e tracciare il raggio di luce GL individuando su $f l_y$, g ombra del punto G. Tracciare la direzione X passante per g e il raggio di luce L individuando sulla X passante per g, "i" ombra del punto I. Completare tracciando la direzione $D l_r$ passante per i. Definire il contorno a vista dell'ombra portata. Rappresentare la campitura delle parti del cubo in condizione d'ombra propria e l'ombra portata proiettata sul geometrico.

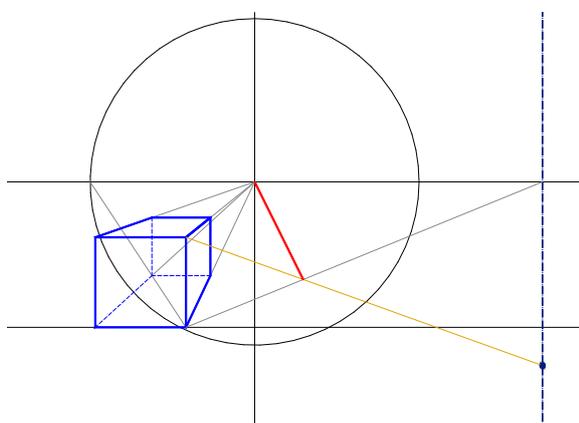


Rappresentiamo un cubo appoggiato al geometrico in prospettiva a quadro frontale, impostando la fonte luminosa naturale posta a distanza infinita e individuando la sua fuga. La fonte di luce si trova alle spalle dell'osservatore alla sua sinistra rispetto al quadro e proietta quindi l'ombra portata del parallelepipedo a destra nella parte opposta rispetto alla sua posizione. Nel sistema prospettico i piani sono individuati dalle giaciture mentre le direzioni sono individuate dalle fughe. Il piano di luce passante per un segmento dato è rappresentato dalla giacitura passante per le fughe della fonte luminosa e del segmento. Possiamo quindi affermare che la direzione dell'ombra portata è data dall'intersezione delle giaciture dei piani di luce e del piano dove l'ombra si concretizza.

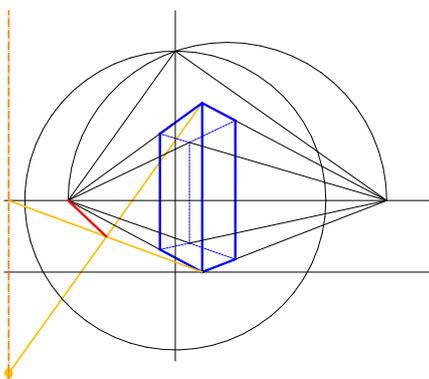
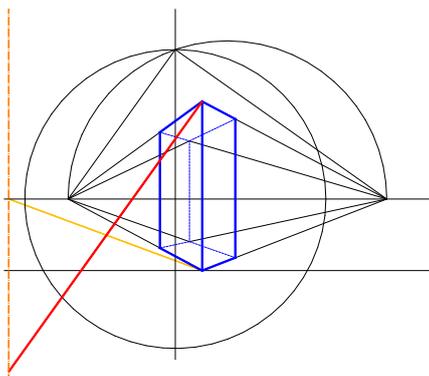
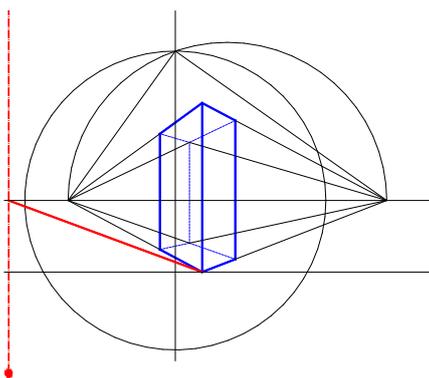


Nei casi, come quello in oggetto, in cui l'ombra portata si proietta completamente sul geometrico le direzioni o fughe, si troveranno sulla giacitura del geometrico (Π') nell'intersezione con i piani di luce passanti per i segmenti dati. L'intersezione del raggio reale, passante per i punti della separatrice con la retta, con il geometrico individua l'ombra portata dei vertici del solido.

Le parti della separatrice parallele al geometrico proiettano ombre la cui direzione si mantiene parallela allo spigolo dato. La direzione della loro ombra coinciderà con la fuga del segmento della separatrice.



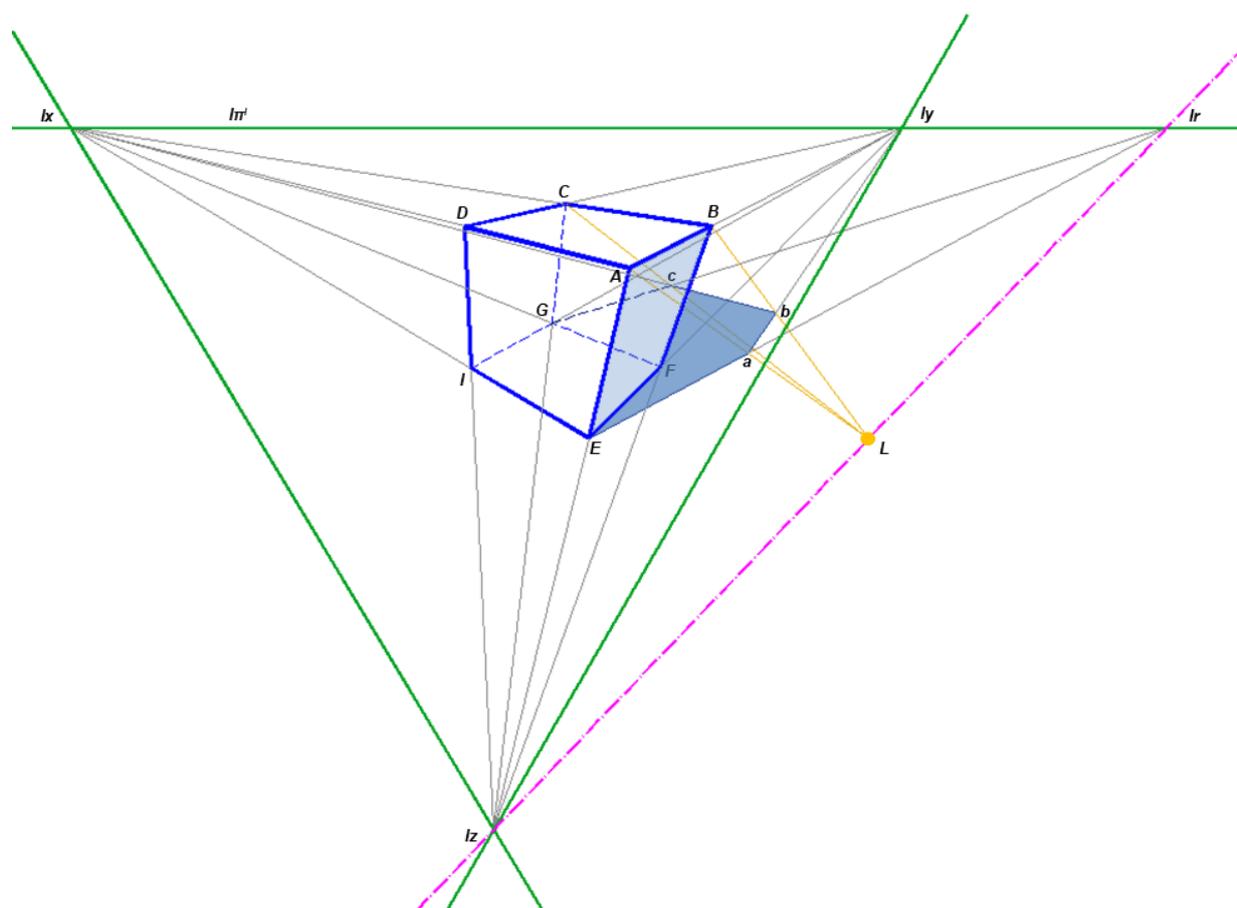
L'efficacia della teoria delle ombre nella rappresentazione delle forme, dipende da vari fattori tra i quali acquista una notevole rilevanza la posizione della fonte luminosa rispetto all'oggetto e al contesto in cui esso è inserito. Tra le possibili posizioni che la fonte di luce può assumere sono certamente da privilegiare quelle dietro l'osservatore, a destra o a sinistra, che garantiscono l'illuminazione diretta della vista frontale, in modo da favorire nella simultanea presenza di parti illuminate, in condizione di ombra propria, portata e autoportata, una maggiore espressività dell'immagine data dall'accentuazione del contrasto cromatico, delle campiture.



Dopo avere rappresentato un parallelepipedo in prospettiva a quadro verticale accidentale, appoggiato al geometrale, impostiamo la fonte luminosa naturale, individuando la sua fuga. La fonte di luce si trova alle spalle dell'osservatore alla sua destra rispetto al quadro e proietta quindi l'ombra portata del parallelepipedo nella parte opposta. Così come individuato nel sistema prospettico a quadro frontale, la direzione dell'ombra portata è data dall'intersezione delle giaciture dei piani di luce e del piano dove l'ombra si concretizza.

L'ombra portata si proietta completamente sul geometrale e le direzioni o fughe, si troveranno sulla giacitura del geometrale (π') nell'intersezione con i piani di luce passanti per i segmenti dati. Le ombre portate sono determinate dall'intersezione del raggio reale passante per i punti della separatrice con il geometrale. Le parti della separatrice parallele al geometrale proiettano ombre la cui direzione sarà parallela al segmento dato. La direzione della loro ombra coinciderà con la fuga del segmento della separatrice.

Nella determinazione dell'ombra portata dopo aver definito l'oggetto generatore dell'ombra, il contesto dove si concretizza, geometrale e/o altre superfici, e la posizione della fonte luminosa L, naturale a distanza infinita oppure artificiale a distanza finita e quantificabile, il passaggio successivo sarà, come noto, definire la spezzata che separa le parti in ombra propria, ovvero non toccate direttamente dai raggi luminosi, da quelle direttamente toccate e di conseguenza illuminate. Abbastanza intuitivamente in una figura piana inserita nello spazio tridimensionale, a meno di condizioni proiettive particolari, come la luce radente con i raggi di luce paralleli alla figura piana, le due facce saranno una illuminata e l'altra in condizione d'ombra propria così che la separatrice d'ombra propria coinciderà con il contorno della figura. Sarà quindi sufficiente proiettare i vertici della figura dal punto di luce per ottenere il contorno dell'ombra portata. È proprio l'interposizione della figura fra la fonte luminosa e la superficie illuminata a generare, per mezzo del noto metodo della proiezione e sezione, il contorno dell'ombra portata. Possiamo quindi affermare che l'ombra portata può essere definita come l'immagine della figura proiettata, nei vari piani, dalla posizione del punto di luce.



Ombra propria e portata di un cubo, visto dall'alto, appoggiato al geometrale in prospettiva a quadro inclinato (metodo diretto dei punti di misura)

1 – Impostazione della fuga dei raggi di luce

Dopo aver eseguito la prospettiva a quadro inclinato metodo diretto dei punti di misura vista dall'alto, procedere alla rappresentazione dei soli elementi necessari per la definizione dell'ombra propria e portata.

2 – Determinazione della fonte luminosa

Determinare L fuga dei raggi luminosi. Tracciare la giacitura del piano di luce passante per la fuga l_z e determinare nell'intersezione con $l_{rr}' l_r$, fuga sul geometrale dell'ombra portata delle direzioni Z.

3 – La separatrice d'ombra propria

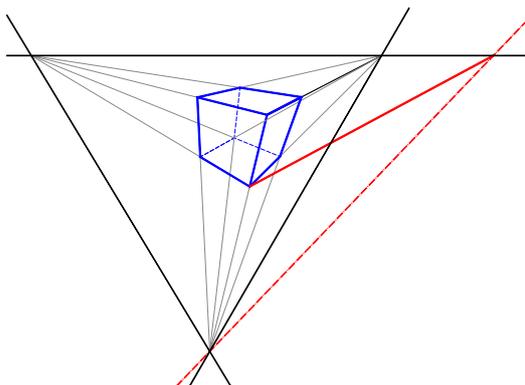
Data la direzione dei raggi, individuare la *separatrice d'ombra propria*, E – A – B – C – G, che separa all'interno della figura le facce illuminate da quelle in condizione d'ombra propria.

4 – Determinazione dell'ombra portata

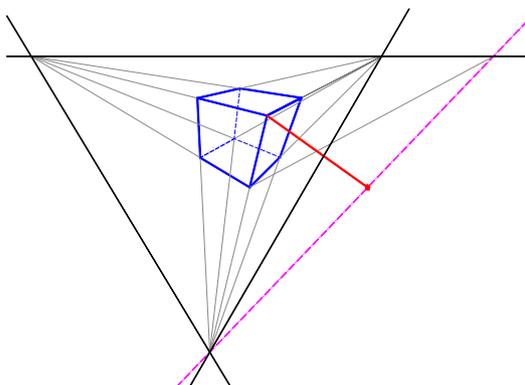
Unire il punto alla base E con l_r . Tracciare il raggio reale passante per A e determinare l'ombra portata a. L'ombra di AB si proietta sul geometrale in condizione di parallelismo, tracciare quindi un raggio con direzione Y passante per a. Tracciare il raggio reale passante per B e determinare l'ombra b. L'ombra di BC si proietta sul geometrale in condizione di parallelismo, tracciare quindi un raggio con direzione X passante per b. Tracciare il raggio reale passante per C e determinare l'ombra c. L'ombra del segmento con direzione Z, CG, si proietta sul geometrale con direzione l_r . Se l'esecuzione è corretta G – c – l_r , risulteranno allineati.

4 – Completamento grafico

Rappresentare la campitura dell'ombra propria sulla faccia ABFE. Rappresentare la campitura dell'ombra portata sul geometrale.

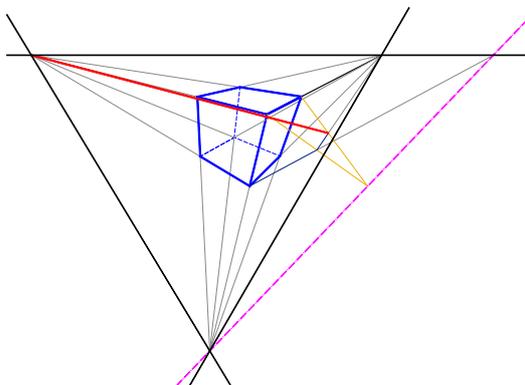


L'ombra propria e portata di un cubo in prospettiva a quadro inclinato, metodo diretto dei punti di misura, presenta evidenti analogie con i metodi analizzati in precedenza del Quadro Frontale e Verticale accidentale. Infatti dalla direzione della fonte luminosa, equiparabile ai raggi solari, si ricava la separatrice d'ombra propria, determinante per la definizione della proiezione del contorno dell'ombra portata e per l'individuazione delle parti in condizione d'ombra propria. Data la posizione del solido appoggiato al geometrale la separatrice sarà composta da cinque punti di cui due, quello iniziale e quello finale di chiusura, appartenenti al geometrale. Proseguiamo tracciando la giacitura del piano di luce passante per gli spigoli verticali, ovvero la retta passante per le fughe delle rette Z e della fonte di luce. L'intersezione fra questo piano di luce e la giacitura del geometrale (Linea d'orizzonte) determina il punto di fuga delle ombre delle rette Z.

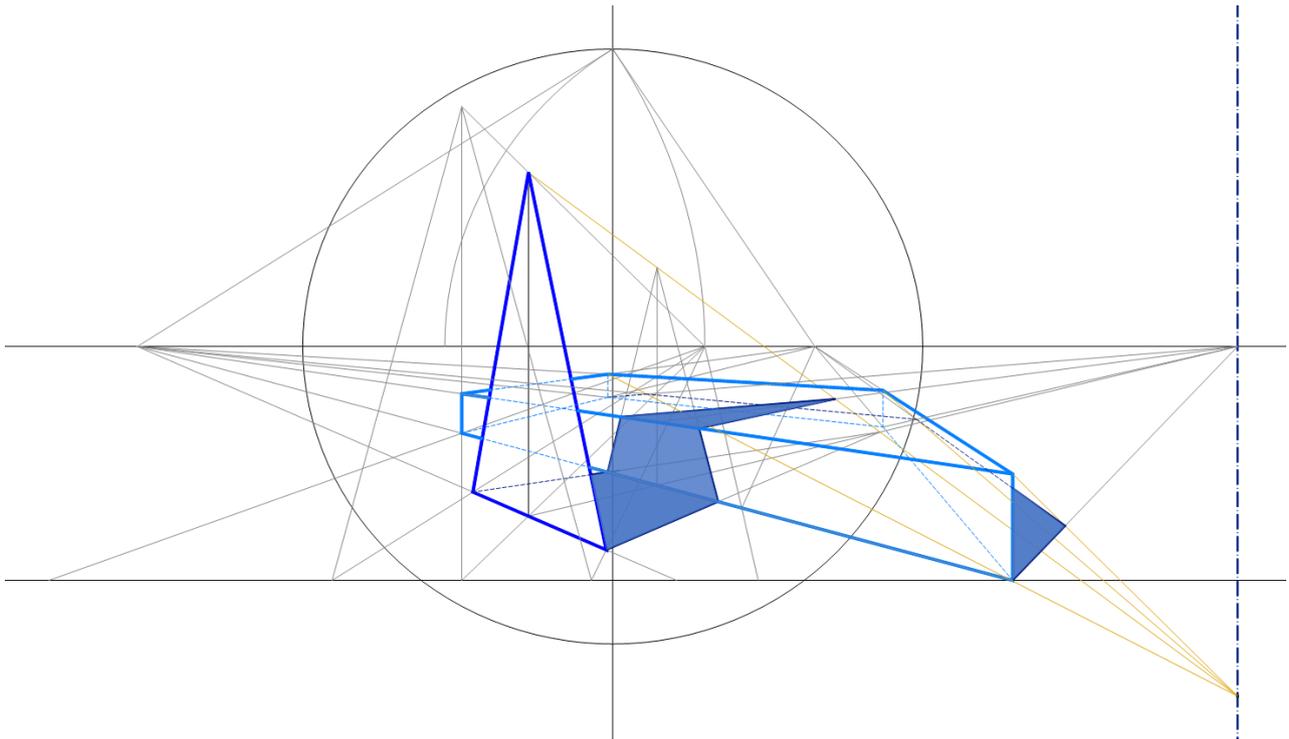


Tracciamo il raggio di luce reale, passante per la fuga della fonte di luce e l'estremo superiore del segmento verticale del quale si vuole determinare l'ombra, e determiniamo nell'intersezione della direzione tracciata in precedenza, l'ombra sul geometrale del secondo vertice della separatrice.

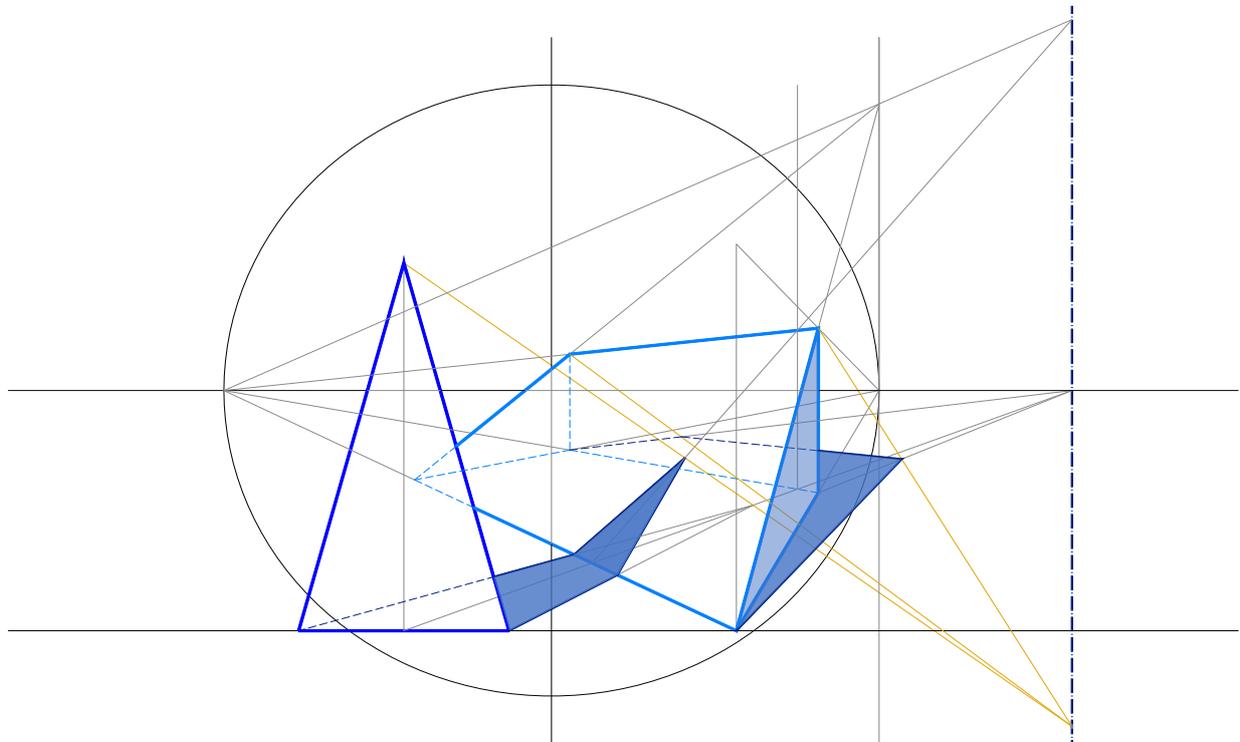
L'ombra portata degli spigoli paralleli al geometrale mantiene l'originaria condizione di parallelismo. Sarà quindi sufficiente tracciare le direzioni dell'ombra convergenti nella fuga del segmento dato e successivamente determinare l'intersezione con i raggi luminosi passanti per i vertici della separatrice d'ombra propria.



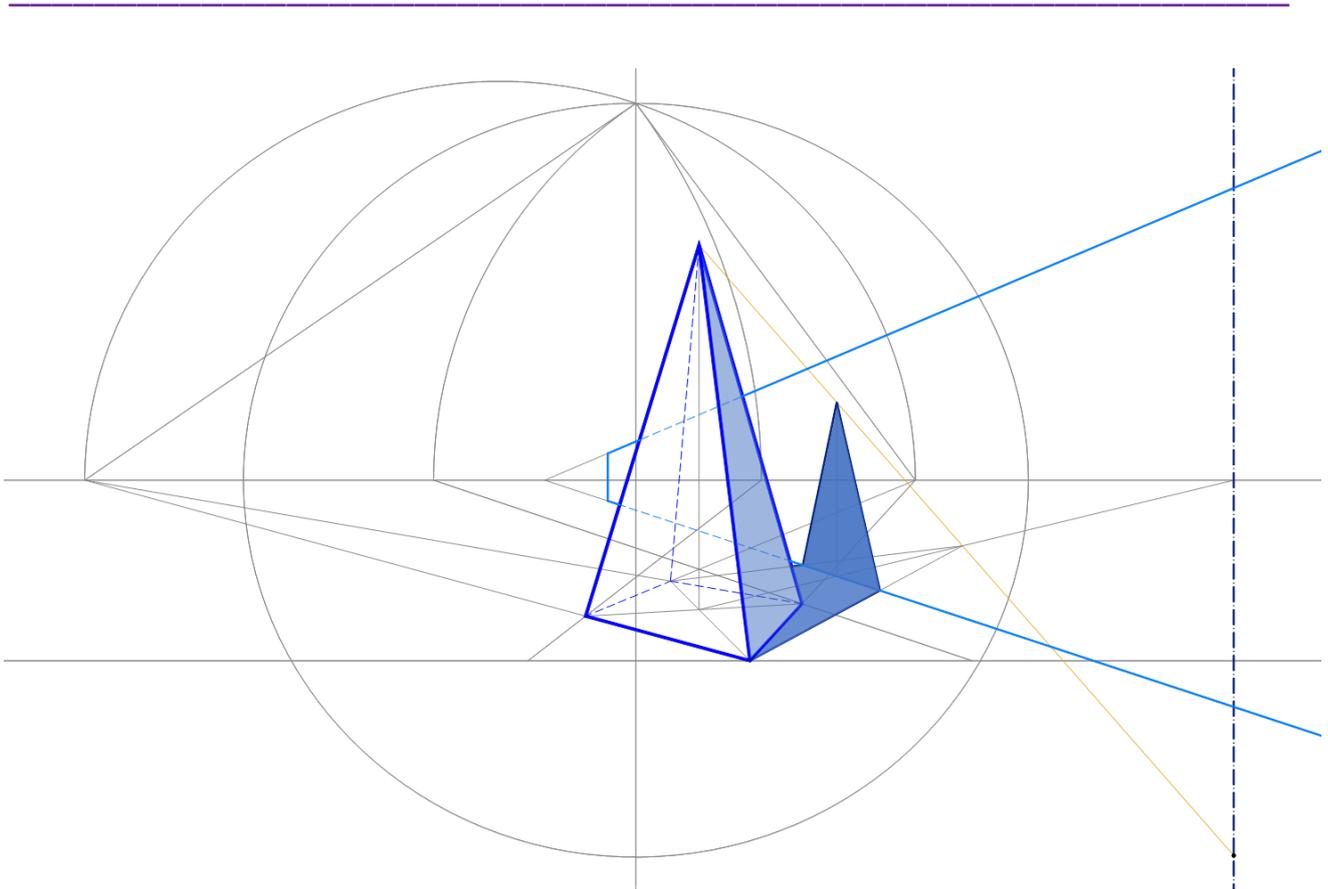
Le tonalità cromatiche dell'ombra variano in ragione della tipologia delle stesse. L'ombra propria, è la più chiara, ed è quella che si genera nelle parti del solido non direttamente intercettate dai raggi di luce. L'ombra portata si presenta in una tonalità più scura. È l'ombra che si genera su una superficie per effetto dell'interposizione della figura con la fonte di luce. È simile in quanto a tonalità, l'ombra autoportata che si proietta nell'oggetto per effetto delle sue caratteristiche formali.



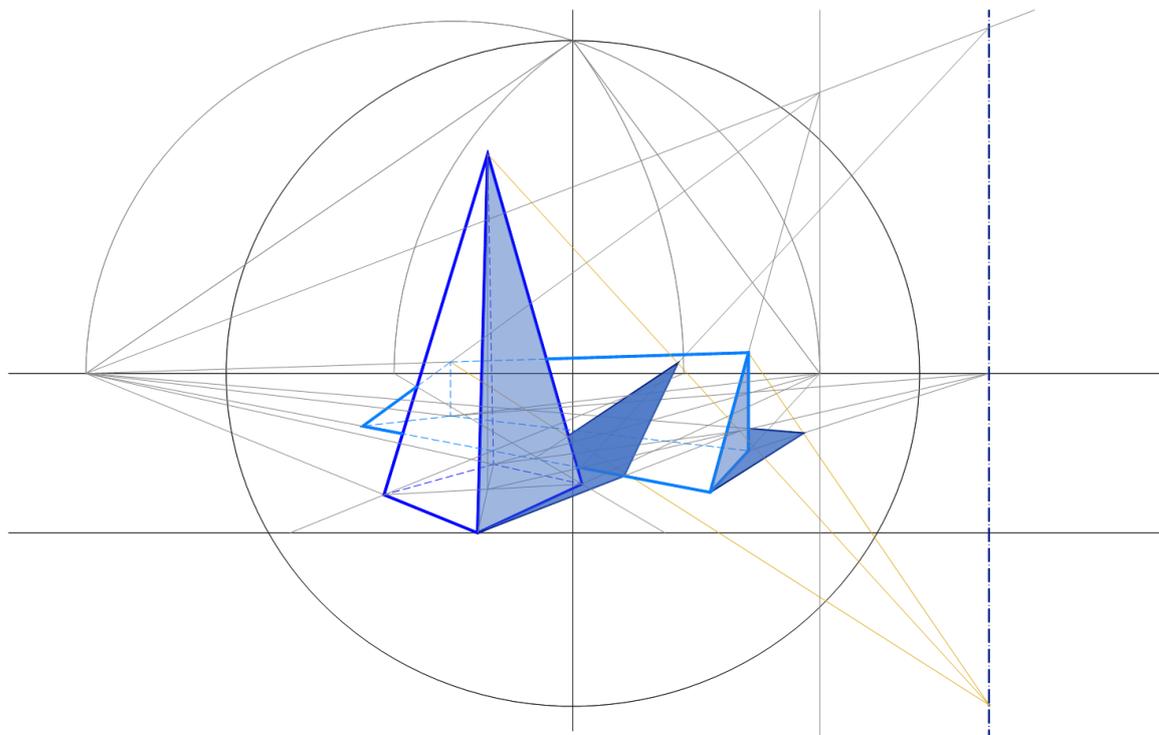
Ombra di un triangolo in posizione verticale, sul geometrale e su un piano ad esso parallelo, in prospettiva a quadro verticale accidentale.



Ombra sul geometrale e su un piano inclinato, di un triangolo in posizione verticale coincidente con il quadro, in prospettiva a quadro frontale. I lati della base rettangolare del piano inclinato formano entrambi angoli di 45° rispetto al quadro.

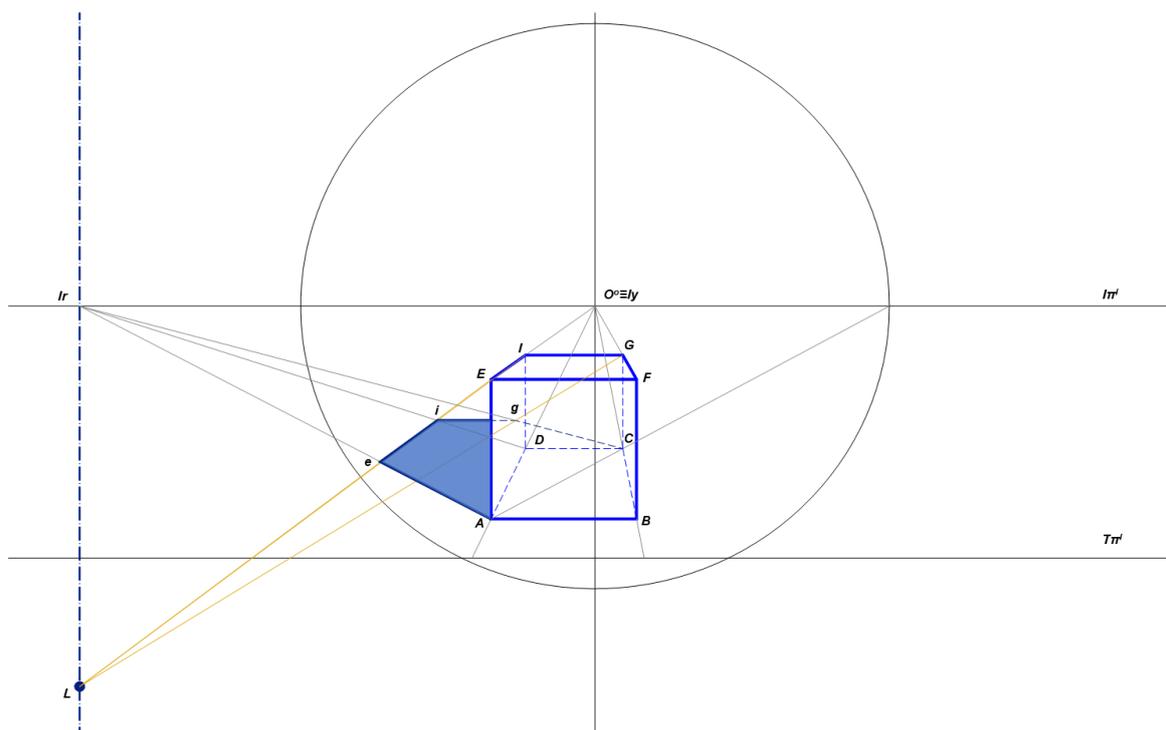


Ombra propria e portata di una piramide appoggiata al geometrico, su un piano verticale, in prospettiva a quadro verticale accidentale.



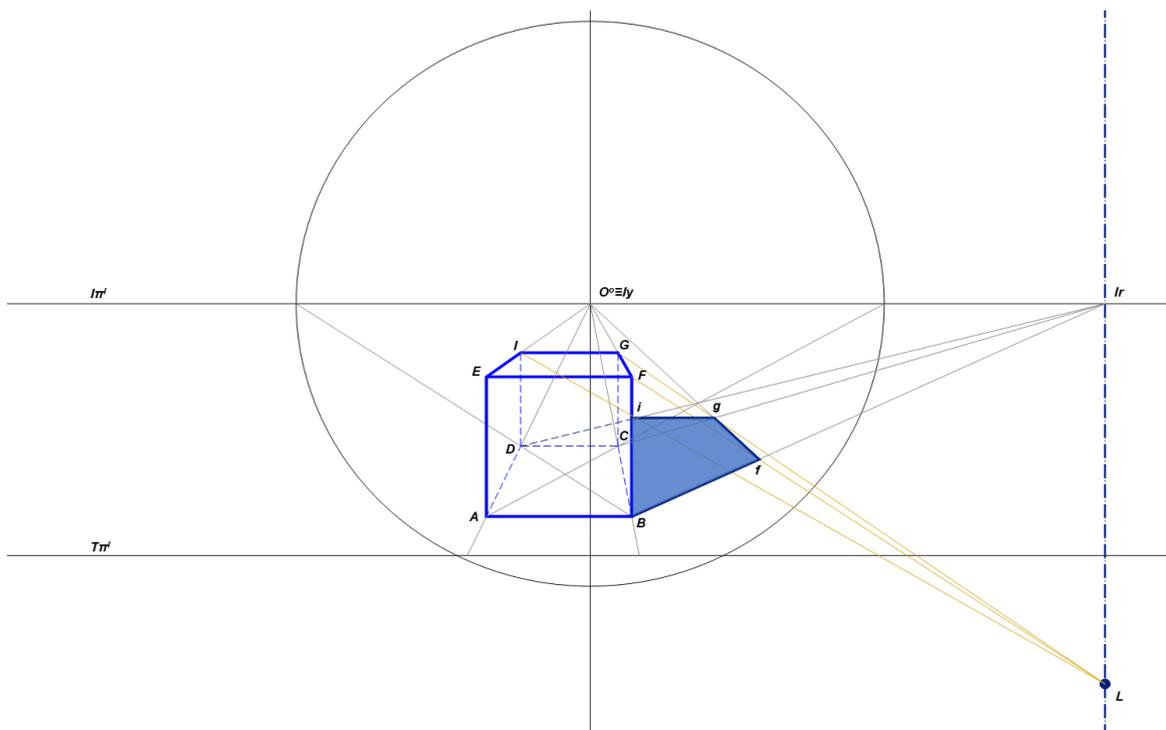
Ombra propria e portata di una piramide appoggiata al geometrico, su un piano inclinato, in prospettiva a quadro verticale accidentale.

Teoria delle ombre | Prospettiva | La posizione della fonte di luce

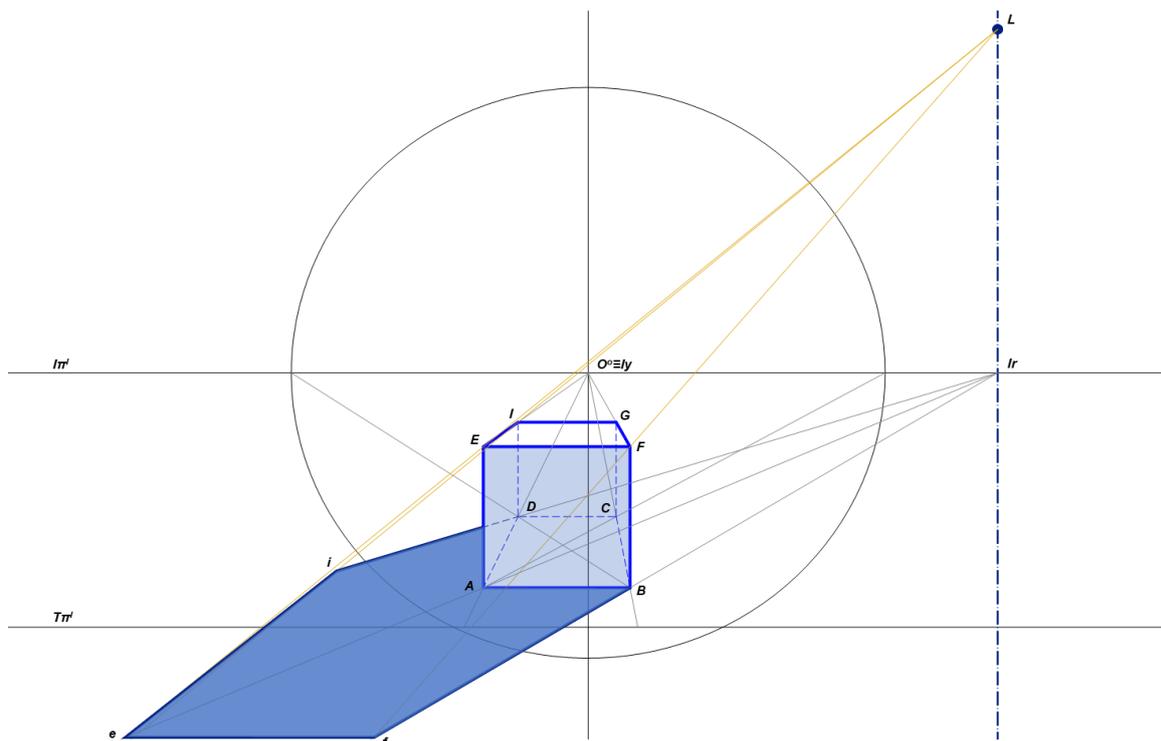


Cubo sul geometrale (1): Fonte di luce naturale a destra, alle spalle dell'osservatore.

La parte frontale è illuminata mentre l'ombra si proietta a sinistra verso la linea d'orizzonte. La scelta della posizione della fonte di luce dietro l'osservatore, se non altrimenti condizionata da altri fattori, è senz'altro da preferire poiché il risultato finale fornisce un'immagine equilibrata ma nel contempo caratterizzata da netti contrasti fra le parti del solido.

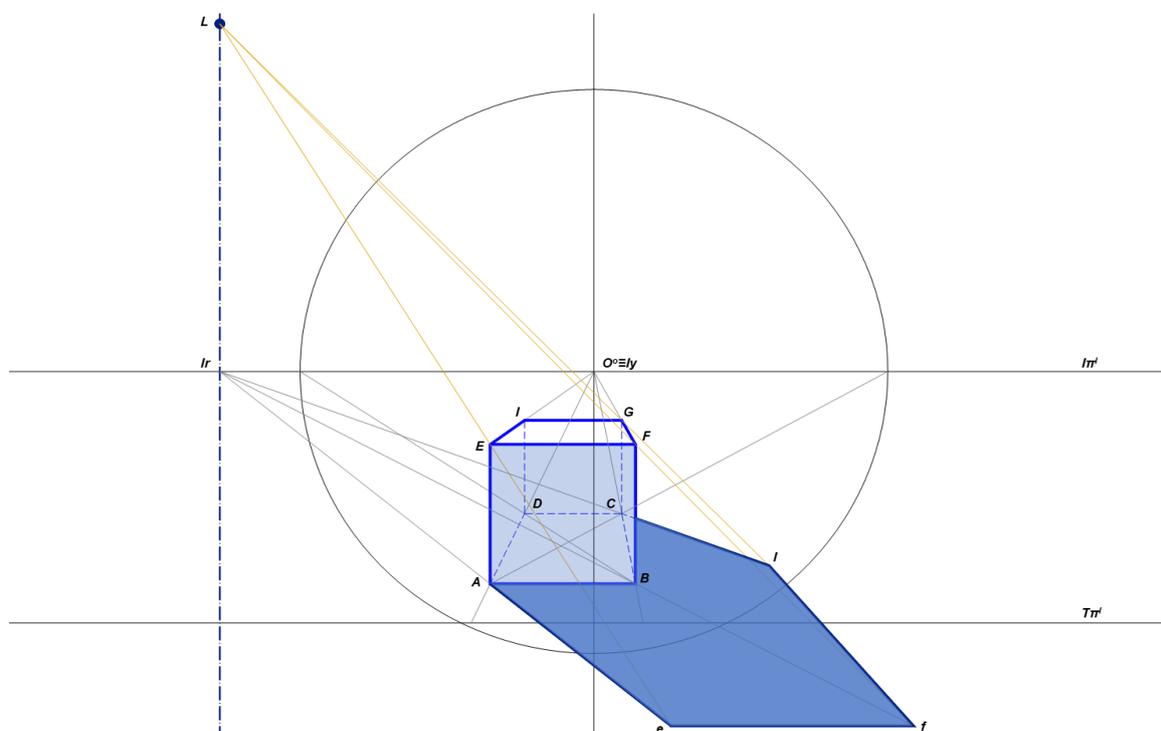


Cubo sul geometrale (2): Fonte di luce naturale a sinistra, alle spalle dell'osservatore.



Cubo sul geometrale (3): Fonte di luce naturale a destra, di fronte all'osservatore.

La parte frontale del cubo si trova in condizione d'ombra propria mentre l'ombra si proietta a sinistra l'osservatore. La posizione della fonte di luce davanti all'osservatore, è consigliata quasi esclusivamente nei casi in cui tale condizione di illuminazione corrisponda ad una situazione reale e si voglia, in ragione di ciò, prefigurare l'effetto visivo finale.

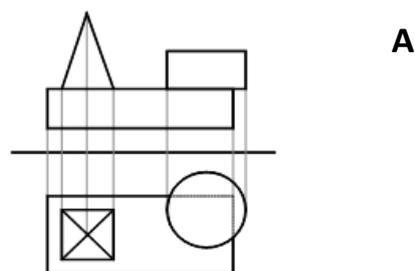


Cubo sul geometrale (4): Fonte di luce naturale a sinistra, di fronte all'osservatore.

Teoria delle ombre | Proposte operative

Esercizio 1

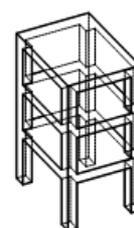
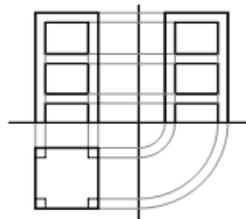
Rappresentare in proiezione ortogonale, da una fonte luminosa naturale, l'ombra propria e portata, del solido (fig. A).
(esempio pag. 128)

**Esercizio 2**

Rappresentare in proiezione ortogonale, da una fonte luminosa artificiale, l'ombra propria e portata, del solido (fig. A). (esempio pag. 137)

Esercizio 3

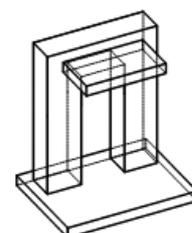
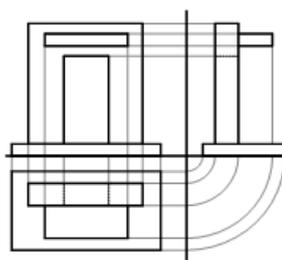
Rappresentare in assonometria ortogonale isometrica, da una fonte luminosa naturale, l'ombra propria e portata, del solido (fig. B). (esempio pag. 144)

**Esercizio 4**

Rappresentare in assonometria ortogonale isometrica, da una fonte luminosa artificiale, l'ombra propria e portata, del solido (fig. B). (esempio pag. 145)

Esercizio 5

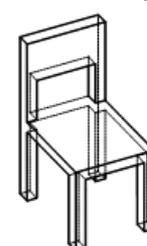
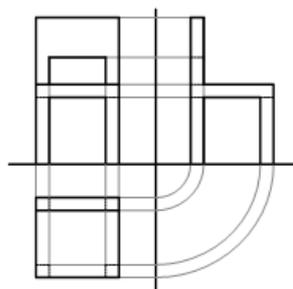
Rappresentare in assonometria obliqua monometrica, da una fonte luminosa naturale, l'ombra propria e portata, del solido (fig. C). (esempio pag. 138)

**Esercizio 6**

Rappresentare in assonometria obliqua cavaliere, da una fonte luminosa artificiale, l'ombra propria e portata, del solido (fig. C). (esempio dei raggi luminosi a pag. 145)

Esercizio 7

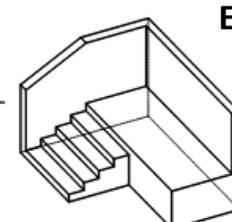
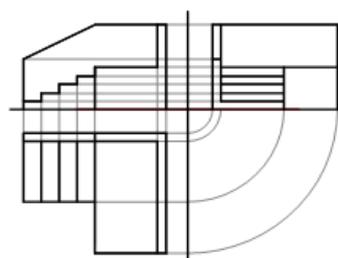
Rappresentare in prospettiva a quadro frontale, metodo diretto dei punti di distanza, da una fonte luminosa naturale, l'ombra propria e portata, del solido (fig. D).
(esempio pag. 152)

**Esercizio 8**

Rappresentare in prospettiva a quadro verticale, metodo diretto dei punti di misura, da una fonte luminosa naturale, l'ombra propria e portata, del solido (fig. D).
(esempio pag. 154)

Esercizio 9

Rappresentare in prospettiva a quadro verticale, metodo diretto dei punti di misura, da una fonte luminosa naturale, l'ombra propria e portata, del solido (fig. E).
(esempio pag. 154)

**Esercizio 10**

Rappresentare in prospettiva a quadro inclinato, metodo diretto dei punti di misura, da una fonte luminosa naturale, l'ombra propria e portata, del solido (fig. E).
(esempio pag. 156)

“Quelli che s'innamoran di pratica senza scienza son come 'l nocchier ch'entra in navilio senza timone o bussola, che mai ha certezza dove si vada.”

Leonardo Da Vinci

